

Д. И. Сахаров

Сборник задач по ФИЗИКЕ

для вузов

13-е издание, исправленное и дополненное

Москва
«ОНИКС 21 век»
«Мир и Образование»
2003

УДК 53(076.2)
ББК 22.3
С22

Сборник подготовлен к изданию сотрудниками
кафедры общей и экспериментальной физики
Московского педагогического государственного университета

*А. Б. Казанцевой, Н. В. Соиной,
И. А. Васильевой, М. С. Каменецкой*

Сахаров Д. И.

С22 Сборник задач по физике для вузов / Д. И. Сахаров. — 13-е изд., испр. и доп. — М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2003. — 400 с.: ил.

ISBN 5-329-00689-9 (ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»)

ISBN 5-94666-063-2 (ООО «Издательство «Мир и Образование»)

Сборник содержит более 1000 задач и вопросов по всем разделам вузовского курса общей физики. В каждом параграфе приводятся основные физические законы и соотношения, необходимые для решения задач.

В новом издании заменены устаревшие определения и термины, введена Международная система единиц (СИ). Все задачи снабжены ответами, а наиболее сложные — указаниями, комментариями к решению.

Задачник предназначен для студентов и преподавателей вузов.

УДК 53(076.2)
ББК 22.3

ISBN 5-329-00689-9 (ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»)

ISBN 5-94666-063-2 (ООО «Издательство «Мир и Образование»)

© Сахаров Г. Д., наследник, 2003

© ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век».

Оформление переплета, 2003

Предисловие

Первое издание «Сборника задач по физике» Д. И. Сахарова (в соавторстве с И. С. Косминковым) было утверждено в качестве учебного пособия для физико-математических факультетов педагогических институтов, но сразу же стало широко использоваться в университетах и технических вузах.

Задачник переиздавался 12 раз; при этом его содержание существенно улучшалось, и с каждым новым изданием он становился все более популярным. Рецензентами выступали известные ученые-физики, методисты — профессора М. А. Леонтович, Н. В. Кашин, Н. Н. Малов, Ю. В. Басов и др. Они считали, что это несомненно лучший задачник по физике в стране. Многие сборники задач по физике, появившиеся в последующие годы, созданы под влиянием этой книги.

После смерти Дмитрия Ивановича Сахарова два последних издания были подготовлены его сыновьями — А. Д. Сахаровым — известным ученым-физиком, и Г. Д. Сахаровым.

Несмотря на то, что последнее издание вышло более 20 лет назад, сборник задач не утратил своего значения. Его по-прежнему активно используют в педагогических и технических вузах. Несомненно высоки дидактические достоинства задачника — качество и оригинальность представленных задач, глубокая продуманность их расположения, указания к решениям наиболее сложных и оригинальных задач.

Сотрудники кафедры общей и экспериментальной физики Московского педагогического государственного университета (бывшего МГПИ имени В. И. Ленина) — вуза, где 20 лет работал Д. И. Сахаров и где в практике преподавания до сих пор активно используется этот

сборник, — подготовили предлагаемое издание сборника задач. Общее количество задач, их нумерация и распределение по разделам «Механика», «Молекулярная физика», «Электромагнетизм» и «Волновые процессы» остались прежними. В раздел «Оптика. Строение атома» добавлено несколько новых задач: в § 40 «Квантовые явления в оптике» задачи 17—20, в § 42 «Внутриядерные явления» — задачи 11—16, 22. Переработаны и расширены теоретические введения к параграфам. Заменены устаревшие названия и термины, исправлены отдельные неточности в ответах. Для многих задач даны не только ответы в виде буквенного и числового результата, но и указания на метод решения. По сравнению с предыдущими изданиями существенно увеличен объем комментариев к решению задач. При работе использовались материалы из архива Д. И. Сахарова.

В предлагаемом издании все данные, ответы к задачам, справочные таблицы и решения даны в Международной системе единиц (СИ).

Н. Е. Парфентьева,
доцент кафедры теории
и методики обучения физике МПГУ

Советы студентам

1. Прежде всего необходимо ознакомиться с таблицами, помещенными в конце книги, так как решение многих задач без их использования невозможно. Необходимо также знакомство с введениями, имеющимися в каждом параграфе и содержащими обзор понятий и соотношений, служащих для решения задач, помещенных в данном параграфе и в следующих за ним.

2. Вникнув в смысл задачи, следует установить, все ли данные, нужные для решения задачи, приведены; недостающие данные можно найти в таблицах, помещенных в конце книги.

3. Затем следует сформулировать все упрощающие предположения, которые нужно сделать, чтобы решить данную задачу.

Часть из этих упрощающих предположений указана в тексте задачи, часть должна быть непременно сформулирована при ответе, например так: «Принимая Землю за однородный шар, находим...» и т. д.

4. Следует решать задачи в общем виде, пользуясь обозначениями величин (табл. XXXI).

5. Найдя ответ в виде некоторой формулы, выражающей искомую величину через заданные, следует проверить правильность полученной формулы следующими способами:

а) проверить равенство размерностей у отдельных членов полученной формулы. Неравенство размерностей служит явным признаком неверности решения. Если в формулу входит показательная функция, то размерность показателя должна быть равна нулю;

б) проверить применимость полученной формулы к частным случаям.

Рассмотрим простой пример. Пусть для скорости падения на Землю тела, брошенного на высоте h со скоростью v_0 , найдена формула

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}.$$

Если $v_0 = 0$, то формула обращается в известную из теории формулу для скорости тела, падающего без начальной скорости: $v = \sqrt{2gh}$. Если высота падения очень мала, то скорость тела v , очевидно, почти равна начальной скорости, что также получается из приведенной формулы, если положить $h = 0$;

в) иногда из условий видно, что формула, выражающая ответ, должна быть симметричной по отношению к данным задачи, т. е. ответ не должен меняться, если поменять данные местами.

Рассмотрим пример. Гальванический элемент дает ток $I_1 = 2$ А, если сопротивление внешней цепи $R_1 = 0,2$ Ом, и ток $I_2 = 0,7$ А, если сопротивление внешней цепи $R_2 = 1,5$ Ом. Какова электродвижущая сила элемента? Очевидно, что последовательность опытов, обозначенных индексами 1 и 2, произвольна и ее можно заменить на обратную. Действительно, решая задачу, находим формулу, выражающую ЭДС элемента как функцию I_1 , I_2 , R_1 и R_2 :

$$\mathcal{E} = \frac{I_1 I_2 (R_1 - R_2)}{I_2 - I_1}.$$

Эта формула симметрична относительно величин, обозначенных индексами 1 и 2, и если всюду, где стоит индекс 1, поставить индекс 2, и наоборот, формула не изменится. Предположим, что кто-нибудь, решая эту или другую задачу, в которой по смыслу условий можно менять последовательность данных, получил формулу, в которой нельзя менять местами индексы. Такой результат служил бы признаком, что в решении задачи есть ошибка.

6. Необходимо иметь в виду, что решение задачи должно быть обосновано. Так, например, при решении задачи 8—7 надо показать, почему в рассматриваемом случае можно применить формулу для математического маятника, хотя вместо материальной точки колеблется целое полено.

Точно так же требуется обоснование ответов на качественные вопросы.

7. Прежде чем приступить к числовым расчетам, следует произвести пересчет всех имеющихся данных в Международную систему единиц (СИ).

В пересчете нет необходимости, если ответ зависит от отношения величин одинаковой размерности. Например, в расчеты, связанные с уравнением состояния идеального газа, часто входят отношения вида $\frac{p_1}{p_2}$, $\frac{T_1}{T_2}$ или $\frac{V_1}{V_2}$.

В этих выражениях давление p , температуру T , объем V можно выражать в любых единицах.

8. Приступая к вычислениям, надо, приняв во внимание степень точности данных задач, определить число знаков, которые следует вычислить в результате (в большинстве задач — два или три знака).

9. Легкие задачи отмечены значком ●, задачи средней трудности — значком ▲, более трудные — значком ■.

Значками ■ и ▲ отмечены также задачи, требующие применения формул интегрального и дифференциального исчисления.

Глава 1

МЕХАНИКА

§ 1. Кинематика

1) Скорость материальной точки

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt},$$

где $\Delta \vec{r}$ — перемещение (приращение радиуса-вектора);
ускорение материальной точки

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

2) Зависимости скорости и перемещения от времени
при равноускоренном движении:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t; \quad \Delta \vec{r} = \vec{v}_0t + \frac{\vec{a}t^2}{2},$$

где $\vec{v}_0$ — начальная скорость. При $\vec{a} = 0$ получаем закон
равномерного движения: $\Delta \vec{r} = \vec{v}t$.

3) Путь, пройденный точкой за промежуток времени
($t_2 - t_1$),

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v \, dt$$

где v — модуль скорости.

При прямолинейном равноускоренном движении

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

4) Если из некоторой точки пространства проводить
векторы скорости материальной точки в различные мо-
менты ее движения, то концы этих векторов располо-
жатся по кривой, называемой годографом скорости.
При движении точки по ее траектории конец вектора
скорости движется по годографу, причем скорость дви-

жения конца вектора скорости по годографу равна ускорению точки при движении по траектории.

5) При криволинейном движении

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2},$$

где R — радиус кривизны траектории; a_n — нормальное (центростремительное) ускорение; a_t — тангенциальное ускорение; a — полное ускорение.

6) При поступательном движении твердого тела скорости и ускорения всех точек тела в любой момент одинаковы.

7) Вращательное движение твердого тела характеризуется угловой скоростью $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$ и угловым

ускорением $\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$. Векторы $\Delta \vec{\omega}$ и $\vec{\omega}$ направлены вдоль оси вращения по правилу правого винта.

8) Связь линейной скорости v и тангенциального ускорения a_t точки вращающегося твердого тела с угловой скоростью и ускорением:

$$v = \omega R = \frac{2\pi R}{T}; \quad a_t = \varepsilon R,$$

где R — расстояние данной точки до оси; T — период вращения.

9) Гармоническое колебание описывается уравнениями:

$$s = A \sin(\omega t + \varphi) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right);$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi);$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s,$$

где s — смещение от положения равновесия; A — амплитуда; φ — начальная фаза; T — период колебания.

10) При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми периодами получается гармоническое колебание с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

и начальной фазой

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2},$$

где A_1, A_2 — амплитуды складываемых колебаний; φ_1, φ_2 — их начальные фазы.

● **1-1.** На рисунке 1-1 показан график зависимости пути от времени для движения вагона трамвая в начале перегона.

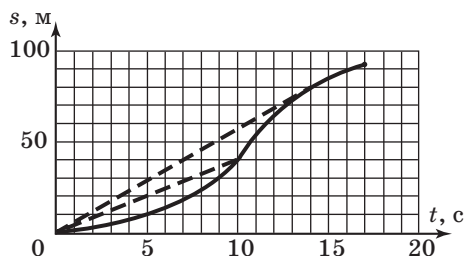


Рис. 1-1

а) Каков характер движения вагона в различные моменты времени?

б) В какой момент скорость вагона наибольшая?

в) Что показывают пунктирные линии графика?

г) Какова средняя скорость трамвая за первые 10 с? за первые 17 с?

● **1-2.** На рисунке 1-2 показан примерный график движения некоторой точки звучащей струны рояля. В какие моменты точка движется с наибольшей скоростью и в какие — с наибольшим ускорением?

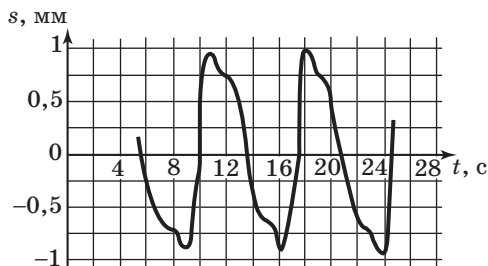


Рис. 1-2

● 1-3. На рисунке 1-3 показан примерный график скорости автомобиля.

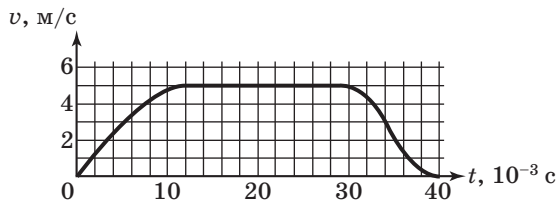


Рис. 1-3

а) Каков характер движения автомобиля в различные моменты времени?

б) Чему равен путь, пройденный автомобилем за 40 с?

● 1-4. Существуют приборы, позволяющие записывать графики, показывающие, как с течением времени меняется ускорение движущегося вагона.

а) В какие отрезки времени движение вагона, описанное графиком на рисунке 1-4, было ускоренным, в какие — замедленным, в какие — равномерным?

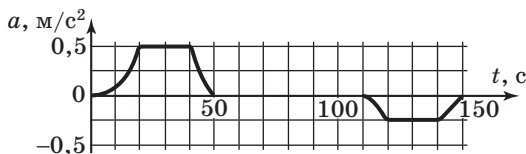


Рис. 1-4

б) Начертите приблизительно график скорости, соответствующий графику, показанному на рис. 1-4, предполагая, что при $t = 0$ $v = 0$.

● 1-5. На рисунке 1-5 дан график зависимости скорости от пройденного пути. Каков характер движения на отдельных участках пути?

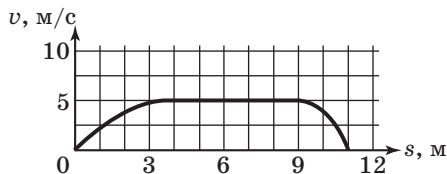


Рис. 1-5

■ **1-6.** На рисунке 1-6 показан график зависимости ускорения материальной точки от пройденного пути.

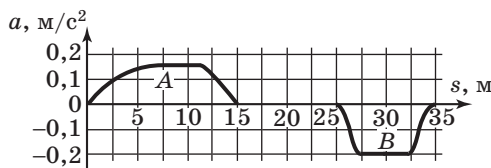


Рис. 1-6

а) Каков характер движения на отдельных участках?
 б) Что показывает площадь, ограниченная кривой и осью абсцисс?

в) Что можно сказать о начальной и конечной скоростях материальной точки, если площади A и B на графике равны?

● **1-7.** Поезд идет со скоростью 75 км/ч. Может ли человек заметить его перемещение темной ночью при вспышке молнии, продолжительность которой $\approx 2 \cdot 10^{-4}$ с, если он находится на таком расстоянии от поезда, на котором он может заметить смещение не меньше 1 см?

▲ **1-8.** Человек находится на расстоянии $h = 50$ м от прямой дороги, по которой приближается автомобиль со скоростью $v_1 = 10$ м/с.

а) По какому направлению должен бежать человек, чтобы встретиться с автомобилем, если автомобиль находится на расстоянии $b = 200$ м от человека и если человек бежит со скоростью $v_2 = 3$ м/с?

б) Какова наименьшая скорость, с которой должен бежать человек, чтобы встретиться с автомобилем?

● **1-9.** Поезд, двигаясь от остановки, прошел 200 м в течение 50 с и достиг скорости 6 м/с. Увеличивалось или уменьшалось ускорение движения с течением времени?

● **1-10.** Поезд метро проходит перегон 2 км за 2 мин 20 с. Принимая, что максимальная скорость поезда равна 60 км/ч и что в начале и в конце перегона поезд движется с постоянными ускорениями, равными по модулю, определите эти ускорения.

▲ 1-11. Наблюдатель, стоявший в момент начала движения электропоезда у его переднего края, заметил, что первый вагон прошел мимо него за $\tau = 4$ с. В течение какого времени мимо него будет двигаться n -й (7-й) вагон? Движение считать равноускоренным.

▲ 1-12. Наблюдатель, стоящий на платформе, заметил, что первый вагон электропоезда, приближающегося к станции, шел мимо него в течение 4 с, а второй — в течение 5 с. После этого передний край поезда остановился на расстоянии 75 м от наблюдателя. Считая движение поезда равнозамедленным, определите его ускорение.

● 1-13. По наклонной доске пустили снизу вверх шарик. На расстоянии 30 см от начала пути шарик побывал дважды: через 1 с и через 2 с после начала движения. Определите начальную скорость и ускорение движения шарика, считая движение равноускоренным.

■ 1-14. Фонарь, находящийся на расстоянии $R_0 = 3$ м от вертикальной стены, бросает на нее световой «зайчик». Фонарь равномерно вращается вокруг вертикальной оси с частотой $n = 0,5 \text{ с}^{-1}$. При вращении фонаря «зайчик» «бежит» по стене по горизонтальной прямой. Найдите скорость «зайчика» через $t = 0,1$ с после того, как луч света был перпендикулярен стене.

● 1-15. С пристани A отправляются вверх и вниз по реке два одинаковых катера и прибывают к пристаням B и C через одинаковые отрезки времени. На обратное возвращение катера из B в A требуется в 1,5 раза больше времени, чем на возвращение второго катера из C в A . Во сколько раз скорость катера в стоячей воде больше скорости течения реки?

▲ 1-16. Две линейки лежат одна на другой (рис. 1-7). Края линеек образуют угол α . Если линейку B перемещать поступательно со скоростью v , вектор которой образует с краем линейки A угол β , то точка C пересечения линеек перемещается. Определите скорость v точки C как

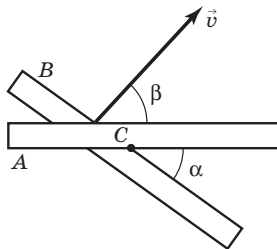


Рис. 1-7

функцию скорости v и углов α и β . При каком угле β : а) скорость v_C наиболее велика? б) скорости v_C и v равны между собой?

▲ 1-17. С какой скоростью должен лететь самолет и какой курс он должен держать, чтобы за 1 ч пролететь точно по направлению на север путь 200 км, если во время полета дует северо-восточный ветер под углом 35° к меридиану со скоростью 30 км/ч?

▲ 1-18. Острова A и B расположены посередине реки на расстоянии $s = 0,5$ км один от другого по направлению течения, скорость которого $v_1 = 2,5$ км/ч. На берегу против острова A по направлению, перпендикулярному направлению течения, находится пристань, расстояние которой от A тоже равно $s = 0,5$ км. Гребец плывет на лодке один раз с острова A на остров B и обратно, другой раз — с острова A к пристани и обратно. Скорость лодки в стоячей воде равна v_2 .

а) При каком условии гребец может совершить первую поездку?

б) При каком условии он может переехать с острова на пристань по соединяющей их прямой?

в) Как в предыдущем случае он должен держать свой курс, если $v_2 = 5$ км/ч?

г) Одинаковое ли время понадобится ему для этих двух поездок?

д) При какой скорости v_2 первая из этих поездок потребует времени в $n = 2$ раза больше, чем вторая?

● 1-19. Какой вид имеет годограф скорости для следующих случаев: а) равномерное прямолинейное движение; б) равноускоренное прямолинейное движение; в) равномерное движение по окружности; г) равноускоренное движение по окружности?

● 1-20. Поезд движется по закруглению радиусом 400 м, причем его тангенциальное ускорение равно $0,2 \text{ м/с}^2$. Определите его нормальное и полное ускорения в тот момент, когда его скорость равна 10 м/с.

▲ 1-21. Три самолета выполняют разворот, двигаясь на расстоянии 60 м друг от друга (рис. 1-8). Средний самолет летит со скоростью 360 км/ч, двигаясь по дуге окружности радиусом 600 м. Определите ускорение каждого самолета.

● 1-22. Колесо, имеющее 12 равноотстоящих спиц, во время вращения фотографируют с экспозицией 0,04 с. На снимке видно, что каждая спица за это время повернулась на половину угла между двумя соседними спицами. Найдите угловую скорость вращения.

▲ 1-23. Круг (рис. 1-9) с черным сектором (центральный угол равен 40°) вращается вокруг оси, проходящей через центр круга перпендикулярно его плоскости, с частотой 1500 мин^{-1} .

а) Что будет видно на круге, если в темной комнате его освещать светом, мигающим 100 раз в секунду, причем длительность каждой вспышки света равна 0,003 с (неоновая лампа, работающая на переменном токе)? Принять во внимание, что поверхность, освещаемая светом, мигающим чаще, чем 10 раз в секунду, кажется тем более яркой, чем длительнее промежутки времени, в течение которых она освещается.

б) Решите эту задачу при частоте вращения 1470 мин^{-1} .

● 1-24. Каково направление углового ускорения в следующих случаях: а) тело вращается вокруг вертикальной оси по часовой стрелке с возрастающей угловой скоростью? б) ось вращения тела поворачивается, но модуль угловой скорости остается неизменным?

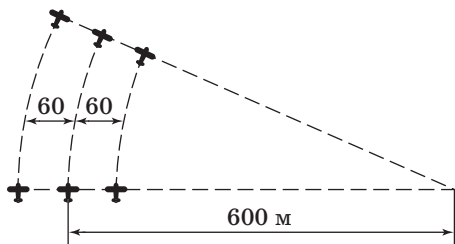


Рис. 1-8

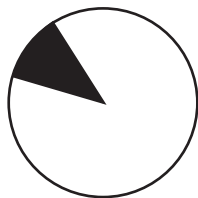


Рис. 1-9

● 1-25. Колесо, вращающееся с частотой 1500 мин^{-1} , при торможении стало вращаться равнозамедленно и остановилось через 30 с. Найдите угловое ускорение и число оборотов с момента начала торможения до остановки.

● 1-26. Некоторое тело начинает вращаться с постоянным угловым ускорением $0,04 \text{ с}^{-2}$. Через какое время после начала вращения полное ускорение какой-либо точки тела будет направлено под углом 76° к вектору скорости этой точки?

▲ 1-27. Шарик радиусом $R = 3 \text{ см}$ катится равномерно и без скольжения по двум параллельным рейкам, расстояние между которыми $l = 4 \text{ см}$ (рис. 1-10), и за время $t = 2 \text{ с}$ проходит путь $s = 1,2 \text{ м}$. С какими скоростями v_1 и v_2 движутся верхняя и нижняя точки шарика?

▲ 1-28. Шар радиусом 16 см насажен на горизонтальную ось и катится по плоской поверхности со скоростью 60 см/с , описывая окружность радиусом 30 см (рис. 1-11). Определите результирующую угловую скорость шара и ее наклон к горизонту.

● 1-29. Наибольшее смещение и наибольшая скорость точки, совершающей гармоническое колебание, равны соответственно 5 см и 12 см/с . а) Каково наибольшее ускорение точки? б) Каковы скорость и ускорение точки в тот момент, когда смещение равно 3 см?

● 1-30. Конец ветви камертона колеблется с частотой 500 Гц и амплитудой 0,2 мм. Определите: а) среднюю скорость при движении от крайнего положения к поло-

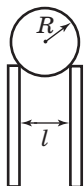


Рис. 1-10

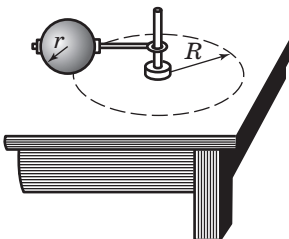


Рис. 1-11

жению равновесия; б) среднюю скорость при прохождении 0,1 мм, начиная от крайнего положения; в) среднюю скорость при прохождении 0,1 мм, начиная от положения равновесия; г) максимальную скорость.

● 1-31. Середина струны колеблется с частотой 200 Гц и с амплитудой 3 мм. Найдите наибольшее ускорение.

● 1-32. Во многих машинах (компрессор, водяной насос и т. п.) встречается механизм, схематически изображенный на рисунке 1-12. При каком условии движение точки *A* можно считать гармоническим колебанием, если точка *B* равномерно движется по окружности?

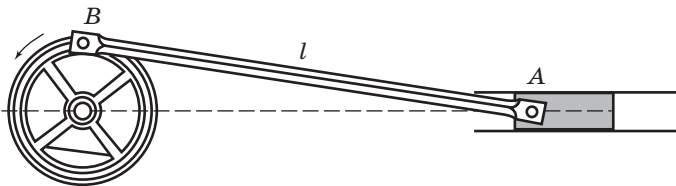


Рис. 1-12

● 1-33. Балансир часов совершает вращательные гармонические колебания. Как движется при этих колебаниях конец вектора угловой скорости балансира?

● 1-34. а) Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 5 и 7 см складываются в одно гармоническое колебание с амплитудой 9 см. Определите разность фаз складываемых колебаний.

б) Наибольшая скорость материальной точки в первом колебании равна 50 см/с. Определите наибольшую скорость точки в результирующем колебании.

● 1-35. Начертите график движения, которое является результатом сложения двух гармонических колебаний с периодами 0,02 и 0,03 с. Амплитуда первого колебания в два раза больше амплитуды второго. Принять, что в начальный момент фазы колебаний равны 0 и π . Определите период получившегося таким образом негармонического колебания.

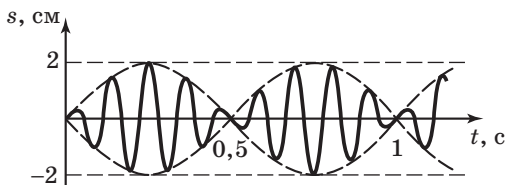


Рис. 1-13

● **1-36.** В помещении установлены два электродвигателя. Когда работает один из двигателей, некоторая точка пола совершает колебания с амплитудой $0,1 \text{ мм}$ и частотой 1410 мин^{-1} . Когда работает другой двигатель, та же точка пола совершает колебания с той же амплитудой и частотой 1440 мин^{-1} . Как будет колебаться эта точка, если оба двигателя будут работать одновременно?

● **1-37.** На рисунке 1-13 дан график сложного колебания. Известно, что оно состоит из двух синусоидальных колебаний. Найдите их частоты и амплитуды.

§ 2. Движение свободно падающих тел

Задачи данного параграфа относятся к движению тел с ускорением, постоянным и по модулю, и по направлению. Примером такого движения можно считать движение тел в поле тяготения Земли на небольшом расстоянии от ее поверхности при условии, что сила сопротивления среды (воздуха) значительно меньше силы тяжести тела. При решении задач следует принимать, что эти условия выполнены. Зависимости скорости и перемещения от времени описываются формулами, приведенными в пункте 2 введения к § 1, где $\vec{a} = \vec{g}$.

1) Кроме случаев, особо оговоренных в условии задачи, ускорение падающих тел следует считать равным $g = 9,80 \text{ м/с}^2$.

2) Наибольшая высота и дальность полета тел, брошенных под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 :

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}; \quad s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

● **2-1.** С какой высоты в безвоздушном пространстве должно упасть тело, чтобы приобрести скорость:
 а) 72 км/ч (скорость поезда)?
 б) 1 см/мин (скорость оседания очень мелкой пыли в воздухе)?

▲ **2-2.** На рисунке 2-1, а изображена установка для определения ускорения падающих тел в школьной лаборатории. Мимо смоченной краской кисточки (или птичьего пера), вращаемой электродвигателем, падает после пережигания нити цилиндр, обернутый бумагой. Кисточка наносит на цилиндр метки, как показано на рисунке 2-1, б.

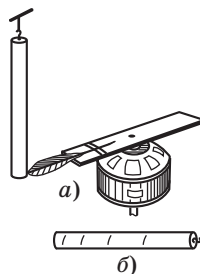


Рис. 2-1

а) Почему метки наклонены к оси цилиндра?

б) Определите ускорение g , если расстояния между метками оказались равными 23, 40, 56, 74, 91, 110, 126 и 143 мм. Измерения показали, что частота вращения двигателя равна 1440 мин^{-1} .

▲ **2-3.** На рисунке 2-2 показана в натуральную величину кривая линия, вычерченная острием, прикрепленным к ветви звучащего камертона, на свободно падающей мимо него закопченной стеклянной пластинке. Определите частоту колебаний камертона.

▲ **2-4.** Камень брошен вертикально вверх со скоростью $v_0 = 15 \text{ м/с}$. Через какое время он будет на высоте: а) $h_1 = 10 \text{ м}$? б) $h_2 = 12 \text{ м}$?

▲ **2-5.** Линейка А (рис. 2-3) длиной 25 см подвешена к стене на нити. Ниже линейки в стене имеется маленькое отверстие В. На какой высоте h над отверстием В должен находиться нижний край линейки, если нужно, чтобы линейка, падая при пережигании нити, закрыла собой отверстие В на 0,1 с?



Рис. 2-2

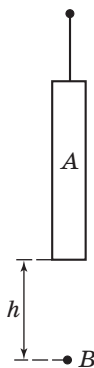


Рис. 2-3

▲ 2-6. С какой скоростью нужно бросить вертикально тело с высоты 40 м, чтобы оно упало: а) на 1 с раньше, чем в случае свободного падения? б) на 1 с позднее?

▲ 2-7. Два тела брошены вертикально вверх из одной и той же точки с одинаковой начальной скоростью $v_0 = 24,5$ м/с с промежутком времени $\tau = 0,5$ с.

а) Через какое время от момента бросания второго тела и на какой высоте h они столкнутся?

б) Каков физический смысл решения, если $\tau \geq \frac{2v_0}{g}$?

▲ 2-8. Покажите, что вектор перемещения $\Delta \vec{r}$ тела, брошенного со скоростью $\vec{v}_0$, через отрезок времени t равен векторной сумме:

$$\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2}.$$

● 2-9. Камень, брошенный горизонтально на высоте $h = 2$ м над землей, упал на расстоянии $s = 7$ м от места бросания (считая по горизонтали). Найдите его начальную (v_0) и конечную (v) скорости.

▲ 2-10. На рисунке 2-4 изображена схема школьного опыта, служащего для иллюстрации второго закона Ньютона. Из капельницы A , установленной на движущейся тележке B , через равные промежутки времени падают капли. Следы капель $C, C, C, \dots$ отстоят друг от друга на расстояния, составляющие арифметическую прогрессию. Этот факт принимается за доказательство того, что тележка движется равноускоренно. Проверьте, приняв во внимание, что капли падают по параболическим траекториям, правильно ли это.

▲ 2-11. Начальная скорость брошенного под некоторым углом к горизонту камня равна 10 м/с, а спустя 0,5 с скорость камня равна 7 м/с. На какую высоту над начальным уровнем поднимется камень?

■ 2-12. Две стальные плиты высотой $h = 40$ см помещены рядом и образуют вертикальную щель шириной $l = 2$ см (рис. 2-5). К щели со скоростью $v_0 = 1$ м/с под-

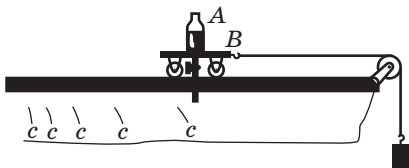


Рис. 2-4

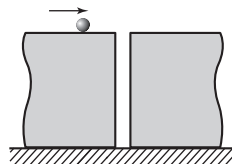


Рис. 2-5

катывается стальной шарик и проваливается в нее. Несколько раз ударившись о стенки щели, он падает на пол. Направление движения шарика перед падением в щель перпендикулярно щели. Диаметр шарика $d = 0,6$ см. Сколько раз шарик ударится о стенки перед тем, как упасть на пол? Принять, что шарик отскакивает (отражается) от плиты с той же скоростью, с которой ударился, и что угол отражения равен углу падения. Временем удара шарика о стенку пренебречь.

● **2-13.** Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы высота подъема была равна дальности полета?

● **2-14.** Во время спортивных состязаний бросили диск на расстояние 53,1 м.

а) С какой минимальной скоростью надо бросить диск, чтобы он пролетел это расстояние, если $g = 9,81$ м/с²? Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Принять, что места бросания и падения диска находятся на одной высоте.

б) Какое расстояние пролетел бы диск при такой же скорости и том же угле бросания на экваторе, где $g = 9,78$ м/с²?

в) Какие данные следовало бы добавить к числам, характеризующим рекорды метания диска, чтобы можно было определить начальные скорости диска, которые собственно и характеризуют спортсменов?

● **2-15.** Из брандспойта бьет струя под углом $\alpha = 32^\circ$ к горизонту; струя падает на расстоянии $s = 12$ м от брандспойта. Площадь отверстия брандспойта $S = 1$ см². Какой объем воды подает брандспойт за $t = 1$ мин?

● **2-16.** Какой вид имеет годограф скорости для тела, брошенного под углом к горизонту?

▲ 2-17. Тело брошено под углом $\alpha_0 = 60^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0 = 20$ м/с.

а) Под каким углом α к горизонту движется тело после начала движения через 15 с? через 2,5 с?

б) Через какое время и на какой высоте тело будет двигаться под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту?

■ 2-18. Два тела брошены под разными углами к горизонту и с различными скоростями. Покажите, что во время движения их относительная скорость постоянна по модулю и направлению.

▲ 2-19. При каких углах между вектором начальной скорости и горизонтом брошенный камень при навесной траектории достигнет цели через промежуток времени в n раз ($n = 2$) больший, чем при настильной с той же начальной скоростью?

■ 2-20. Камень брошен с высоты $h = 2,1$ м над поверхностью Земли под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту и упал на Землю на расстоянии $s = 42$ м от места бросания, считая по горизонтали.

а) С какой скоростью камень был брошен?

б) В течение какого времени камень летел и на какой наибольшей высоте был?

■ 2-21. Упругий шарик, пролетев высоту $h = 20$ см, падает на наклонно поставленную стенку. На каком расстоянии от места падения он второй раз ударится о стенку? Угол наклона стенки к горизонту $\alpha = 37^\circ$.

▲ 2-22. Камень брошен со скоростью $v_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Определите радиус кривизны R его траектории: а) в верхней точке; б) в момент падения на Землю.

§ 3. Законы Ньютона.

Работа, мощность, энергия

1) Если в условиях рассматриваемой задачи скорости $\vec{v}$ и ускорения $\vec{a}$ всех точек тела в любой момент времени мало отличаются друг от друга, то движение тела можно рассматривать как движение материальной точки.

2) Ускорение, с которым движется материальная точка,

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

где $\vec{F}$ — векторная сумма всех сил, действующих на тело; m — масса тела.

3) Изменение импульса тела

$$\Delta \vec{p} = \Delta(m\vec{v}) = \vec{F} \cdot \Delta t$$

где Δt — отрезок времени, в течение которого действовала сила.

4) Центром масс системы материальных точек (движущихся независимо или составляющих сплошное тело) называется точка, координаты которой определяются формулами:

$$x_0 = \frac{\sum mx}{\sum m}; \quad y_0 = \frac{\sum my}{\sum m}; \quad z_0 = \frac{\sum mz}{\sum m},$$

где x_0, y_0, z_0 — координаты центра масс; m, x, y, z — массы и координаты материальных точек, составляющих систему. Теми же формулами определяется положение центра тяжести системы, когда она находится в однородном поле тяготения (поле тяготения Земли на небольшом по сравнению с ее радиусом протяжении можно считать однородным).

5) В замкнутой системе тел постоянны по модулю и направлению: а) векторная сумма импульсов составляющих ее тел; б) скорость центра масс системы.

6) В незамкнутой системе тел ускорение центра масс определяется по формуле

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

где $\vec{F}$ — векторная сумма всех сил, действующих на точки системы; m — сумма их масс.

7) При относительном движении соприкасающихся тел сила трения

$$F = \mu N,$$

где μ — коэффициент трения; N — сила нормального давления тел друг на друга. При решении задач следует принимать μ не зависящим от скорости.

8) Работа силы $\vec{F}$ при перемещении $\vec{s}$

$$A = F s \cos(\vec{F}, \vec{s}).$$

9) Мощность

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = (\vec{F}, \vec{v}),$$

где ΔA — работа, произведенная в течение отрезка времени Δt .

10) Кинетическая энергия тела

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

11) Потенциальная энергия системы груз — Земля

$$E_{\text{п}} = mgh,$$

где h — высота центра тяжести тела над уровнем, принимаемым за нулевой.

12) В замкнутой системе, в которой отсутствуют силы трения, полная энергия постоянна. В незамкнутой системе изменение энергии равно работе внешних сил.

Примечание. В задачах настоящего параграфа подразумевается, что движение тел и до, и после взаимодействия (например, до и после удара) является поступательным.

● **3-1.** Пуля массой $m = 10$ г, двигавшаяся со скоростью $v = 200$ м/с, врезалась в доску и углубилась в нее на расстояние $l = 4$ см.

а) Определите среднюю силу сопротивления F доски и время t движения пули в доске, считая движение пули внутри доски равнозамедленным.

б) Что произойдет, если произвести выстрел в доску из такого же материала, но толщиной 2 см? Какой импульс получит доска?

● **3-2.** Автомобиль-тягач, имеющий тормоза на всех колесах, тянет прицеп со скоростью 30 км/ч. Масса автомобиля 5000 кг, масса прицепа 2000 кг. На каком

наименьшем пути можно затормозить этот автопоезд до полной остановки, если коэффициент трения шин о покрытие дороги равен 0,6, коэффициент силы тяги для тягача и для прицепа равен 0,03? Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Указание. Коэффициентом силы тяги называется отношение силы сопротивления, возникающего при качении любого экипажа, к его весу. Сила сопротивления вызвана трением в подшипниках и приложена к экипажу в точках соприкосновения колес с землей.

● **3-3.** Груз, масса которого равна 1 кг, подвешен на динамометре. Груз поднимают сначала ускоренно, затем равномерно и, наконец, замедленно, после чего его таким же образом опускают. Модуль ускорения во всех случаях постоянен и равен $0,5 \text{ м/с}^2$. Что показывает динамометр в различные моменты движения?

▲ **3-4.** Через блок ничтожно малой массы, вращающийся с малым трением, перекинута нить, на концах которой привязаны грузы m_1 и m_2 , причем m_2 в n раз ($n = 2$) больше m_1 . Груз m_2 поднимают настолько, чтобы груз m_1 коснулся пола (рис. 3-1), и отпускают. На какую высоту h_1 поднимется груз m_1 после того, как груз m_2 ударится о пол, если высота груза m_2 над полом была $h_2 = 30 \text{ см}$?

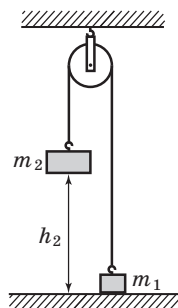


Рис. 3-1

▲ **3-5.** Человек жестко связан с резиновым шаром, наполненным водородом. Масса человека вместе с массой шара с водородом в n раз ($n = 1,1$) больше массы вытесняемого ими воздуха. Пренебрегая сопротивлением воздуха и принимая, что при движении шара в воздухе эффективная масса увеличивается на массу вытесненного воздуха, вычислите:

- а) с каким ускорением падает человек с шаром;
- б) на какую высоту поднимется человек, если прыгнет вместе с шаром вертикально вверх с такой скоростью, при которой без шара поднялся бы на 20 см.

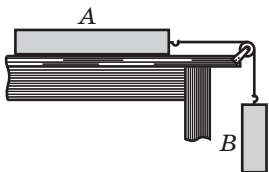


Рис. 3-2

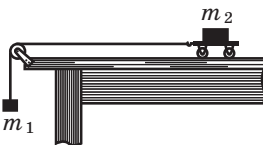


Рис. 3-3

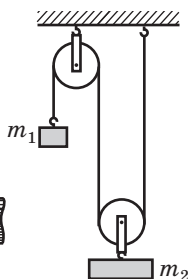


Рис. 3-4

▲ **3-6.** Доска A движется по горизонтальному столу под действием силы натяжения привязанной к ней нити. Нить перекинута через прикрепленный к столу блок и привязана к другой, падающей доске B (рис. 3-2).

а) Определите силу натяжения нити F , если масса m_1 доски A равна 200 г, масса m_2 доски B равна 300 г, коэффициент трения $\mu = 0,25$. Масса блока ничтожно мала.

б) Как изменится ответ, если доски поменять местами?

в) Определите силу, действующую на ось блока в случаях а) и б).

■ **3-7.** Для иллюстрации второго закона Ньютона иногда показывают такой опыт (рис. 3-3). Тележка массой m_2 приводится в движение вначале грузом m_1 , а затем грузом в n раз ($n = 2$) большей массой.

а) Можно ли утверждать, что при отсутствии трения ускорение во втором случае должно быть в n раз больше, чем в первом?

б) Чему равно отношение ускорений, если масса груза $m_1 = 30$ г, масса тележки $m_2 = 200$ г и коэффициент трения $\mu = 0,1$?

в) При каком коэффициенте трения ускорение во втором случае в n раз больше, чем в первом?

▲ **3-8.** Определите ускорение, с которым движется груз массой m_1 в установке, изображенной на рисунке 3-4. Трением, массами блоков и жесткостью шнура пренебречь. Рассмотрите следующие частные случаи:

а) $m_1 = m_2$; б) $m_1 \ll m_2$; в) $2m_1 = m_2$; г) $m_1 \gg m_2$.

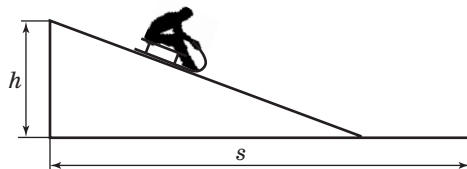


Рис. 3-5

● **3-9.** Санки скатываются с ледяной горы высотой h и останавливаются на ледяном поле на расстоянии s по горизонтальному направлению от вершины наклонной плоскости (рис. 3-5). Покажите, что коэффициент трения $\mu = \frac{h}{s}$.

● **3-10.** Тело медленно втаскивают из точки B (рис. 3-6) в точку A по плоской кривой. Покажите, что работа при подъеме не зависит от формы пути, если коэффициент трения во всех точках пути один и тот же.

▲ **3-11.** Наклонные плоскости 1, 2, 3 имеют общее основание (рис. 3-7).

а) Каков наклон плоскости к горизонту, если время соскальзывания тел по этой плоскости меньше, чем по остальным плоскостям? (Рассмотреть случаи, когда трение ничтожно мало и когда коэффициент трения $\mu = 0,25$.)

б) Каков коэффициент трения, если время соскальзывания при угле наклона $\alpha_1 = 60^\circ$ и время соскальзывания при угле наклона $\alpha_2 = 45^\circ$ равны между собой?

▲ **3-12.** Ледяная гора составляет с горизонтом угол $\alpha = 10^\circ$. По ней пускают снизу вверх камень, который, под-

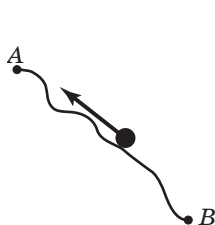


Рис. 3-6

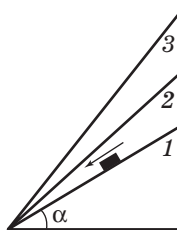


Рис. 3-7

нявшись на некоторую высоту, затем соскальзывает по тому же пути вниз. Чему равен коэффициент трения, если время спуска камня в n раз ($n = 2$) больше времени подъема?

■ **3-13.** По наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, скользит доска, на которой находится брусок. Определите ускорение доски a_1 и ускорение бруска a_2 , если коэффициенты трения доски о наклонную плоскость и бруска о доску равны μ_1 и μ_2 . Рассмотрите случаи: а) $\mu_1 > \mu_2$; б) $\mu_1 < \mu_2$; в) $\mu_1 = \mu_2$. Отношение масс бруска и доски m_2/m_1 известно.

● **3-14.** Стальной шарик массой 10 г падает на горизонтальную поверхность стола с высоты 25,6 см и, отскочив, поднимается на высоту 19,6 см. Какова средняя сила, с которой шарик действовал на стол при ударе, если соприкосновение шарика со столом длилось 10^{-4} с?

● **3-15.** Некоторые животные, живущие в воде (например, каракатица), передвигаются следующим образом. Внутри тела животного имеется полость, сообщающаяся с окружающей водой. Животное то увеличивает объем полости (при этом вода входит в полость), то уменьшает, выбрасывая воду наружу. Что происходит при этих процессах?

● **3-16.** Когда колеблется струна, скорость ее все время меняется. Импульс струны вследствие этого тоже меняется. Как это согласовать с законом сохранения импульса?

▲ **3-17.** На рисунке 3-8 изображена схема школьного опыта, иллюстрирующего третий закон Ньютона. Между двумя тележками помещается легкая сжатая пружина Π . При пережатии нити H пружина расталкивает тележки в разные стороны. Как относятся расстояния,

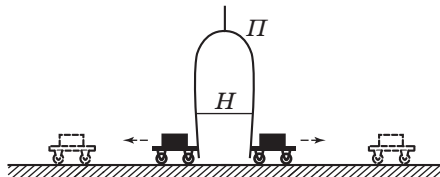


Рис. 3-8

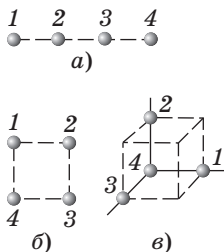


Рис. 3-9

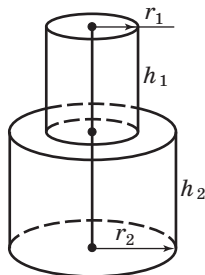


Рис. 3-10

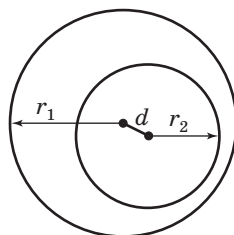


Рис. 3-11

которые проедут тележки до полной остановки, если масса левой относится к массе правой, как 1 : 3?

■ **3-18.** Ракета, первоначально неподвижная, выбрасывает равномерной струей газа со скоростью $v_1 = 300$ м/с (относительно ракеты); расход газа $\mu = 90$ г/с. Начальная масса ракеты $m = 270$ г.

а) Через сколько времени после пуска ракета достигнет скорости $v_2 = 40$ м/с?

б) Какой скорости достигнет ракета, если масса ее горючего $m_0 = 180$ г? Сопротивлением воздуха пренебречь.

● **3-19.** Определите положение центра масс системы, состоящей из четырех шариков массами 1, 2, 3 и 4 г в случаях, если шарики расположены: а) на одной прямой; б) по вершинам квадрата; в) по четырем смежным вершинам куба (рис. 3-9, а—в). Во всех случаях расстояния между соседними шариками равны 10 см.

▲ **3-20.** а) Определите положение центра масс двойного однородного цилиндра, изображенного на рисунке 3-10, где $r_1 = 5$ см; $r_2 = 10$ см; $h_1 = 10$ см; $h_2 = 15$ см.

б) Определите положение центра масс пластинки, имеющей форму осевого сечения тела, изображенного на рисунке 3-10.

▲ **3-21.** Определите положение центра масс фигуры в виде тонкого круглого диска радиусом $r_1 = 5$ дм, в котором вырезано круглое отверстие радиусом $r_2 = 3$ дм, причем центр отверстия лежит на расстоянии $d = 1$ дм от центра диска (рис. 3-11).

■ **3-22.** Потенциальные энергии двух одинаковых сплошных прямых круглых конусов, один из которых поставлен вертикально, а другой лежит на горизонтальной плоскости, равны между собой. Определите угол между осью и образующей конуса.

▲ **3-23.** Два точечных тела составляют замкнутую систему, центр масс которой покоится. Отношение масс

тел $\frac{m_1}{m_2} = 2$. На рисунке 3-12 показаны положения обоих

тел в некоторый момент времени и траектория тела массой m_1 , являющаяся плоской кривой. Постройте по точкам траекторию тела массой m_2 .

▲ **3-24.** На концы однородного стержня насажены два одинаковых шара. Стержень бросают, причем в начальный момент один из шаров движется со скоростью 32 м/с по направлению, составляющему угол 60° с горизонтом, а другой шар движется в прямо противоположном направлении со скоростью 4 м/с. На какую высоту над начальным уровнем поднимется середина стержня?

▲ **3-25.** а) Чему равно ускорение центра масс системы грузов массами m_1 и m_2 , описанных в задаче 3-4?

б) Чему будет равна скорость центра масс в тот момент, когда груз массой m_2 достигнет пола?

■ **3-26.** На рисунке 3-13, а показаны тележки А и В, соединенные натянутым шнуром, перекинутым через неподвижные блоки малой массы. На тележке А сидит

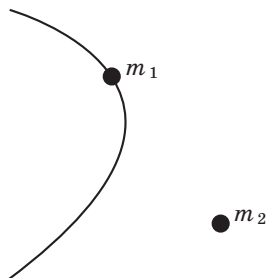


Рис. 3-12

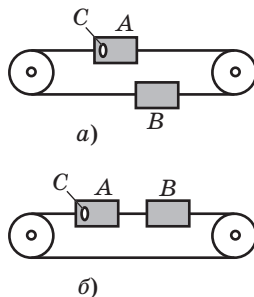


Рис. 3-13

пассажир *С*. Масса тележки *В* равна сумме масс тележки *А* (100 кг) и пассажира *С* (50 кг). Трение в тележках и блоках ничтожно мало. Пассажир *С* встает, перемещается вдоль тележки вправо на 1,2 м и снова садится.

а) Как переместятся при этом тележки?

б) Как сместится при переходе пассажира центр масс системы, состоящей из тележек и пассажира?

в) Ответьте на вопросы а) и б) в случае расположения тележек, показанном на рисунке 3-13, б.

г) Как направлена результирующая сила, действующая на оси неподвижных блоков, в случаях расположения тележек, показанных на рисунке 3-13, а и б?

■ **3-27.** Лодка неподвижно стоит на озере. На корме и на носу лодки на расстоянии $l = 2$ м друг от друга сидят два рыбака. Масса лодки $m = 140$ кг, массы рыбаков $m_1 = 70$ кг и $m_2 = 40$ кг. Рыбаки меняются местами. Как перемещается при этом лодка?

● **3-28.** Какая работа будет совершена, если поезд массой 800 т: а) увеличит свою скорость от 36 до 54 км/ч? б) остановится, имея начальную скорость 72 км/ч?

● **3-29.** При выстреле из винтовки сила давления расширяющихся газов производит работу 13 300 Дж; продолжительность выстрела $1,47 \cdot 10^{-3}$ с; пуля массой 9,6 г вылетает со скоростью 880 м/с. Определите полную и полезную мощности выстрела.

▲ **3-30.** Тепловоз тянет поезд, общая масса которого равна 2000 т. Принимая, что мощность тепловоза постоянна и равна 1800 кВт и что коэффициент силы тяги (см. указание к задаче 3-2) равен 0,005, определите: а) ускорения поезда в те моменты, когда скорость его равна 4 и 12 м/с; б) максимальную скорость поезда.

▲ **3-31.** Уклон участка шоссе равен 0,05. Спускаясь под уклон при выключенном двигателе, автомобиль массой 1,5 т движется равномерно со скоростью 60 км/ч. Какова должна быть мощность двигателя автомобиля, чтобы он мог подниматься на такой же подъем с той же скоростью?

▲ **3-32.** Автомобиль движется вверх по небольшому подъему с установившейся скоростью 3 м/с; если он движется в обратном направлении, т. е. под уклон, то при той же мощности двигателя устанавливается скорость 7 м/с. Какая скорость v_0 установится при той же мощности двигателя во время движения по горизонтальному пути? (При указанных скоростях можно принять, что сила сопротивления движению не зависит от скорости.)

▲ **3-33.** Конькобежец массой $m = 50$ кг движется по горизонтальному пути равномерно, а затем с разгона проезжает до остановки путь $s = 60$ м в течение времени $t = 25$ с. Считая движение конькобежца после окончания разгона равнозамедленным, определите: а) коэффициент трения; б) мощность, затрачиваемую конькобежцем при равномерном движении.

● **3-34.** Камень массой 50 г, брошенный под углом к горизонту с высоты 20 м над поверхностью Земли со скоростью 18 м/с, упал на Землю со скоростью 24 м/с. Найдите работу силы сопротивления воздуха.

▲ **3-35.** Камень массой $m = 200$ г, брошенный с горизонтальной поверхности под углом к горизонту, упал на нее обратно на расстоянии $s = 5$ м через время $t = 1,2$ с. Какая кинетическая энергия была сообщена камню при бросании? Сопротивлением воздуха пренебречь.

▲ **3-36.** На рисунке 3-14 показан школьный прибор для демонстрации сложения импульсов, полученных шариком C при ударах молотков A и B . Покажите, что путь, пройденный шариком C по горизонтальной плоскости при одновременном ударе молотков A и B , равен сумме путей, которые прошел бы шарик при таких же ударах молотков A и B в отдельности: $s = s_1 + s_2$.

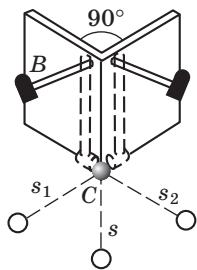


Рис. 3-14

■ **3-37.** Покажите, что при упругом ударе тел направление их относительной скорости меняется, а по модулю не меняется.

Указание. При решении задачи следует выбрать такую систему отсчета, в которой центр масс соударяющихся тел покоится.

▲ **3-38.** В ядерной технике часто бывает нужно уменьшать скорость нейтронов, выделяющихся при ядерных реакциях. Это осуществляется, например, при упругом соударении нейтрона с медленно движущимся ядром углерода (графита) или ядром дейтерия («тяжелого» водорода).

а) Во сколько раз уменьшается энергия нейтрона при упругом лобовом соударении нейтрона с ядром углерода (при лобовом соударении нейтрон после удара движется в направлении, противоположном начальному)? Принять, что масса ядра углерода в $n = 12$ раз больше массы нейтрона.

б) Во сколько раз уменьшается энергия нейтрона в случае, если после соударения с ядром углерода он движется в направлении, перпендикулярном начальному?

в) Произведите расчет а) и б) для соударения нейтрона с ядром дейтерия, массу которого можно принять равной удвоенной массе нейтрона.

▲ **3-39.** Покажите, что изменение кинетической энергии тел при неупругом ударе зависит только от относительной скорости тел до удара и от их приведенной массы.

▲ **3-40.** Молот массой 1,5 т ударяет по раскаленной болванке, лежащей на наковальне, и деформирует болванку. Масса наковальни вместе с болванкой равна 20 т. Определите коэффициент полезного действия при ударе молота, считая удар неупругим.

Примечание. Считать работу, произведенную при деформации болванки, полезной, а работу, затраченную на сотрясение фундамента, — бесполезной.

▲ **3-41.** Два стальных шара подвешены на нитях так, что при их касании центры масс находятся на расстоянии $l = 1$ м ниже точек подвеса, а нити вертикальны. Массы их $m_1 = 800$ г и $m_2 = 200$ г. Меньший шар отводят в сторону так, что нить отклоняется на угол $\alpha = 90^\circ$, и отпускают. Принимая шары за абсолютно упругие, оп-

ределите: а) на какую высоту они поднимутся после удара; б) что произойдет, если таким же образом отклонить больший шар; в) при каком соотношении между массами шаров высоты, на которые они поднимутся после удара, равны между собой.

▲ 3-42. Три одинаковых упругих шарика висят, касаясь друг друга, на трех параллельных нитях одинаковой длины. Один из шариков отклоняют по направлению, перпендикулярному прямой, соединяющей центры двух других шариков, и отпускают, причем он приобретает скорость v . Чему равны скорости шариков после удара?

▲ 3-43. Быстро движущаяся молекула газа ударяется о другую молекулу того же газа, скорость которой в момент удара ничтожно мала. После удара молекулы летят в разные стороны. Показать, что угол между направлениями скоростей молекул после удара равен 90° , если удар был упругим (т. е. внутреннее состояние молекул после удара таково же, как и до удара), и меньше 90° , если удар был неупругим (т. е. энергия, зависящая от внутреннего состояния молекул, хотя бы у одной из них увеличилась, молекула перешла в возбужденное состояние), и больше 90° , если энергия, зависящая от внутреннего состояния молекул, хотя бы у одной из них уменьшилась (молекула перешла из возбужденного состояния в основное).

▲ 3-44. На рисунке 3-15 показана схема установки для определения скорости пули так называемым баллистическим методом. На восьминитном подвесе висит

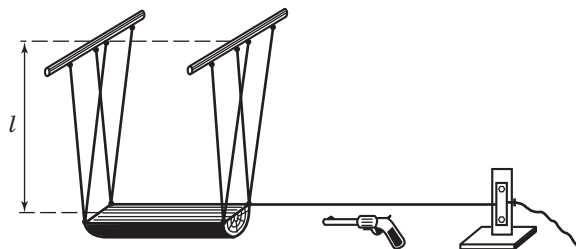


Рис. 3-15

полено с плоской верхней поверхностью (или ящик с песком). К полену привязана длинная нить, свободный конец которой продернут под картон, прикрепленный кнопками к деревянной вертикальной стойке так, что нить расположена горизонтально. Расстояние от верхней поверхности полена до подвеса равно l . В торец полена стреляют из ружья; полено отклоняется и протаскивает нить под картоном на длину s , значительно меньшую расстояния l . Принимая во внимание, что масса пули m_1 мала по сравнению с массой полена m_2 , покажите, что скорость пули можно вычислить по формуле

$$v = \frac{m_2 s}{m_1} \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

■ **3-45.** Через два маленьких неподвижных блока, оси которых горизонтальны и находятся на одной высоте на расстоянии 90 см друг от друга, перекинута нить. К концам и к середине нити привязаны три одинаковых груза. Средний груз поднимают так, чтобы нить была горизонтальна и чтобы он находился посередине между блоками, и отпускают, после чего средний груз опускается, а крайние поднимаются.

а) С какой скоростью движутся грузы в тот момент, когда части нити образуют угол 120° ?

б) Какой путь пройдет средний груз, прежде чем начать подниматься?

■ **3-46.** На путях стоит цистерна с водой. Внизу цистерны расположена вертикальная трубка, смещенная к одной из пар колес (рис. 3-16). Как будет двигаться цистерна при сливании воды через трубку (трением пренебречь)?

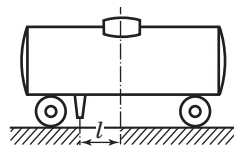


Рис. 3-16

§ 4. Динамика вращательного движения

1) Материальная точка равномерно движется по окружности, если векторная сумма действующих на нее сил направлена к центру окружности и равна по модулю

$$F = m\omega^2 R,$$

где m — масса точки; ω — угловая скорость; R — радиус окружности. То же соотношение можно применять к системе точек (например, к твердому телу конечных размеров) в случае, если по окружности радиуса R движется центр масс системы. Эту силу называют центростремительной.

2) Твердое тело, находящееся под действием вращающего момента M , движется с угловым ускорением

$$\varepsilon = \frac{M}{I},$$

где I — момент инерции тела относительно оси вращения.

3) Кинетическая энергия вращающегося твердого тела

$$E_{\text{к}} = \frac{I\omega^2}{2}.$$

4) Работа постоянного момента сил M

$$A = M\varphi,$$

где φ — угол поворота вращающегося тела.

5) Мощность при вращении тела

$$P = M\omega.$$

6) Момент импульса вращающегося тела относительно оси вращения

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

(векторы направлены вдоль оси вращения согласно правилу правого винта).

7) Векторная сумма моментов импульса тел, составляющих замкнутую систему, постоянна по модулю и по направлению.

8) Моменты инерции некоторых тел (m — масса тела):

а) тонкостенной круглой трубы радиусом r относительно оси, совпадающей с осью трубы: $I = mr^2$;

б) тонкого стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину: $I = ml^2/12$;

в) сплошного круглого цилиндра радиусом r относительно оси, совпадающей с его осью: $I = mr^2/2$;

г) шара радиусом r относительно оси, совпадающей с его диаметром: $I = 0,4mr^2$.

9) Соотношение Штейнера:

$$I = I_0 + mb^2,$$

где I_0 — момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; I — момент инерции относительно оси, параллельной первой; b — расстояние между осями; m — масса тела.

10) Соотношение между моментами инерции тонкого плоского тела (например, пластинки) относительно трех взаимно перпендикулярных осей (первая ось перпендикулярна плоскости):

$$I_1 = I_2 + I_3.$$

11) При наличии трения качения в точке касания тела с поверхностью действует момент силы

$$M = Nkr,$$

где N — сила нормального давления; k — безразмерный коэффициент трения качения; r — радиус катящегося тела. Момент трения качения препятствует вращению. В точке касания приложена также сила трения покоя F (сила сцепления), направленная вдоль поверхности. Если внешняя сила, действующая на катящееся тело, приложена к его центру и движение равномерно, то $F = Nk$.

В некоторых задачах используется коэффициент трения качения, имеющий размерность длины:

$$k' = kr.$$

12) На тело, движущееся со скоростью v относительно системы отсчета, вращающейся с угловой скоростью ω , действует сила инерции Кориолиса, перпендикулярная плоскости, в которой лежат векторы $\vec{v}$ и $\vec{\omega}$:

$$\vec{F} = 2m[\vec{v}\vec{\omega}].$$

● 4-1. Шарик массой 100 г, привязанный к нити, движется в вертикальной плоскости по окружности радиусом 30 см.

а) С какой силой натянута нить в тот момент, когда шарик проходит верхнее положение, если он движется со скоростью 210 см/с ?

б) С какой силой натянута нить, когда шарик проходит нижнее положение?

● **4-2.** а) Тело, масса которого равна 1 кг , вблизи экватора весит $9,78 \text{ Н}$. Принимая экваториальный радиус Земли равным 6378 км , определите силу притяжения этого тела Землей.

б) Каков был бы вес тела массой 1 кг на экваторе, если бы Земля вращалась в 10 раз быстрее?

▲ **4-3.** На рисунке 4-1 изображен прибор для пояснения зависимости центробежной силы от массы и расстояния от оси вращения. Шары A и B сделаны из одного и того же материала и имеют диаметры 3 и 2 см . Соединяющий шары шнур имеет длину $l = 10,5 \text{ см}$. Объемом канала, просверленного внутри шаров, можно пренебречь. Коэффициент трения шаров о стержень $k = 0,05$. Угловая скорость вращения прибора $\omega = 20 \text{ с}^{-1}$.

Если расстояние шара A от оси лежит в некотором интервале $x \pm \Delta x$, то шары удерживаются на неизменном расстоянии от оси. Найдите x и Δx .

▲ **4-4.** Небольшое тело скользит с вершины сферы радиуса R вниз (рис. 4-2). На какой высоте h от вершины тело оторвется от поверхности сферы и полетит вниз? Трение ничтожно мало.

▲ **4-5.** Небольшое тело соскальзывает вниз по наклонному скату, переходящему в мертвую петлю радиусом R (рис. 4-3).

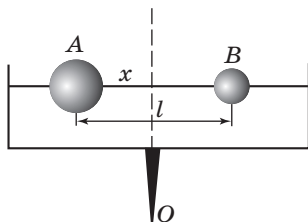


Рис. 4-1

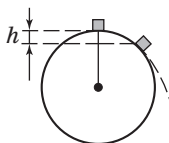


Рис. 4-2

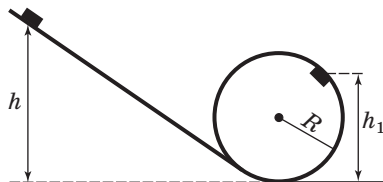


Рис. 4-3

а) На какой высоте h_1 выпадает тело, если начальная его высота равна h ? Трение ничтожно мало.

б) Какова должна быть высота h , чтобы тело сделало полную петлю, не выпадая?

■ **4-6.** Круглый стальной конус высотой 10 см и диаметром основания 8 см катится без скольжения по горизонтальной плоскости, делая один оборот вокруг вертикальной оси OO' в течение 2 с (рис. 4-4). Определите силу трения между образующей конуса и плоскостью, по которой он катится.

■ **4-7.** Если связать концы металлической цепочки между собой, привязать цепочку к шнуру и вращать шнур вокруг вертикальной оси, то цепочка принимает форму, близкую к окружности, расположенной в плоскости, перпендикулярной оси вращения (рис. 4-5).

а) Является ли форма цепочки плоской кривой?

б) Принимая форму цепочки за горизонтальную окружность, определите силу F натяжения вдоль цепочки, если ее масса $m = 100$ г, длина $l = 75$ см и частота вращения $n = 8$ с⁻¹.

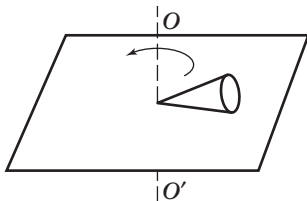


Рис. 4-4

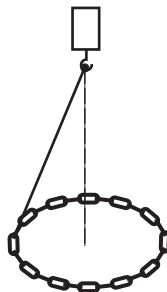


Рис. 4-5

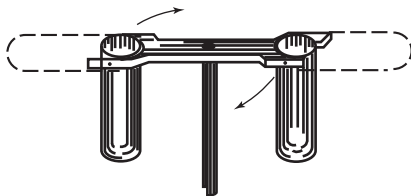


Рис. 4-6

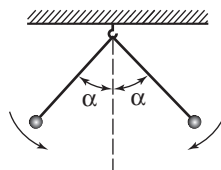


Рис. 4-7

▲ 4-8. На рисунке 4-6 в упрощенном виде изображена центрифуга. В пробирки покоящейся центрифуги налили жидкость плотностью $1,1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ до высоты 6 см над дном. При вращении центрифуги пробирки движутся, располагаясь почти горизонтально. Определите давление жидкости на дно пробирок во время вращения центрифуги, если дно пробирки при движении находится на расстоянии 10 см от оси вращения и если частота вращения центрифуги равна 20 с^{-1} .

▲ 4-9. Одинаковые упругие шарики, подвешенные на нитях одинаковой длины к одному крючку (рис. 4-7), отклоняют в разные стороны от вертикали на угол α и отпускают. Шарики ударяются и отскакивают друг от друга. Какова сила, действующая на крючок: а) при крайних положениях нитей; б) в начальный и конечный моменты удара шариков; в) в момент наибольшей деформации шариков?

▲ 4-10. Грузик, подвешенный на нити, отводят в сторону так, что нить принимает горизонтальное положение, и отпускают. При движении грузика вертикальная составляющая его скорости сначала возрастает, затем убывает. Какой угол с вертикалью образует нить в тот момент, когда вертикальная составляющая скорости грузика наибольшая?

● 4-11. Школьную модель центробежного регулятора (рис. 4-8) вращают с частотой $n = 3 \text{ с}^{-1}$. На какой угол отклоняются при этом стержни, несущие шары ММ? Длина стержней $l = 14 \text{ см}$. Массой всех деталей, кроме шаров, пренебречь.

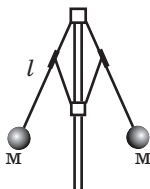


Рис. 4-8

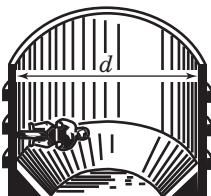


Рис. 4-9

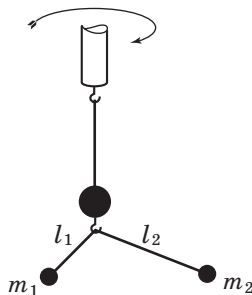


Рис. 4-10

● **4-12.** а) С какой максимальной скоростью может ехать по горизонтальной плоскости мотоциклист, описывая дугу радиусом $R = 90$ м, если коэффициент трения резины о почву $\mu = 0,4$?

б) На какой угол α от вертикального положения он должен при этом отклониться?

▲ **4-13.** Один из цирковых аттракционов — езда мотоциклистов по вертикальной стене цилиндрического строения (рис. 4.9).

а) Определите минимальную скорость, с которой должен ехать по вертикальной стене мотоциклист, если диаметр строения $d = 18$ м, центр масс мотоцикла и человека отстоит на расстояние $h = 1$ м от места соприкосновения колес со стеной, коэффициент трения шин о стену $\mu = 0,4$.

б) Под каким углом α к горизонту наклонен мотоциклист, если его скорость равна 20 м/с?

▲ **4-14.** Грузик привязан к нити, другой конец которой прикреплен к потолку. Вследствие толчка грузик движется по окружности, плоскость которой отстоит от потолка на $h = 1,5$ м. Чему равна частота вращения грузика?

■ **4-15.** Два грузика массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 50$ г привязаны к нитям, длины которых $l_1 = 28$ см и $l_2 = 30$ см. Другие концы нитей привязаны к третьему грузику, подвешенному на проволочке к крючку. Крючок можно вращать вокруг вертикальной оси (рис. 4-10). При ка-

кой частоте вращения проволочка над грузиком остается вертикальной?

● **4-16.** Двигатель мощностью $0,1 \text{ кВт}$ приводит в движение токарный станок, причем обрабатываемый на станке деревянный цилиндр диаметром 6 см вращается с частотой 600 мин^{-1} . Определите силу, с которой резец отделяет стружку, принимая, что мощность станка составляет 80% мощности двигателя.

▲ **4-17.** Легковой автомобиль работает в таком режиме: мощность двигателя 30 кВт ; потери в трансмиссии 10% ; частота вращения коленчатого вала 180 мин^{-1} ; частота вращения ведущей задней оси в $5,125$ раза меньше. Расстояние между передней и задней осями автомобиля равно $2,7 \text{ м}$. Чему равны при таком режиме нагрузки на переднюю и заднюю оси, если при неподвижном автомобиле нагрузки равны 7900 и 9100 Н ?

● **4-18.** Определите момент инерции системы шариков, описанной в задаче **3-19 а)**, относительно оси, перпендикулярной прямой, на которой расположены шарики, и проходящей через шарики: а) первый; б) второй; в) третий; г) четвертый.

■ **4-19.** Определите момент инерции системы, состоящей из четырех точечных масс m , расположенных по вершинам квадрата со стороной a , относительно оси, проходящей через центр квадрата в следующих случаях: а) ось лежит в плоскости квадрата, и образует с диагональю острый угол, не равный 45° ; б) ось не лежит в плоскости квадрата.

■ **4-20.** Определите момент инерции медного диска радиусом $R = 5 \text{ см}$, в котором сделаны два выреза в виде кругов радиусами $r = 2 \text{ см}$; центры вырезов находятся на прямой, проходящей через центр диска, на расстоянии $l = 2,5 \text{ см}$ от него (рис. 4-11). Толщина диска $h = 0,1 \text{ см}$. Рассмотрите следующие случаи: а) ось перпендикулярна плоскости диска и проходит через его центр; б) ось проходит через центры вырезов; в) ось проходит через центр диска и перпендикулярна осям, указанным в пунктах а) и б).

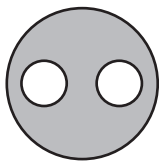


Рис. 4-11

● **4-21.** Два маленьких шарика массами $m_1 = 40$ г и $m_2 = 120$ г соединены стержнем длиной $l = 20$ см, масса которого ничтожно мала. Система вращается вокруг оси, перпендикулярной стержню и проходящей через центр масс системы. Определите импульс и момент импульса системы. Частота вращения равна 3 с^{-1} .

▲ **4-22.** Укажите, какие силы и моменты сил действуют в следующих случаях: а) колесо вагона поезда во время ускорения поезда увеличивает свою скорость. б) шарик замедленно катится по горизонтальной плоскости.

▲ **4-23.** Определите ускорения, с которыми движутся вдоль плоскости, наклоненной под углом α к горизонту, центры масс следующих тел: а) доски, скользящей с ничтожно малым трением; б) сплошного цилиндра, скатывающегося с ничтожным трением качения; в) доски, положенной на два цилиндра. Масса доски равна массе каждого из цилиндров.

▲ **4-24.** Две прочные линейки расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 2$ см под углом $\alpha = 5^\circ$ к горизонту (рис. 4-12). С каким ускорением будет катиться по ним шарик, радиус которого равен $r = 1,5$ см? Скольжение отсутствует.

▲ **4-25.** По тонкому стержню, покоящемуся на гладком столе, в некоторой точке A (рис. 4-13) производят удар в горизонтальном направлении.

а) Покажите, что в момент удара стержень вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через точ-

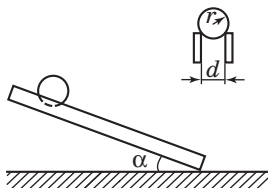


Рис. 4-12

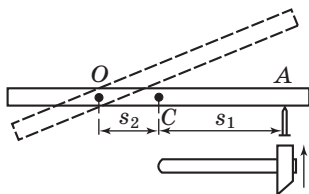


Рис. 4-13

ку O , причем, если трение мало, имеет место соотношение

$$s_1 s_2 = \frac{I_c}{m},$$

где s_1 и s_2 — расстояния точек A и O от C ; m — масса стержня; I_c — момент инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс стержня C .

б) Что произойдет, если ударить по стержню в точке O ?

в) Где будет проходить ось вращения, если ударить по самому концу стержня?

● **4-26.** Двигатель равномерно вращает маховик. После отключения двигателя маховик в течение времени $t = 30$ с делает $N = 120$ оборотов и останавливается. Момент инерции маховика $I = 0,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Принимая, что угловое ускорение маховика после отключения двигателя постоянно, определите мощность двигателя при равномерном вращении маховика.

● **4-27.** Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить частоту вращения маховика массой $0,5 \text{ т}$ от 0 до 120 мин^{-1} ? Массу маховика можно считать распределенной по ободу диаметром $1,5 \text{ м}$. Трением пренебречь.

▲ **4-28.** Вертикальный столб высотой $h = 5 \text{ м}$ подпиливается у основания и падает на землю.

а) Определите линейную скорость его верхнего конца в момент удара о землю.

б) Какая точка столба будет в любой момент падения иметь ту же скорость, какую имело же тело, падая с такой же высоты, как и данная точка?

▲ **4-29.** Массивное колесо, насаженное на ось, поддерживается двумя нитями, закрепленными, как показано на рисунке 4-14. Ось вращения колеса горизонтальна. Нити постепенно раскручиваются с оси, а колесо опускается.

а) Определите силу натяжения F каждой из двух нитей, если масса колеса вместе с осью $m = 1 \text{ кг}$, момент инерции относительно этой оси $I = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ и радиус оси $r = 5 \text{ мм}$.

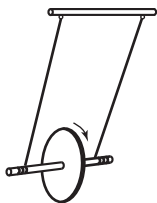


Рис. 4-14

б) Какова будет сила натяжения F каждой нити, когда колесо, опустившись до конца и продолжая вращаться по инерции, начнет накручивать нить на ось и подниматься?

в) Предположим, что доска, к которой прикреплены поддерживающие нити прибора, поднимается, оставаясь горизонтальной, так что диск остается на неизменной высоте. Какова сила натяжения нитей?

■ **4-30.** На круглый сплошной цилиндр A массой m (рис. 4-15) навит шнур. Цилиндр положен на два параллельных стержня BB , наклоненных к горизонту под углом $\alpha = 30^\circ$, и удерживается в этом положении рукой. Другой конец шнура перекинут через неподвижный блок C , расположенный так, что шнур параллелен стержням. К шнуру прикреплен груз D , масса которого равна $m \sin \alpha$, т. е. такова, что при отсутствии вращения наблюдалось бы равновесие. Как будут двигаться цилиндр и груз, если цилиндр отпустить? Трение и момент инерции блока считать ничтожно малыми.

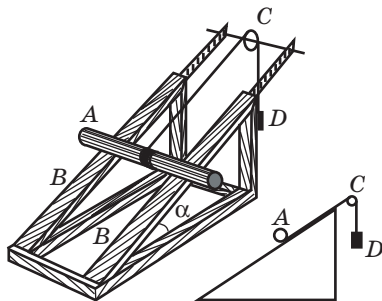


Рис. 4-15

▲ **4-31.** Стержень длины l и ничтожно малой массы с двумя маленькими шариками массами m_1 и m_2 ($m_1 > m_2$) на концах может вращаться вокруг оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно ему. Стержень приводят в горизонтальное положение и отпускают. Определите: а) угловое ускорение и силу давления на ось в начальный момент движения стержня; б) угловую скорость и силу давления на ось в момент прохождения стержня через положение равновесия.

▲ 4-32. Деревянный стержень массой $m = 1$ кг и длиной $l = 40$ см может вращаться вокруг оси, проходящей через его середину перпендикулярно стержню. В конец стержня попадает пуля массой $m_1 = 10$ г, летящая перпендикулярно оси и стержню со скоростью $v = 200$ м/с, и застревает в нем.

а) Определите угловую скорость стержня сразу после попадания пули.

б) Как изменилась при попадании пули в стержень общая сумма их кинетических энергий?

● 4-33. Горизонтально расположенный диск может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через центр диска. На диске помещены два одинаковых грузика так, что их центры масс расположены симметрично по отношению к центру диска. Грузики соединены ниткой. При вращении диска грузики удерживаются на своих местах натяжением нити и трением о диск. Трение в оси диска и сопротивление воздуха ничтожно малы. В некоторый момент нить пережигается, и грузики скользят к краям диска. Как изменяются при движении грузиков: а) кинетическая энергия диска и грузиков; б) импульсы диска и грузиков; в) моменты импульсов диска и грузиков?

▲ 4-34. На вращающемся столике, используемом в физических кабинетах для демонстрационных опытов, стоит человек, держащий на вытянутых руках на расстоянии $l_1 = 150$ см друг от друга две гири. Столик вращается с частотой $n_1 = 1$ с⁻¹. Человек сближает гири до расстояния $l_2 = 80$ см, и частота увеличивается до $n_2 = 1,5$ с⁻¹. Определите работу, произведенную человеком, если каждая гиря имеет массу $m = 2$ кг. Момент инерции человека относительно оси столика считать постоянным.

▲ 4-35. Горизонтальный диск вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω_1 ; его момент инерции относительно оси вращения I_1 . На него падает другой диск с моментом инерции относительно той же оси

I_2 и угловой скоростью ω_2 . Плоскости дисков параллельны, центры находятся на одной вертикальной линии. Нижняя поверхность падающего диска снабжена шипами, которые впиваются в верхнюю поверхность нижнего диска и скрепляют диски в одно целое.

а) Найдите угловую скорость ω получившейся системы.

б) На сколько изменится общая кинетическая энергия обоих дисков после падения второго диска?

в) Чем объяснить изменение общей кинетической энергии дисков?

■ **4-36.** Сохраняется ли момент импульса в следующих явлениях и почему:

а) диск A вращается с ничтожно малым трением вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно его плоскости и закрепленной на столе. К нему прикасаются другим таким же диском B , ось которого держат в руке. При этом угловая скорость диска A уменьшается, а диска B — увеличивается в противоположном направлении, причем сумма их моментов импульса уменьшается;

б) две пары жестко соединенных упругих шаров (гантели) движутся поступательно с одинаковыми скоростями навстречу друг другу (рис. 4-16). Момент импульса каждой гантели равен нулю. В некоторый момент времени средние шары ударяются друг о друга, после чего движутся в противоположных направлениях. Гантели начинают вращаться, причем моменты импульса гантелей направлены одинаково и их сумма не равна нулю.

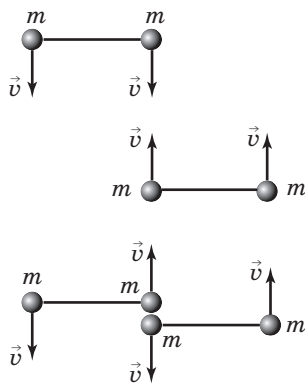


Рис. 4-16

▲ **4-37.** Тонкий однородный стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину перпендикулярно ему. В некоторый момент стержень разделяется на две равные части, которые, продолжая вращаться,

отдаляются друг от друга. Принимая отделившиеся части за однородные стержни вдвое меньшей длины и пренебрегая работой, совершаемой при разделении, покажите:

а) что сумма моментов импульса половин стержня равна моменту импульса стержня до разделения;

б) что энергия системы двух половин стержня равна энергии вращения стержня до разрыва.

▲ 4-38. Определите полную кинетическую энергию при качении без скольжения со скоростью v по плоской поверхности: а) цилиндра массой m ; б) шара массой m ; в) тележки, масса которой без колес равна m , имеющей четыре колеса в виде дисков массой $\frac{m}{4}$ каждый.

● 4-39. При каком радиусе шарика, описанного в задаче 4-24, энергии поступательного движения центра масс и вращательного движения шарика относительно оси, проходящей через центр масс, равны между собой?

▲ 4-40. Шарик, диаметр которого $d = 6$ см, катится по полу и останавливается через время $t = 2$ с, пройдя расстояние $s = 70$ см. Определите коэффициент трения качения, считая его постоянным.

■ 4-41. Шарик находится на горизонтальной пластинке, перемещающейся с ускорением a . При каком условии шарик движется поступательно с тем же ускорением?

■ 4-42. Пластинку наклоняют и на нее помещают шарик. При каком угле наклона α шарик будет скатываться без скольжения, если коэффициент трения скольжения $\mu = 0,25$, а коэффициент трения качения $k = 0,04$?

▲ 4-43. На двух нитях подвешен шарик радиусом 1 см. Шарик вращают, нити закручиваются, вследствие чего шарик поднимается (рис. 4-17). Когда было сделано 20 оборотов, шарик поднялся на 1,2 см. Затем шарик отпускают и нити раскручиваются. Чему равны скорость центра масс шарика и частота вращения, когда он вернется к начальному уровню?

▲ 4-44. Диаметр подшипника оси железнодорожного вагона равен 27 см, диаметр колеса — 180 см. Коэффициент трения скольжения в подшипнике равен 0,01 (при хорошей смазке), коэффициент трения качения колеса на рельсах равен 0,05 см. Определите работу при передвижении вагона массой 50 т на пути 1 км.

■ 4-45. Шар, радиус которого равен r , скатывается по наклонному желобу и описывает «мертвую петлю» радиусом R . Пренебрегая трением качения и сопротивлением воздуха, найдите наименьшую начальную высоту h центра масс шара над центром петли, при которой это возможно.

● 4-46. Горизонтально расположенный прут вращается вокруг вертикальной оси с частотой $n = 1 \text{ с}^{-1}$. Вдоль него со скоростью $v = 50 \text{ см/с}$ скользит муфта, масса которой $m = 100 \text{ г}$. Определите горизонтальную составляющую действующей на муфту силы.

● 4-47. Определите горизонтальную составляющую силы, с которой прижимается к рельсу тепловоз массой 1000 т, если он движется по горизонтальному участку пути на широте 50° со скоростью 15 м/с.

■ 4-48. Человек находится во вращающемся помещении с полом, имеющем форму параболоида вращения (рис. 4-18).

а) Покажите, что при определенной угловой скорости помещения человек, стоящий на полу, в любом месте располагается так, что прямая, проходящая через центр масс человека и точку его опоры на пол, нормальна поверхности пола в рассматриваемом месте.

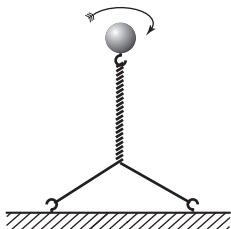


Рис. 4-17

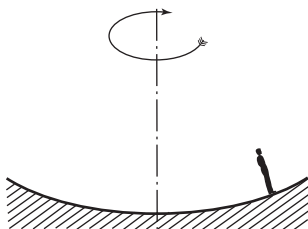


Рис. 4-18

б) Как изменяется энергия системы при равномерном перемещении человека по полу?

в) При удалении человека от оси вращения увеличивается и потенциальная энергия системы (человек поднимается), и ее кинетическая энергия (линейная скорость человека возрастает). За счет чего меняется энергия системы?

● 4-49. Предположим, что велосипедист движется по горизонтальной, вращающейся вокруг вертикальной оси плоскости в таком направлении и с такой скоростью, что относительно Земли он является неподвижным. Должен ли он наклоняться по направлению к оси вращения плоскости? (Землю считать инерциональной системой.)

▲ 4-50. Найдите ускорение, с которым движется (замедленно) обруч, катящийся по инерции по горизонтальной поверхности с трением качения $k = 0,01$.

▲ 4-51. Груз весом $P = 10^4$ Н перемещается равномерно на катках, вес которых намного меньше P . Коэффициент трения катков о пол $k_1 = 0,01$; о груз $k_2 = 0,02$. Найдите внешнюю силу, приложенную к грузу.

§ 5. Закон всемирного тяготения

1) Сила притяжения двух точечных тел массами m_1 и m_2 , находящихся друг от друга на расстоянии r ,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G — гравитационная постоянная.

2) Однородный шаровой слой или шар притягивают внешнюю материальную точку так, как будто его масса сосредоточена в центре. Гравитационная сила, действующая на материальную точку внутри однородного шарового слоя, равна нулю.

3) Напряженность гравитационного поля

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m},$$

где $\vec{F}$ — гравитационная сила, действующая на материальную точку массой m .

4) Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух точечных тел массами m_1 и m_2 , находящихся друг от друга на расстоянии r ,

$$E_{\text{п}} = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

(потенциальная энергия бесконечно удаленных друг от друга тел принимается равной нулю).

5) Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца (или спутников вокруг планет) пропорциональны кубам больших полуосей их орбит (закон Кеплера):

$$T^2 \sim a^3.$$

6) Первая и вторая космическая скорости:

$$v_1 = \sqrt{gR}; \quad v_2 = v_1 \sqrt{2},$$

где g — ускорение свободного падения на поверхности планеты; R — радиус планеты.

● **5-1.** Какова сила притяжения Солнцем тела массой $m = 1$ кг, находящегося на поверхности Земли?

▲ **5-2.** Тело, находящееся на поверхности Земли, притягивается и к Земле, и к Солнцу. В той точке поверхности Земли, для которой Солнце находится в зените, эти силы имеют противоположные направления. В точке, для которой Солнце находится в надире, эти силы имеют одинаковые направления. Следует ли отсюда, что в одном и том же месте поверхности Земли днем тела падают медленнее, чем ночью?

▲ **5-3. а)** Является ли вполне строгим утверждение, что при отсутствии сопротивления воздуха падающие тела имеют по отношению к поверхности Земли одно и то же ускорение независимо от их массы?

б) В некоторых учебниках указывается, что ускорение, с которым движется Луна по отношению к Земле,

$$a = g \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2,$$

где g — ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли; R_1 — радиус Земли; R_2 — расстояние

между центрами Земли и Луны. Найдите относительную погрешность, которая делается при таком утверждении.

● **5-4.** Определите силы, с которыми действуют друг на друга вследствие тяготения два соприкасающихся свинцовых шара диаметром по 1 м каждый.

■ **5-5.** Два твердых шара, плотности которых равны D_1 и D_2 , находятся в жидкости плотностью D_0 вдали от границ жидкости. При каком условии шары притягиваются друг к другу и при каком отталкиваются?

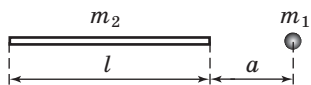


Рис. 5-1

■ **5-6.** Шарик массой m_1 находится на расстоянии a от конца тонкого однородного стержня массой m_2 и длиной l (рис. 5-1).

а) Определите силу притяжения шарика и стержня.

б) Как изменится сила притяжения, если стержень заменить шариком массой m_2 , помещенным в том месте, где находится центр масс стержня? Принять длину стержня $l = 2a$.

● **5-7.** Пренебрегая изменением веса вследствие вращения Земли и Луны, вычислите, сколько весил бы на поверхности Луны человек, весящий на Земле 720 Н.

▲ **5-8.** Найдите напряженность поля тяготения планеты радиусом 6000 км в точках, расстояние которых от центра планеты равны: 0, 1000 км, 2000 км, 3000 км, 4000 км, 5000 км, 6000 км, 8000 км, 10 000 км и 12 000 км, и постройте соответствующий график в двух случаях:

а) плотность вещества планеты одинакова по всему объему и равна 5 г/см^3 ; вне планеты плотность среды близка к нулю;

б) плотность вещества планеты в объеме от центра до 4350 км равна 10 г/см^3 , далее до 600 км равна 2 г/см^3 , вне планеты близка к нулю.

■ **5-9.** Внутри однородного шара имеется сферическая полость.

а) Покажите, что поле тяготения внутри полости однородно.

б) Зная плотность вещества шара и расстояние l между центрами шара и полости, найдите ускорение тел, движущихся в полости.

■ **5-10.** Центр тяжести корабля водоизмещением 10 000 т выше центра тяжести вытесненной им воды на $h = 5$ м.

а) На сколько масса корабля отличается от массы вытесненной воды? Вес вытесненного воздуха не учитывать.

б) Какова результирующая сила, с которой действуют друг на друга два таких корабля, находящихся друг от друга на расстоянии 1 км?

● **5-11.** Где находится точка, в которой силы притяжения к Земле и Луне взаимно уравновешены?

▲ **5-12.** 4 октября 1957 г. в СССР был произведен запуск первого в мире искусственного спутника Земли. Он имел форму шара диаметром 58 см, масса его 83,6 кг. Спутник описывал эллиптические траектории вокруг Земли, причем в некоторые моменты достигал высоты 900 км над ее поверхностью. Период обращения спутника вокруг Земли был равным 1 ч 36,2 мин. Предположим, что спутник двигался вокруг центра Земли по круговой траектории. Какой высоте над поверхностью Земли, какой скорости и какой кинетической энергии соответствовал бы в таком случае указанный период обращения?

● **5-13.** Две планеты обращаются вокруг Солнца по орбитам, принимаемым приближенно за круговые радиусами $R_1 = 150 \cdot 10^6$ км (Земля) и $R_2 = 108 \cdot 10^6$ км (Венера). Найдите отношение их линейных скоростей v_1 и v_2 .

■ **5-14.** С какой скоростью упадет на поверхность Луны метеорит, скорость которого вдали от Луны мала? Атмосфера на Луне отсутствует.

■ **5-15.** На какое расстояние от поверхности Земли удалилось бы тело, брошенное вертикально вверх со

скоростью 5 км/с, если бы атмосфера у Земли отсутствовала?

■ **5-16.** Предположим, что механическая энергия системы искусственный спутник — Земля уменьшилась вследствие потерь на трение в верхних слоях атмосферы на 2%. Принимая, что орбита спутника и до потери энергии, и после нее мало отличается от окружности, вычислите, как изменится при потере 2% энергии: а) радиус орбиты; б) скорость спутника; в) период обращения спутника.

■ **5-17.** Чему равна сумма кинетической и потенциальной энергий планеты массой m , обращающейся вокруг Солнца по эллипсу, большая полуось которого равна a ? Рассмотрите положения планеты в точках ее орбиты с наименьшим и наибольшим радиусами кривизны.

Указание. Наименьший и наибольший радиусы кривизны эллипса равны $\frac{b^2}{a}$ и $\frac{a^2}{b}$, где a и b — полуоси эллипса.

■ **5-18.** Сколько времени падало бы на Солнце тело, находящееся на расстоянии, равном радиусу земной орбиты?

■ **5-19.** Метеорит, имеющий на большом расстоянии от Земли относительную скорость v , попадает на Землю, если его «прицельный параметр» ρ (расстояние асимптоты орбиты от центра Земли) меньше критического значения ρ_k . Определите эффективное сечение захвата метеорита Землей $\sigma = \pi \rho_k^2$.

■ **5-20.** Покажите, что задача о движении трех притягивающихся по закону Ньютона тел, массы m_1 , m_2 , m_3 которых сравнимы по значению и могут быть различными, имеет частное решение, при котором тела вращаются вокруг общего центра масс, образуя равносторонний треугольник (решение Лагранжа). Определите частоту вращения тел.

§ 6. Статика твердого тела

1) Условия равновесия твердого тела:

$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0; \quad \sum F_z = 0;$$

$$\sum M_x = 0; \quad \sum M_y = 0; \quad \sum M_z = 0,$$

где F_x , F_y и F_z ; M_x , M_y и M_z — проекции векторов сил и моментов сил, действующих на тело, на прямоугольные оси координат.

Те же условия относятся к равномерному прямолинейному поступательному движению.

Можно пользоваться теми же условиями и в неинерциальных системах отсчета, если присоединить к реально действующим силам силы инерции.

2) Сила трения покоя может иметь при данной силе нормального давления любое значение от нуля до некоторого максимального, определяемого нормальным давлением и природой трущихся тел.

Коэффициентом трения μ называют отношение максимальной силы трения покоя к нормальной силе давления. Коэффициент трения при скольжении практически равен μ .

● **6-1.** На плоской поверхности, образующей с горизонтом угол 20° , лежит доска массой $0,5$ кг, в верхнюю грань которой вбит гвоздь, проходящий через ее центр тяжести. Коэффициент трения доски о наклонную поверхность равен $0,4$. Определите максимальную силу, с которой можно надавить на гвоздь, не вызывая движения доски, в следующих случаях:

а) сила параллельна поверхности, образует с горизонтом угол 20° и направлена вверх;

б) сила противоположна этому направлению;

в) сила горизонтальна и образует с наклонной поверхностью угол 20° .

● **6-2.** Между двумя вбитыми в стену гвоздями натянут шнур длиной $1,7$ м. Расстояние между гвоздями

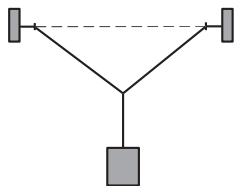


Рис. 6-1



Рис. 6-2

равно 1,5 м. На шнур подвешен груз весом 200 Н (рис. 6-1). Определите силу натяжения шнура, пренебрегая изменением его длины при подвешивании груза.

● **6-3.** Шар массой 5 кг опирается на две гладкие ($\mu = 0$) плоскости, причем левая образует с горизонтом угол $\alpha = 35^\circ$, а правая — угол $\beta = 20^\circ$ (рис. 6-2). Определите силы, с которыми шар давит на плоскости.

▲ **6-4.** Предположим, что в условиях предыдущей задачи плоскости не были бы гладкими и коэффициент трения μ был бы отличен от нуля. Как изменится решение задачи?

▲ **6-5.** На каждое из стропил AC и CB (рис. 6-3) действует сила тяжести крыши и стропил $P = 8 \cdot 10^3$ Н. Стропила удерживаются от раздвигания затяжкой EH , длина которой в 1,5 раза меньше расстояния между концами A и B стропил и в 1,2 раза больше длины каждого из стропил. Силы тяжести P можно считать приложенными в середине стропил. Каковы силы, действующие на затяжку?

● **6-6.** Трое рабочих несут металлическую плиту в виде разностороннего треугольника, поддерживая ее за вершины. Докажите, что силы давления, действующие на каждого из них, равны друг другу.

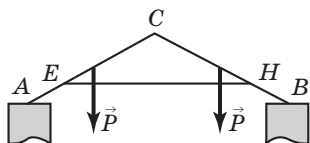


Рис. 6-3

● **6-7.** На доске, положенной на козлы, стоит человек массой 60 кг. Вес доски 800 Н, размеры ее показаны на рисунке 6-4. Определите силы, действующие на опоры.

▲ 6-8. Для определения положения центра масс автомобиля произвели три взвешивания:

1) обе оси автомобиля поместили на весы; общий вес автомобиля оказался равным $2,71 \cdot 10^4$ Н;

2) задняя ось осталась на весах, а передняя опиралась на опору, находящуюся на одном уровне с площадкой весов; весы показали $1,41 \cdot 10^4$ Н; 3) задняя ось осталась на весах, передняя была поднята на высоту 60 см по сравнению с задней; весы показали $1,473 \cdot 10^4$ Н. Определите высоту центра масс автомобиля над площадью опоры. Известно, что расстояние между осями автомобиля равно 3,3 м, а рабочий радиус колес 0,42 м.

▲ 6-9. В гладкий цилиндрический стакан помещена палочка длиной $l = 15$ см и массой 30 г (рис. 6-5). С какими силами действует палочка на дно и стенки стакана, если радиус дна $R = 7$ см? Трением пренебречь.

▲ 6-10. Ферма сделана из железных стержней одного и того же сечения (рис. 6-6). Опора B устроена так, что она не несет вертикальной нагрузки. Вес стержня AB равен 500 Н. Определите силы, действующие на опоры A и B .

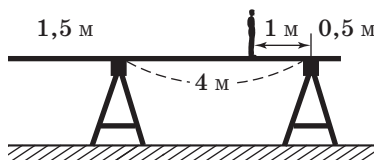


Рис. 6-4

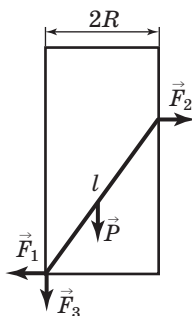


Рис. 6-5

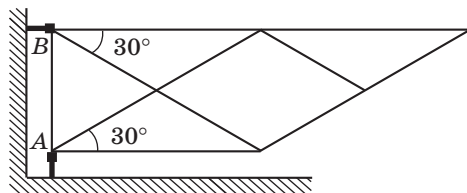


Рис. 6-6

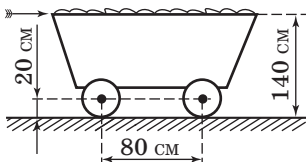


Рис. 6-7

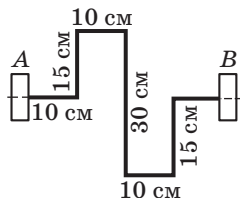


Рис. 6-8

■ **6-11.** Нагруженная тележка находится на горизонтальном рельсовом пути (рис. 6-7). Расстояние между ее осями равно 80 см. Оси находятся на высоте 20 см над полотном. Если тележка не движется, то силы давления на ее левую и правую оси равны соответственно 10^3 Н и $0,9 \cdot 10^3$ Н.

а) На тележку давят с силой 40 Н, приложенной на высоте 140 см над полотном, и она равномерно движется в направлении силы (слева направо). Каковы силы давления на оси в движущейся тележке?

б) Каковы силы давления на оси в случае, если тележка движется под действием той же силы с ускорением $0,1 \text{ м/с}^2$ и если центр масс тележки находится на высоте 61 см над полотном?

▲ **6-12.** Модель коленчатого вала, сделанная из железного прута диаметром 1 см (рис. 6-8) вращается в подшипниках A и B с частотой 5 с^{-1} . Определите силы давления вала на опоры в момент, когда колена вала расположены: а) вертикально; б) горизонтально.

▲ **6-13.** а) У гладкой ($\mu_1 = 0$) стены стоит лестница. Коэффициент трения лестницы о землю $\mu_2 = 0,5$. Центр тяжести лестницы можно считать находящимся в ее середине. Определите наименьший угол φ , который лестница может образовать с горизонтом, не падая.

б) Предположим, что лестница поставлена в такое положение, что малейшее уменьшение угла должно привести к ее падению. Упадет ли лестница, если человек встанет на ее нижнюю ступеньку? на ее верхнюю ступеньку?

■ **6-14.** Тонкий стержень длиной $l = 100$ см, сделанный из дерева плотностью $D = 0,8$ г/см³, подвешен за один из концов, а другим погружен в воду. Определите угол α между направлением стержня и вертикалью, если верхний конец находится над уровнем воды на высоте h , равной: а) 30 см; б) 70 см.

▲ **6-15.** Какую работу надо произвести, чтобы повернуть на другую грань сплошной железный куб, масса которого равна 200 кг?

■ **6-16.** Сосуд с тонкими стенками, имеющий форму полого куба без верхнего основания, наполовину заполнен водой. Ребро куба равно 20 см. Какую работу нужно произвести, чтобы опрокинуть сосуд на боковую грань (причем вода из него выльется)? Вес сосуда без воды равен 10 Н.

▲ **6-17.** Ящик в форме куба перемещают на некоторое расстояние L один раз волоком, а другой — кантованием (т. е. опрокидыванием через ребро). Коэффициент трения ящика о пол при скольжении равен μ ; трением при кантовании можно пренебречь. При каком значении μ работы при перемещении волоком и кантованием одинаковы?

■ **6-18.** Имеются два круглых карандаша разных диаметров ($d_1 > d_2$). Второй карандаш удается уравновесить в горизонтальном (или близком к горизонтальному) положении на первом, расположенном горизонтально (рис. 6-9).

а) Уравновесить таким же образом первый карандаш на втором нельзя. Почему?

б) Предположим, что второй карандаш уравновешен в горизонтальном положении. Каково наибольшее значение угла α между направлением оси второго карандаша и горизонтом, при котором он возвращается к горизонтальному положению, если его отпустить? Коэффициент трения $\mu = 0,5$; отношение диаметров карандашей $\frac{d_1}{d_2} = 1,05$.

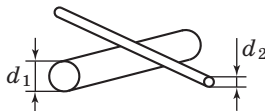


Рис. 6-9

§ 7. Прочность и упругость материалов

1) Отношение силы упругости к площади сечения, в котором она действует, называют напряжением:

$$p = \frac{F}{S}.$$

2) Деформация растяжения (сжатия) тела характеризуется относительным удлинением (сжатием) $\frac{\Delta l}{l}$, где l — длина недеформированного тела; Δl — изменение длины.

Для упругих деформаций растяжения (сжатия) выполняется закон Гука:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{p}{E},$$

где p — напряжение; E — модуль упругости (модуль Юнга).

3) Относительное изменение объема при растяжении

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2\mu)\frac{p}{E},$$

где μ — отношение относительного поперечного сжатия образца к его относительному продольному удлинению (коэффициент поперечного сжатия).

4) Относительное изменение объема при всестороннем сжатии

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{p}{K},$$

где K — модуль всестороннего сжатия, связанный с модулем Юнга соотношением:

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\mu)}.$$

5) Деформация сдвига характеризуется углом сдвига γ , измеренным в радианах. При малых углах сдвига

$$\gamma = \frac{p_{\tau}}{G},$$

где p_{τ} — тангенциальное напряжение; G — модуль сдвига.

6) Потенциальная энергия при упругом растяжении тела

$$E_{\text{п}} = \frac{F \cdot \Delta l}{2},$$

где F — сила упругости при удлинении Δl .

7) Плотность энергии:

а) в растянутом или сжатом стержне

$$w = \frac{p^2}{2E};$$

б) во всесторонне сжатом теле

$$w = \frac{p^2}{2K};$$

в) при деформации сдвига

$$w = \frac{p_{\tau}^2}{2G}.$$

8) Угол кручения цилиндра (рис. 7-1)

$$\alpha = \frac{2l}{\pi r^4 G} M,$$

где M — вращающий момент, вызывающий кручение; l и r — длина и радиус цилиндра; G — модуль сдвига.

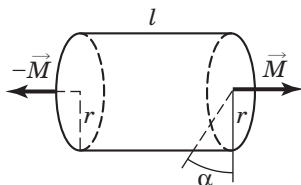


Рис. 7-1

9) В таблицах X, XI Приложения приведены значения разрушающего напряжения при растяжении для некоторых материалов, а также модулей Юнга E , сдвига G , всестороннего сжатия K и коэффициенты поперечного сжатия μ .

■ **7-1.** Какова наибольшая длина свинцовой проволоки, при которой подвешенная за один конец проволока не оборвется от собственной тяжести?

▲ **7-2.** Какое давление изнутри при наружном давлении $0,98 \cdot 10^5$ Па может выдержать: а) стеклянная трубка, наружный и внутренний диаметры которой $d_1 = 8$ мм

и $d_2 = 7$ мм? б) стеклянная сферическая колба, наружный и внутренний диаметры которой $d_1 = 182$ мм и $d_2 = 180$ мм?

▲ 7-3. Покажите, что в котле, состоящем из цилиндрической части (обечайки) и двух полусферических



Рис. 7-2

днищ (рис. 7-2), прочности обечайки и днищ окажутся одинаковыми, если сделать днища вдвое более тонкими, чем стенки обечайки.

▲ 7-4. Горизонтальный железный стержень длиной $l = 150$ см вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. При какой частоте вращения он может разорваться?

● 7-5. Стальная проволока диаметром 1 мм имеет длину 5 м, когда на ней висит груз весом 196 Н. На сколько удлинится проволока, если вес груза увеличить на 98 Н?

▲ 7-6. Между двумя прочными упорами натянута стальная проволока диаметром 1 мм и длиной 2 м. На сколько сместится середина проволоки, если к ней подвесить груз весом 2,94 Н? При расчете принять, что упоры при навешивании груза не смещаются.

▲ 7-7. Медный стержень длиной 2 м и диаметром 3 см переводят из горизонтального положения в вертикальное и ставят на пол. При этом диаметр его нижней части становится чуть-чуть больше. Можно ли измерить это изменение, если воспользоваться прибором, позволяющим измерять с точностью до 0,001 мм?

▲ 7-8. Длинная железная труба имеет внутренний диаметр $d = 30$ см и толщину стенок $b = 0,5$ см. На сколько увеличится площадь сечения канала трубы, если разность давлений внутри и вне трубы увеличится от нуля до $p = 4,9 \cdot 10^6$ Па? Изменением толщины стенок при растяжении трубы пренебречь.

● 7-9. На какой глубине плотность пресной воды на 1% больше ее плотности вблизи свободной поверхности?

▲ 7-10. Труба, описанная в задаче 7-8, имеет длину 200 м и расположена горизонтально. Концы трубы перекрыты. Труба заполнена водой, причем разность давлений воды и наружного воздуха равна $4,9 \cdot 10^6$ Па. Какой объем воды вытечет из трубы, если по верхней линии ее стенки образуется трещина?

▲ 7-11. На рисунке 7-3 изображен пьезометр — прибор для измерения модуля всестороннего сжатия жидкостей. При увеличении давления жидкости, окружающей стеклянный сосуд A , ртуть в колене B поднимается. Как измерить модуль всестороннего сжатия K жидкости, находящейся внутри сосуда A ? Какова относительная погрешность, которая будет иметь место, если не принять во внимание сжатие стекла под действием всестороннего внешнего давления, а модуль всестороннего сжатия исследуемой жидкости близок к $3 \cdot 10^9$ Па?

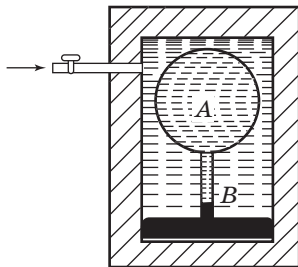


Рис. 7-3

▲ 7-12. Стальной маховик вращается с частотой $n = 30 \text{ мин}^{-1}$. Средний диаметр его обода $d = 1,5$ м. Определите увеличение диаметра маховика при вращении, пренебрегая действием сил натяжения спиц.

▲ 7-13. К двум противоположным граням однородного кубика приложены две равные противоположно направленные растягивающие силы. Если эти грани удаляются друг от друга на расстояние Δl , то четыре другие грани сближаются на расстояние $\mu \Delta l$. Предположим, что силы, действующие на две первые грани, исчезли, а на четыре остальные грани действуют попарно равные сжимающие силы, такие, что эти грани остаются на прежнем расстоянии (т. е. сближены на $\mu \Delta l$). Останется ли форма кубика такой, какой она была при наличии двух растягивающих сил?

● 7-14. Стальная проволока длиной $l = 4$ м и диаметром $d = 2$ мм растягивается силой $F = 9,8 \cdot 10^2$ Н. На

сколько изменятся при этом: а) ее объем? б) ее боковая поверхность?

● **7-15.** Определите энергию упругой деформации растяжения проволоки, описанной в задаче 7-5, при действии силы 294 Н.

● **7-16.** Определите плотность энергии деформации, зависящей от сжатия, в пресной воде на глубине 1,5 км.

● **7-17.** Определите плотность энергии деформации в проволоке, описанной в задаче 7-6.

▲ **7-18.** Товарный вагон массой 31 т, двигаясь в тупике со скоростью 40 см/с, наталкивается буферами на два упора. Буфера заметно сжимаются, а упоры почти не деформируются. Пружина каждого из буферов сжимается под действием силы, равной 10^4 Н, на 7 мм. Деформации пружин буферов можно считать абсолютно упругими. На сколько сожмутся пружины буферов в рассматриваемом случае?

▲ **7-19.** При забивании деревянной сваи в грунт копром в свае возникает напряжение, которое достигает наибольшего значения в случае, если при ударе бойка нижний конец сваи не смещается (например, если свая, продвигаясь в мягком грунте, дошла до каменной породы). Определите наибольшее напряжение, которое может возникнуть в свае при следующих данных: масса бойка копра 180 кг; диаметр сваи 26 см; длина сваи 6 м; боек падает с высоты 45 см. Небольшим перемещением верхнего конца сваи при ударе можно пренебречь.

● **7-20.** К закрепленной верхним концом проволоке подвешивается груз массой m , причем проволока удлиняется на величину x . При этом груз теряет потенциальную энергию mgx , а проволока приобретает потенциальную энергию $\frac{mgx}{2}$. Куда расходуется другая половина потенциальной энергии, потерянной грузом?

● **7-21.** Когда натянутая стальная струна охлаждается, ее натяжение, а следовательно, и зависящая от него энергия увеличиваются. За счет чего происходит увеличение энергии?

■ **7-22.** Грузик подвешен на резиновой нити, имеющей в ненатянутом состоянии длину $l = 80$ см. Грузик отклоняют на 90° , не натягивая нити, и отпускают. Когда нить проходит через вертикальное положение, ее длина $l_1 = 100$ см. Определите скорость грузика в этот момент.

Указание. Отличие l_1 от l невелико, поэтому при вычислении сил, действующих на грузик, можно движение грузика по сложной несимметричной кривой приближенно заменить движением по окружности радиуса l_1 .

● **7-23.** Мощность момента сил, вращающих стальной вал длиной 150 см и диаметром 2 см с частотой 20 с^{-1} , равна 4,5 кВт. Чему равен угол закручивания вала?

▲ **7-24.** На рисунке 7-4 графически показана зависимость упругой силы от деформации при циклическом деформировании тела в случае наличия гистерезиса. Согласно формуле пункта 6 введения потенциальная энергия деформированного тела в состояниях, соответствующих точкам A, B, C и D, равна нулю, а в состояниях, соответствующих точкам K и L, является отрицательной. Как истолковать эти результаты?

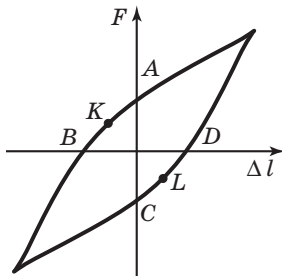


Рис. 7-4

§ 8. Динамика колебательного движения. Маятники

1) Циклическая частота ω и период поступательных гармонических колебаний T определяются формулами:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

где k — коэффициент квазиупругой силы: $k = -\frac{F}{s}$ (F — возвращающая сила; s — смещение от положения равновесия); m — масса колеблющегося тела.

2) Период вращательных гармонических колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}},$$

где I — момент инерции колеблющегося тела относительно оси вращения; D — отношение момента силы, возвращающего тело к положению равновесия, к углу α отклонения тела от положения равновесия $\left(D = -\frac{M}{\alpha}\right)$.

3) При малых качаниях физического маятника в поле тяготения с напряженностью g период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgb}},$$

где b — расстояние от оси вращения маятника до центра его масс.

4) Для математического маятника (тела малых размеров, подвешенного на невесомой нити длиной l) период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Указание. Во всех задачах этого параграфа принимать, что амплитуды колебаний маятников малы и что периоды колебаний можно вычислять по приведенным выше формулам.

5) Сумма кинетической и потенциальной энергий материальной точки, совершающей гармонические колебания, постоянна и равна

$$E = \frac{mA^2\omega^2}{2} = \frac{kA^2}{2},$$

где A — амплитуда колебаний.

6) В случае, если на тело, кроме возвращающей силы, действует еще и сила сопротивления среды, пропорциональная скорости движения тела ($F_c = -rv$), колебания тела являются затухающими. В этом случае смещение в некоторый момент времени t определяется формулой

$$s = Ae^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi),$$

где A — постоянная для данного движения величина, зависящая от смещения и скорости в начальный момент времени (начальная амплитуда); α — коэффициент затухания ($\alpha = \frac{r}{2m}$); φ — начальная фаза; частота затухающих колебаний равна

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

($\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — собственная частота, соответствующая отсутствию затухания). Колебания возможны только при условии $\omega_0 > \alpha$. Если $\omega_0 \leq \alpha$, тело, отклоненное от положения равновесия, возвращается к нему без колебаний.

7) Логарифмический декремент затухания

$$\vartheta = \alpha T.$$

8) Амплитуды смещения и скорости вынужденных колебаний соответственно равны

$$s_m = \frac{F_m}{\sqrt{r^2 \omega^2 + m^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^2}}; \quad v_m = \frac{F_m}{\sqrt{r^2 + m^2 \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega} \right)^2}},$$

где F_m — наибольшее значение вынуждающей силы; r — коэффициент сопротивления; ω — циклическая частота вынуждающей силы; ω_0 — собственная частота; m — масса колеблющегося тела.

При изменении частоты вынуждающей силы максимум амплитуды скорости (резонанс скоростей) имеет место при $\omega = \omega_0$; максимум амплитуды смещения (резонанс смещений) — при $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha^2}$.

9) Система, совершающая вынужденные колебания, потребляет мощность, среднее за период значение которой

$$\langle P \rangle = \alpha m v_m^2.$$

● **8-1.** Стальная полоска зажата с одного конца и расположена горизонтально. На другом конце полоски закрепляют груз, масса которого значительно больше массы полоски. При наличии груза полоска изгибается и ее незажатый конец опускается на 4 см.

а) С какой частотой будет колебаться груз, если его толкнуть в вертикальном направлении?

б) С каким ускорением будет двигаться колеблющийся груз в тот момент, когда полоска полностью распрямится?

● **8-2.** Принимая движение поршня в двигателе внутреннего сгорания за гармоническое колебание (см. задачу 1-32), определите силу, действующую на коленчатый вал со стороны поршня, когда он находится в «мертвой точке». Масса поршня 1,2 кг; частота вращения коленчатого вала 200 мин^{-1} ; ход поршня 12 см. Принять, что давление газов в цилиндре двигателя равно атмосферному.

■ **8-3.** На верхнюю ветвь горизонтально расположенного камертона (рис. 8-1) насыпан мелкий песок. С помощью смычка камертон приводят в колебательное движение. Частота колебаний камертона $f = 500 \text{ Гц}$.

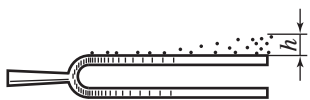


Рис. 8-1

а) Какова амплитуда колебаний в тех местах ветви камертона, где песчинки не подсакиваются?

б) Какова амплитуда колебаний в тех местах, где песчинки подсакиваются на высоту $h = 3 \text{ мм}$ (по отношению к положению в случае покоящегося камертона), считая удар песчинки о камертон неупругим?

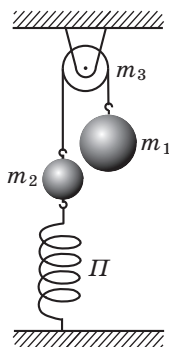


Рис. 8-2

▲ **8-4.** При равновесии системы, показанной на рисунке 8-2, пружина Π растянута на $\Delta l = 7 \text{ см}$ по сравнению с неде-

формированным состоянием. Блок представляет собой сплошной однородный диск. Массы грузов и блока соответственно равны $m_1 = 300$ г, $m_2 = 100$ г, $m_3 = 100$ г. Остальными массами и трением можно пренебречь. Определите период колебаний системы, которые начнутся, если груз m_1 отвести вертикально вниз и отпустить.

▲ 8-5. Верхний конец стальной проволоки диаметром 0,5 мм и длиной 80 см заземлен. К нижнему концу проволоки прикреплен шар массой 2 кг и диаметром 10 см. Если шар повернуть вокруг вертикальной оси на небольшой угол и отпустить, он будет совершать вращательные колебания. Определите период колебаний шара.

● 8-6. Шарик подвешен на длинной нити. Один раз его поднимают по вертикали до точки подвеса, другой раз — отклоняют, как маятник, на небольшой угол. В каком из этих случаев шарик быстрее возвратится к начальному положению, если его отпустить?

▲ 8-7. Определите период колебаний полена, подвешенного на 8 шнурах одинаковой длины $l = 0,8$ м (см. рис. 3-15). Углы между соседними шнурами $\varphi = 49^\circ$. Амплитуда колебаний мала.

■ 8-8. Маятник в виде грузика, подвешенного на нити длиной $l = 0,5$ м, колеблется в кабине самолета. Каков период его колебаний, если самолет: а) движется равномерно? б) движется горизонтально с ускорением $a = 2,5$ м/с²? в) планирует вниз под углом $\alpha = 15^\circ$ к горизонту? Лобовым сопротивлением самолета пренебречь.

■ 8-9. Маятник в виде маленького шарика, подвешенного на нити длиной $l = 10$ см, находится внутри жидкости, плотность которой в $n = 1,2$ раза меньше плотности шарика. Определите период колебаний маятника, пренебрегая сопротивлением жидкости и принимая, что эффективная масса при движении шарика в жидкости увеличивается на величину, равную массе вытесненной жидкости.

● 8-10. Маятник представляет собой очень легкий стержень, на котором закреплены два одинаковых гру-

за — один на расстоянии 30 см от оси, другой на расстоянии 15 см от оси. Каков период колебаний такого маятника?

▲ 8-11. а) Определите период колебаний однородного шара радиусом 6 см вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку, отстоящую от центра шара на расстоянии, равном 0,3 радиуса шара.

б) Каков будет период колебаний, если расположить ось под углом 80° к горизонту?

■ 8-12. Тонкая прямоугольная пластинка может колебаться вокруг горизонтальной оси, лежащей в ее плоскости и перпендикулярной одной из ее сторон, длина которой равна l .

а) Каков период колебаний, если ось совпадает с верхней стороной пластинки?

б) При каком расстоянии оси от середины пластинки период колебаний пластинки будет наименьшим? Каков этот период?

▲ 8-13. Шар радиусом 5 см подвешен на нити длиной 10 см. Определите погрешность, которую мы делаем, приняв его за математический маятник длиной 15 см.

▲ 8-14. Некоторое тело совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси с периодом $T_1 = 0,5$ с. Если же к нему прикрепить грузик массой $m = 50$ г на расстоянии $l = 10$ см ниже точки подвеса, то оно колеблется с периодом $T = 0,6$ с. Найдите момент инерции тела относительно этой оси.

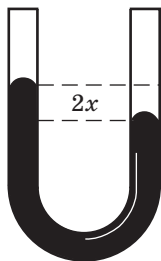


Рис. 8-3

▲ 8-15. Определите период колебаний ртути массой $m = 121$ г, находящейся в U-образной трубке (рис. 8-3). Площадь сечения канала трубки $S = 0,3$ см².

▲ 8-16. Шарик радиусом r катается по дну сферической чашки радиусом R . Предполагая, что эти колебания можно считать гармоническими, определите их период.

▲ 8-17. Предположим, что по одному из диаметров Земли просверлен канал.

Принимая Землю за однородный шар с плотностью $D = 5,5 \text{ г/см}^3$, найдите время τ движения тела от поверхности Земли до ее центра.

■ **8-18.** Два диска могут вращаться вокруг осей, являющихся продолжением одна другой (рис. 8-4). Моменты инерции дисков относительно этой оси равны I_1 и I_2 . Диски соединены пружиной, коэффициент кручения (то есть коэффициент пропорциональности между моментом сил упругости и углом кручения) которой равен D .

а) Определите период, с которым будут колебаться диски, если их повернуть в противоположных направлениях, закручивая при этом пружину, и отпустить.

б) Как изменится период, если один из дисков (например, второй) закрепить?

■ **8-19.** Определите период вращательных колебаний тонкого диска, подвешенного на трех параллельных нитях длиной $1,2 \text{ м}$ каждая (рис. 8-5).

■ **8-20.** На стальной проволоке длиной $l = 6 \text{ м}$ и площадью сечения $S = 0,5 \text{ мм}^2$ висит металлический шар массой $m = 2 \text{ кг}$. Шар поднимают на некоторую высоту h и затем отпускают, после чего начинаются колебания шара в вертикальном направлении.

а) Каков характер этих колебаний при различных значениях h ?

б) При каких амплитудах колебания являются гармоническими?

в) Определите период гармонических колебаний.

▲ **8-21.** Два блока быстро вращаются в противоположных направлениях (рис. 8-6). Расстояние между осями блоков $d = 10 \text{ см}$; коэффициент трения между блоками

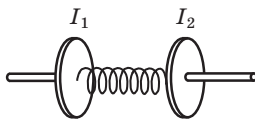


Рис. 8-4

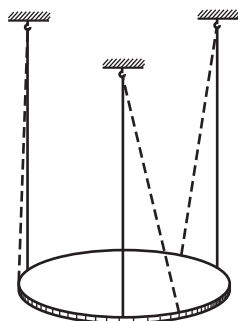


Рис. 8-5

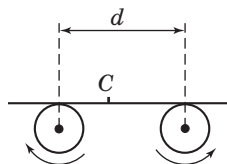


Рис. 8-6

и спицей $\mu = 0,25$. Если на блоки положить спицу так, чтобы ее центр тяжести C был ближе к одному из блоков, то спица начнет колебаться вправо — влево.

а) Покажите, что эти колебания гармонические, и определите их период.

б) Почему при медленном вращении колебания спицы могут быть и негармоническими?

● 8-22. Начальная амплитуда колебаний маятника равна 3 см. Через 10 с она стала равной 1 см. Через сколько времени амплитуда колебаний будет равна 0,3 см?

● 8-23. Три последовательных крайних положения качающейся стрелки гальванометра соответствуют делениям шкалы $n_1 = 20,0$; $n_2 = 5,6$ и $n_3 = 12,8$. Считая декремент затухания постоянным, определите деление, соответствующее положению равновесия стрелки.

▲ 8-24. Каков логарифмический декремент затухания маятника длиной 0,8 м, если его начальная амплитуда равна 5° , а через 5 мин она становится равной $0,5^\circ$?

● 8-25. Через сколько времени энергия колебаний камертона с частотой $f = 600$ Гц уменьшится в $n = 10^6$ раз, если логарифмический декремент затухания равен 0,0008?

▲ 8-26. Какова общая сумма путей, пройденных колеблющейся точкой до полного затухания колебаний, если амплитуда первого колебания равна 1 мм, а логарифмический декремент затухания равен 0,002?

▲ 8-27. Амплитуда затухающих колебаний уменьшается в течение одного периода в 3 раза.

а) На сколько процентов период колебаний больше, чем при отсутствии причины, вызывающей затухание?

б) При каком значении фазы смещение максимально?

в) При каком значении фазы скорость максимальна?

г) Начертите приблизительно графики зависимости смещения и скорости от времени для этих колебаний.

■ 8-28. Упругое тело колеблется в сопротивляющейся среде, причем логарифмический декремент затухания равен 0,7.

а) Возможны ли затухающие колебания этого тела в среде, коэффициент сопротивления которой в 10 раз больше, чем у данной среды?

б) Ответьте на тот же вопрос, если декремент затухания в данной среде равен 0,6; 0,1.

в) Если колебания в более вязкой среде возможны, то каковы их декременты затухания?

● **8-29.** При какой скорости поезда рессоры его вагонов будут особенно сильно колебаться под действием толчков колес о стыки рельс, если длина рельс 12,5 м, нагрузка на рессору равна 5,5 кН и если рессора прогибается на 16 мм при нагрузке в 1 кН?

▲ **8-30.** Амплитуды скоростей вынужденных колебаний при частотах вынуждающей силы $f_1 = 200$ Гц и $f_2 = 300$ Гц одинаковы. Принимая, что амплитуда вынуждающей силы в обоих случаях одна и та же, найдите частоту, соответствующую резонансу скоростей.

▲ **8-31.** Амплитуды смещений вынужденных колебаний при частотах вынуждающей силы $f_1 = 200$ Гц и $f_2 = 300$ Гц одинаковы. Найдите частоту, соответствующую резонансу смещений.

▲ **8-32.** На графике зависимости амплитуды скорости от частоты вынуждающей силы провели прямую, параллельную оси абсцисс, на высоте, равной половине максимума. Отрезок этой прямой между точками пересечения с графиком соответствует $\Delta f = 20$ Гц. Определите коэффициент затухания.

▲ **8-33.** Амплитуда смещения вынужденных колебаний при очень малой частоте равна $s_0 = 2$ мм, а при резонансе равна $s = 16$ мм. Предполагая, что декремент затухания меньше единицы, определите его.

■ **8-34.** Стальная струна протянута между полюсами электромагнита, по обмотке которого идет переменный ток, вследствие чего струна колеблется с частотой переменного тока. Натяжение струны постепенно увеличивают. Когда частота собственных колебаний струны $f_0 = 100$ Гц, мощность тока в обмотке достигает максимального значения и на 50% превышает мощность, потребляемую электромагнитом при отсутствии струны. Когда частота собственных колебаний струны увеличивается до $f = 101$ Гц, мощность тока в обмотке электро-

магнита только на 5% превышает мощность при отсутствии струны. В течение какого отрезка времени τ амплитуда колебаний струны уменьшится в 10 раз, если ток в обмотке электромагнита выключить?

▲ **8-35.** Маятник стенных часов массой 40 г совершает колебания с периодом 0,4 с, причем его центр тяжести колеблется с амплитудой 7 мм. Если часы не заведены, то амплитуда колебаний уменьшается в 2 раза за 3 колебания. Определите полезную работу, которая производится при заводе часов на недельный срок.

■ **8-36.** Определите период колебаний маятника, угол отклонения которого равен 90° .

Указание. Использовать закон сохранения энергии для определения скорости движения в каждой точке траектории, интеграл вычислить приближенно.

§ 9. Движение жидкостей и газов

1) В поле тяготения напряженностью g скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом сосуде

$$v = \sqrt{2gh},$$

где h — глубина отверстия относительно уровня жидкости в сосуде.

2) Для установившегося течения идеальной жидкости (несжимаемой и без трения) верно уравнение Бернулли:

$$p + \frac{Dv^2}{2} + Dgh = \text{const},$$

где p — давление в жидкости; D — плотность жидкости; v — скорость течения.

3) В случае ламинарного течения жидкости по круглой трубе внутренним радиусом r объем V жидкости, протекающей за время t ,

$$V = \frac{\pi r^4 t}{8l\eta} \Delta p,$$

где Δp — разность давлений между точками, отстоящими по оси трубы на расстоянии l (формула Пуазейля).

4) Если движение среды, обтекающей твердое тело, перемещающееся внутри нее с постоянной скоростью v , является ламинарным, то лобовое сопротивление выражается формулой

$$\vec{F} = -k\eta b\vec{v},$$

где η — вязкость среды; b — величина, характеризующая линейные размеры тела; k — безразмерная величина, зависящая от формы тел и одинаковая для всех геометрически подобных тел. Знак минус указывает, что вектор $\vec{F}$ направлен противоположно вектору $\vec{v}$.

В случае шара, если принять b равным радиусу шара r , то $k = 6\pi$; получаем для $\vec{F}$ формулу Стокса:

$$\vec{F} = -6\pi\eta r\vec{v}.$$

5) Если движение среды, обтекающей твердое тело, является турбулентным, формула, указанная в пункте 4), неприменима. В этом случае при не слишком больших скоростях лобовое сопротивление вычисляют по формуле

$$F = -C_x S v^2 D,$$

где S — площадь миделя, т. е. наибольшая площадь сечения тела в направлении, перпендикулярном вектору скорости $\vec{v}$; D — плотность среды; C_x — безразмерный коэффициент, зависящий от формы тела. Направление нормали к площади миделя считается совпадающим с вектором скорости тела.

6) Характер движения среды определяется безразмерным числом Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{bvD}{\eta},$$

где b — величина, характеризующая линейные размеры потока среды.

При малых значениях Re движение среды является ламинарным, при больших — турбулентным. В случае шара переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при значениях Re , близких к 0,5, если в качестве b взять диаметр шара. С увеличением скорос-

ти течения жидкости по трубе переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при Re , близком к 3000, если в качестве b взять диаметр трубы.

Указание. При решении первых 9 задач этого параграфа принимать, что вязкость среды и ее сжимаемость ничтожно малы.

● **9-1.** В середине дна цилиндрического ведра имеется небольшое отверстие, сквозь которое вытекает вода. Уровень воды в ведре на 30 см выше дна. С какой скоростью вытекает вода сквозь отверстие, если ведро: а) неподвижно; б) равномерно поднимается; в) движется с ускорением 120 см/с^2 сначала вверх, затем вниз; г) висит на веревке и качается, причем угол, образуемый веревкой с вертикалью, достигает 60° ? Рассмотрите случаи крайнего и среднего положений ведра.

● **9-2.** В чан равномерной струей наливается вода. Приток воды равен $150 \text{ см}^2/\text{с}$. В дне чана имеется отверстие площадью $0,5 \text{ см}^2$. Какого уровня может достигнуть вода в чане?

● **9-3.** На горизонтальном столе стоит сосуд, в вертикальной стенке которого сделано несколько отверстий одно над другим. Сосуд наполнен водой, и из отверстий вытекают струи.

а) Покажите, что все струи бьют о стол с одинаковыми скоростями.

б) Покажите, что две струи бьют в одну и ту же точку стола, если расстояния одного из отверстий от уровня жидкости в сосуде и другого — от поверхности стола одинаковы.

в) В каком месте стенки сосуда надо сделать отверстие, чтобы струя из него била в поверхность стола возможно дальше от сосуда?

▲ **9-4.** Цилиндрический сосуд высотой 70 см с площадью дна 600 см^2 наполнен водой. В дне сосуда образовалось отверстие площадью 1 см^2 .

а) Как движется верхний уровень воды в сосуде?

б) Сколько времени понадобится для полного опорожнения сосуда?

в) Сколько времени понадобится для опорожнения сосуда наполовину?

г) Увеличится или уменьшится время опорожнения сосуда, если сосуд будет совершать гармонические колебания в вертикальном направлении?

● 9-5. а) Покажите, что в схеме, изображенной на рисунке 9-1, работа при перемещении правого поршня больше работы при перемещении левого поршня.

б) За счет чего производится дополнительная работа, если механизм, схематически изображенный на рисунке 9-1, будет использован для увеличения силы?

● 9-6. Площадь поршня в спринцовке (рис. 9-2) $S_1 = 1,2 \text{ см}^2$, а площадь отверстия $S_2 = 1 \text{ мм}^2$. За какое время вытечет вода из спринцовки, если действовать на поршень силой $F = 5 \text{ Н}$ и если ход поршня $l = 4 \text{ см}$?

▲ 9-7. Чтобы избежать необходимости остановки поезда для пополнения запаса воды в паровозе, иногда употребляли следующий способ. Между рельсами выкатывали длинную канаву и наполняли ее водой. В эту канаву с паровоза опускали трубу, изогнутую, как показано на рисунке 9-3. Вода в трубе поднималась и переливалась в бак, установленный на паровозе. Почему такой процесс возможен? С какой скоростью v должен двигаться поезд, чтобы вода поднялась на высоту $h = 3,5 \text{ м}$ и чтобы за промежуток времени, в течение которого поезд пройдет путь $l = 1 \text{ км}$, в бак было подано 3 м^3 воды? Диаметр трубы $d = 10 \text{ см}$.

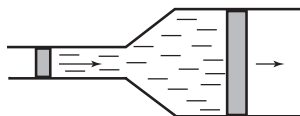


Рис. 9-1



Рис. 9-2

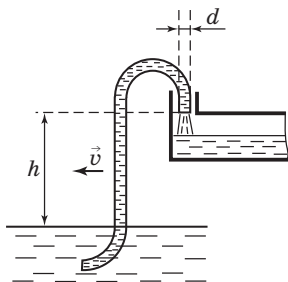


Рис. 9-3

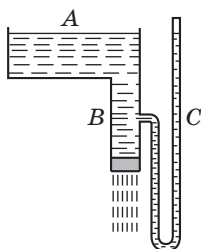


Рис. 9-4

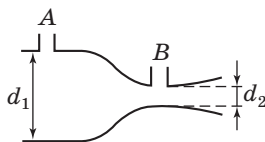


Рис. 9-5

● **9-8.** Очень широкий цилиндрический сосуд A (рис. 9-4) имеет в дне отверстие, снабженное вертикальной трубкой B . К трубке присоединен манометр C . Нижний конец трубки закрыт пробкой, и уровни жидкости в сосуде и манометре одинаковы.

а) Как расположится уровень в манометре, если, вынув пробку, дать жидкости вытекать? Внутреннее трение предполагается ничтожно малым.

б) Как изменится ответ, если трубка B сужается книзу?

● **9-9.** Из брандспойта бьет струя воды, причем расход воды составляет 60 л/мин. Площадь отверстия в брандспойте равна $1,5 \text{ см}^2$. На сколько больше атмосферного давления внутри шланга в том месте, которое на 3 м ниже конца брандспойта? Площадь канала шланга 10 см^2 .

▲ **9-10.** Для измерения массы газа, протекающего по газопроводу, употребляют прибор, устройство которого схематически показано на рисунке 9-5. О скорости протекания газа судят по разности давлений в точках A и B прибора. Определите массу газа, протекшего за 1 ч при таких условиях: внутренний диаметр газопровода $d_1 = 50 \text{ мм}$; внутренний диаметр наиболее узкой части трубки $d_2 = 40 \text{ мм}$; разность давлений в точках A и B $\Delta p = 12 \text{ мм вод. ст.}$; плотность газа $D = 0,0014 \text{ г/см}^3$. При расчете пренебречь трением и изменением плотности газа с уменьшением давления.

● **9-11.** В восходящем потоке воздуха, скорость которого 2 см/с , находится пылинка, имеющая форму шарика диаметром $0,01 \text{ мм}$. Опускается или поднимается пылинка, если ее плотность на $2,3 \text{ г/см}^3$ больше плотности воздуха? Принять, что движение воздуха при обтекании пылинки является ламинарным.

▲ **9-12.** В высокий сосуд, наполненный касторовым маслом при 20°C , бросают маленькие свинцовые шарики разных диаметров. Опустившись на некоторую глубину, шарики движутся равномерно, так как действующие на них силы уравниваются.

а) Определите число Рейнольдса для движения шарика диаметром $0,1 \text{ мм}$, предполагая, что движение масла при опускании шарика является ламинарным. Выясните, является ли это предположение правильным.

б) Каков максимальный диаметр шарика, если при опускании шарика движение масла остается ламинарным?

■ **9-13.** Покажите, что коэффициент C_x в формуле для лобового сопротивления при турбулентном движении равен отношению модуля импульса, передаваемого телу потоком, к модулю импульса, который передавал бы телу за то же время поток площадью сечения, равной площади мишеня, если бы после встречи с телом он двигался по направлению, перпендикулярному скорости, которую имел до встречи.

● **9-14.** Грузовой автомобиль движется со скоростью 6 км/ч . Какова мощность по преодолению сопротивления воздуха, если движение является турбулентным? Площадь мишеня автомобиля составляет $3,75 \text{ м}^2$. Принять, что $C_x = 0,6$ и плотность воздуха равна $1,2 \text{ кг/м}^3$.

▲ **9-15.** Свинцовая пуля в виде шарика диаметром 5 мм движется в воздухе.

а) Принимая плотность воздуха равной $0,0012 \text{ г/см}^3$, определите число Рейнольдса, если мгновенная скорость пули равна 300 м/с .

б) С каким ускорением движется при этой скорости пуля? Массой вытесненного воздуха и наличием поля тяготения пренебречь. Принять, что для шара $C_x = 0,25$.

● **9-16.** а) Какова максимальная скорость течения воды по трубе с внутренним диаметром 2 см, при которой течение еще остается ламинарным? Температура воды 15 °С.

б) Какова при такой скорости разность давлений между двумя точками внутри трубы, расстояние между которыми равно 200 м?

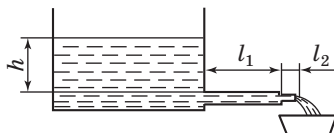


Рис. 9-6

▲ **9-17.** Широкий сосуд снабжен внизу горизонтальной капиллярной трубкой, состоящей из двух звеньев (рис. 9-6). Первое звено имеет длину $l_1 = 20$ см и внутренний диаметр $d_1 = 1$ мм, второе — длину $l_2 = 2$ см и внутренний диаметр $d_2 = 0,5$ мм. В сосуд налит глицерин, уровень которого выше капилляра на $h = 10$ см. Какой объем глицерина вытекает из капилляра за время $t = 1$ мин?

Глава 2

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

§ 10. Тепловое расширение твердых и жидких тел

1) Изменения длины и объема тела при изменении температуры на Δt :

$$\Delta l = l - l_0 = \alpha l_0 \Delta t; \quad \Delta V = V - V_0 = \beta V_0 \Delta t,$$

где l_0 — начальная длина; V_0 — начальный объем; α и β — коэффициенты линейного и объемного расширения, относящиеся к телам, внутри которых отсутствует напряжение.

2) Для твердых изотропных тел $\beta = 3\alpha$.

3) Плотность тела при температуре t ($^{\circ}\text{C}$)

$$D_t = \frac{D_0}{1 + \beta t},$$

где D_0 — плотность при 0°C .

● **10-1.** Два бруска разного объема из одного и того же материала, имеющие разную температуру, прикладываются друг к другу гранями, причем более теплый передает некоторое количество теплоты другому. Обмен теплотой с окружающими телами отсутствует. Изменяются ли при этом общий объем и общая длина брусков?

● **10-2.** Можно ли заметить увеличение диаметра латунного цилиндра вследствие теплового расширения, если измерения проводятся микрометром с точностью до 0,01 мм при температурах 5 и 35 $^{\circ}\text{C}$? При 5 $^{\circ}\text{C}$ результаты измерения составил 20,45 мм.

● **10-3.** При 0 $^{\circ}\text{C}$ цинковый стержень имеет длину 200 мм, а медный — 201 мм. Поперечные размеры их при 0 $^{\circ}\text{C}$ одинаковы. При какой температуре одинаковы: а) их длины? б) их объемы?

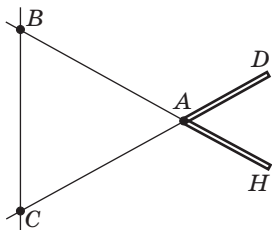


Рис. 10-1

▲ 10-4. Два стержня AB и AC одинаковой длины (рис. 10-1), сделанные из металла с коэффициентом линейного расширения α_1 , соединены шарнирами в точках A , B и C между собой и со стержнем BC , сделанным из металла с коэффициентом линейного расширения α_2 . На концы стержней надеты, как показано на рисунке, трубки AD и AH одинаковой длины, сделанные из того же металла, что и стержень BC . Каково должно быть соотношение между α_1 и α_2 , чтобы расстояние DH при изменении температуры оставалось постоянным?

ней надеты, как показано на рисунке, трубки AD и AH одинаковой длины, сделанные из того же металла, что и стержень BC . Каково должно быть соотношение между α_1 и α_2 , чтобы расстояние DH при изменении температуры оставалось постоянным?

● 10-5. Холодный металлический шар опущен в горячую воду, а такой же горячий шар опущен в холодную воду. Каковы деформации наружных и внутренних слоев шаров?

▲ 10-6. Часы с латунным маятником идут правильно при 0°C . На сколько отстанут часы за сутки, если температура повысится до $t = +20^\circ\text{C}$?

● 10-7. Как изменится угловая скорость тела, вращающегося без трения вокруг некоторой оси, если температура повысится от 0 до $t^\circ\text{C}$? Как изменится при этом кинетическая энергия тела? За счет чего произойдет изменение энергии?

● 10-8. Сообщающиеся сосуды наполнены жидкостью. Температура жидкости в одном из них повышается, в другом остается неизменной. Меняется ли при этом уровень жидкости во втором сосуде?

● 10-9. При какой температуре плотность ртути равна $13,48\text{ г/см}^3$, если при 10°C она равна $13,57\text{ г/см}^3$?

▲ 10-10. Масса стеклянного сосуда $m_0 = 53\text{ г}$. Масса того же сосуда, наполненного ртутью, при 0°C равна $m_1 = 1384\text{ г}$. Когда этот сосуд нагрели до $t = 40^\circ\text{C}$, то часть ртути вытекла и масса сосуда стала равной $m_2 = 1376\text{ г}$. Каков коэффициент объемного расширения стекла β_2 ?

▲ 10-11. При отсчете показания барометра обычно делают поправку на расширение шкалы и изменение плотности ртути по сравнению с 0°C . Каково было бы показание барометра при 0°C , если при 30°C оно равно 758,2 мм? Шкала барометра латунная.

▲ 10-12. Ртутный термометр со стеклянной шкалой, установленный на паропроводе, частично утоплен в изоляции паропровода так, что снаружи видны деления шкалы выше 27°C . Резервуар термометра соприкасается с паром и имеет его температуру. Температура воздуха в помещении 30°C . Принимая во внимание, что термометр градуирован в условиях, обеспечивающих одинаковость температуры по всей длине термометра, определите температуру пара, если термометр показывает 170°C .

§ 11. Свойства идеальных газов

1) Уравнение состояния для идеальных газов (уравнение Клапейрона—Менделеева)

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

или

$$p\nu M = RT,$$

где p — давление; V и ν — соответственно общий и удельный объемы газа; m — масса газа; M — молярная масса; T — термодинамическая (абсолютная) температура газа; R — молярная газовая постоянная.

2) Давление смеси газов равно сумме парциальных давлений газов, составляющих смесь.

3) Барометрическая формула

$$h = \frac{RT}{Mg} \ln \frac{p_0}{p},$$

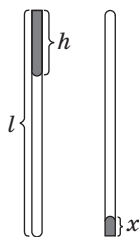
где p — давление газа на высоте h ; p_0 — давление при $h = 0$; T — термодинамическая температура.

Указание. При решении задач принимать, что абсолютное давление газов в баллонах на 1 атм больше показания манометров. В задачах 11-1—11-5 считать температуру постоянной.

▲ **11-1.** Сколько качаний надо сделать, чтобы при помощи насоса, захватывающего при каждом качании 40 см^3 воздуха, наполнить пустую камеру шины велосипеда настолько, что площадь ее соприкосновения с дорогой станет равной 60 см^2 ? Нагрузка на колесо равна 350 Н . Объем камеры 2000 см^3 . Давление атмосферы принять равным 10^5 Па . Жесткостью покрышки камеры пренебречь.

▲ **11-2.** В чашечный ртутный барометр попал пузырек воздуха, вследствие чего барометр показывает давление меньшее истинного. При сверке его с показанием точного барометра оказалось, что при давлении 768 мм рт. ст. барометр показывает 748 мм рт. ст. , причем расстояние от уровня ртути до верхнего основания трубки равно 80 мм . Каково истинное давление, если барометр показывает 734 мм рт. ст. (температура воздуха та же)?

▲ **11-3.** В запаянной с одного конца стеклянной трубке, длина которой $l = 70 \text{ см}$, находится столбик воздуха,



запертый сверху столбиком ртути высотой $h = 20 \text{ см}$, доходящим до верхнего края трубки (рис. 11-1). Трубку осторожно перевертывают, причем часть ртути выливается.

а) Какова высота x столбика ртути, который останется в трубке, если атмосферное давление соответствует давлению столба ртути высотой 75 см ?

Рис. 11-1

б) При какой длине трубки столбик ртути той же высоты выльется из трубки полностью?

▲ **11-4.** На рисунке 11-2 изображен манометр для малых давлений. Трубка C соединяет прибор с испытуемым резервуаром. При поднимании сосуда A находящаяся в нем ртуть доходит до сосуда D , разобщая при этом находящийся в нем газ с испытуемым резервуаром. При дальнейшем поднятии ртуть входит в одинаковые капилляры K_1 и K_2 . Определите давление газа в испытуемом сосуде при следующих данных: объем сосуда D равен 130 см^3 ; внутренний диаметр капилляра равен $1,1 \text{ мм}$; разность уровней в капиллярах $h = 23 \text{ мм}$;

уровень ртути в капилляре K_2 совпадает с концом капилляра K_1 .

▲ 11-5. На рисунке 11-3 изображен прибор для измерения объемов — волюметр. На нем произведены такие измерения:

1) открыв кран K , соединили трубку AB и сосуд Z с атмосферным воздухом; затем трубка C была приведена в такое положение, что ртуть стояла на уровне l ;

2) закрыв кран K , медленно подняли трубку C настолько, что ртуть достигла уровня n ; отсчитали разность уровней ртути в трубках C и B : $h_1 = 18,5$ см;

3) открыв кран K , в сосуд Z поместили зерна ржи массой $m = 72$ г; установили ртуть на уровне l и снова закрыли кран K ;

4) подняли трубку C настолько, что ртуть поднялась до уровня n ; измерили разность уровней ртути в трубках $h_2 = 30,5$ см.

Определите на основании этих измерений плотность D зерен ржи, если внутренний объем сосуда вместе с объемом канала трубки до черты n равен $V = 152$ см³.

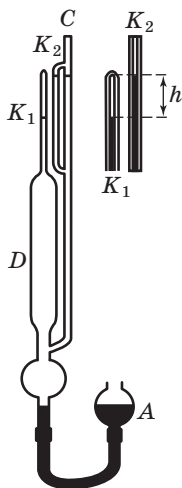


Рис. 11-2

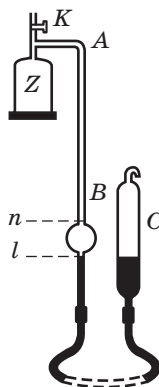


Рис. 11-3

● 11-6. Манометр на баллоне со сжатым газом при температуре $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ показывает давление $8,4 \cdot 10^6\text{ Па}$. Какое давление он будет показывать, если температура понизится до $-23\text{ }^{\circ}\text{C}$? Изменением емкости баллона вследствие охлаждения пренебречь.

● 11-7. Газ при давлении 745 мм рт. ст. и температуре $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ имеет объем 164 см^3 . Каков объем той же массы газа при нормальных условиях?

▲ 11-8. Компрессор захватывает при каждом качании 4 л воздуха при атмосферном давлении и температуре $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ и нагнетает его в резервуар объемом $1,5\text{ м}^3$, причем температура воздуха в резервуаре держится около $45\text{ }^{\circ}\text{C}$. Сколько качаний должен сделать компрессор, чтобы давление в резервуаре увеличилось на $2 \cdot 10^5\text{ Па}$?

▲ 11-9. Баллон объемом 20 л наполнен сжатым воздухом. При температуре $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ манометр показывает давление $1,2 \cdot 10^7\text{ Па}$. Какой объем воды можно вытеснить из цистерны подводной лодки воздухом этого баллона, если вытеснение производится на глубине 30 м и температура равна $5\text{ }^{\circ}\text{C}$? Принять, что давление столба воды высотой 10 м равно 10^5 Па ; атмосферное давление равно 10^5 Па .

● 11-10. Определите давление 4 кг кислорода, заключенного в сосуд объемом 2 м^3 , при температуре $29\text{ }^{\circ}\text{C}$.

● 11-11. Определите удельный объем азота при температуре $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ и давлении $4,9 \cdot 10^4\text{ Па}$.

● 11-12. Определите массу кислорода, заключенного в баллоне объемом 10 л, если при температуре $-13\text{ }^{\circ}\text{C}$ манометр на баллоне показывает давление $8,8 \cdot 10^6\text{ Па}$.

● 11-13. Из баллона со сжатым водородом объемом 10 л вследствие неисправности вентиля вытекает газ. При температуре $7\text{ }^{\circ}\text{C}$ манометр показывал давление $4,9 \cdot 10^6\text{ Па}$. Через некоторое время при температуре $17\text{ }^{\circ}\text{C}$ манометр показал такое же давление. Чему равна масса вытекшего газа?

▲ 11-14. По газопроводной трубе течет углекислый газ при давлении $p = 3,9 \cdot 10^5\text{ Па}$ и температуре $t = 7\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Какова скорость движения газа в трубе, если за $\tau = 10$ мин протекает $m = 2$ кг углекислого газа и если площадь сечения канала трубы $S = 5 \text{ см}^2$?

▲ 11-15. По трубе диаметром 3 см течет воздух, давление которого равно 50 атм, а температура 0°C . При какой скорости течение воздуха превратится из ламинарного в турбулентное?

Примечание. Вязкость газов практически не зависит от давления.

▲ 11-16. При начале подъема стратостата его оболочка наполнена водородом лишь на $\frac{1}{8} - \frac{1}{10}$ полного объема. При подъеме оболочка сначала раздувается. Затем объем оболочки стратостата перестает увеличиваться, и водород начинает вытекать из него сквозь аппендикс. При этом давление и температура водорода внутри стратостата и воздуха снаружи стратостата продолжают оставаться приблизительно равными между собой.

а) Покажите, что при отсутствии вытекания водорода подъемная сила стратостата остается неизменной, а при вытекании водорода постепенно уменьшается.

б) Какая масса водорода вытекла из стратостата, если при неизменном объеме баллона подъемная сила уменьшилась на 265 Н?

▲ 11-17. Предположим, что температура воздуха в атмосфере зависит от высоты таким образом, что плотность воздуха по всей толще атмосферы одинакова. На каком расстоянии по вертикали разность температур равна 1°C ?

■ 11-18. В вертикальном закрытом сверху и снизу цилиндре движется с ничтожным трением поршень. Над поршнем и под ним находятся одинаковые массы одного и того же газа при температуре $T_1 = 300 \text{ К}$. Вес поршня уравнивается разностью сил давлений газа, если объем нижней части цилиндра в $n = 3$ раза меньше объема верхней части. Каково будет соотношение объемов, если температура повысится до $T_2 = 400 \text{ К}$?

● **11-19.** Три баллона объемами 3, 7 и 5 л наполнены соответственно кислородом (2 атм), азотом (3 атм) и углекислым газом (0,6 атм) при одной и той же температуре. Баллоны соединяют между собой, причем образуется смесь той же температуры. Каково давление смеси?

▲ **11-20.** Определите молярную массу газа, свойства которого соответствуют свойствам смеси 160 г кислорода и 120 г азота.

▲ **11-21.** Определите плотность смеси 4 г водорода и 32 г кислорода при температуре 7 °С и давлении 700 мм рт. ст.

▲ **11-22.** Топочный газ имеет следующий состав по весу: CO_2 — 21,4%, H_2O — 6,8%, N_2 — 71,8%. Определите удельный объем такого газа при давлении 10^5 Па и температуре 500 К.

● **11-23.** Давление воздуха на уровне моря $p_0 = 750$ мм рт. ст., а на вершине горы 590 мм рт. ст. Какова высота горы, если температура воздуха равна 5 °С?

▲ **11-24.** Предположим, что внутри вертикальной трубы высотой 100 м находится воздух при температуре 500 К; снаружи труба окружена воздухом при температуре 250 К. Труба сверху открыта, а внизу отделена от наружного воздуха заслонкой площадью 300 см^2 . Какая сила действует на заслонку, если давление воздуха у верхнего конца трубы равно 740 мм рт. ст.?

■ **11-25.** Трубка длиной 22 см вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее середину, с частотой 30 с^{-1} . Температура воздуха 16 °С. Принимая давление воздуха внутри трубки вблизи ее открытых концов равным атмосферному (760 мм рт. ст.), определите давление в середине трубки.

§ 12. Первое начало термодинамики в применении к идеальным газам

1) Первое начало термодинамики:

$$dU = -pdV + dQ,$$

где dU — изменение внутренней энергии системы;

$p dV$ — работа против внешнего давления; dQ — количество теплоты, полученной системой.

2) Молярные теплоемкости идеальных газов зависят от числа атомов в молекуле газа и характера процесса, при котором газ получает теплоту. Молярные теплоемкости C_V и C_p при изохорном и изобарном процессах не зависят от температуры и соответственно равны:

$$C_V = \frac{i}{2} R = \frac{R}{\gamma - 1}; \quad C_p = C_V + R = \frac{\gamma R}{\gamma - 1},$$

где i — число степеней свободы молекулы; $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ ($i = 3$,

$\gamma = \frac{5}{3}$ — для одноатомного газа, $i = 5$, $\gamma = 1,4$ — для двухатомного газа, $i = 6$, $\gamma = \frac{4}{3}$ — для многоатомного газа); R — молярная газовая постоянная.

Удельные теплоемкости $c_V = \frac{C_V}{M}$, $c_p = \frac{C_p}{M}$ (M — молярная масса).

3) Внутренняя энергия идеального газа массой m при температуре T :

$$U = \frac{m}{M} C_V T = \frac{pV}{\gamma - 1}.$$

4) Работа газа при изотермическом процессе

$$A = Q = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{M} R T \ln \frac{p_1}{p_2},$$

где p_1 и p_2 — начальное и конечное давления.

5) Уравнение адиабатного процесса

$$pV^\gamma = \text{const.}$$

● **12-1.** Принимая отношение молярных теплоемкостей для двухатомных газов равным $\gamma = 1,4$, вычислите удельные теплоемкости: а) кислорода; б) азота.

● **12-2.** Вычислите отношение $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ для смеси 3 молей аргона и 5 молей кислорода.

● **12-3.** Баллон объемом $V = 10$ л с кислородом при давлении $p_1 = 78,4 \cdot 10^5$ Па и температуре $t_1 = 7$ °С нагревается до $t_2 = 15,5$ °С. Какое количество теплоты при этом получено газом?

▲ **12-4.** Сосуд, содержащий некоторое количество азота при температуре $t_1 = 15$ °С, движется со скоростью $v = 100$ м/с. Какова будет температура t_2 газа в сосуде, если он внезапно остановится? Передачей теплоты стенкам можно пренебречь.

● **12-5.** В комнате объемом 90 м^3 воздух сменяется полностью через 2 ч. Какое количество теплоты требуется для обогрева воздуха в комнате за сутки, если температура воздуха в комнате должна быть 18 °С, а наружный воздух имеет температуру -5 °С? Принять, что средняя плотность воздуха равна $1,25 \text{ кг/м}^3$.

▲ **12-6.** Турбогенератор мощностью 3000 кВт охлаждается проточным воздухом. Какие объемы воздуха должны поступать в генератор и выходить из него в течение 1 с, если коэффициент полезного действия генератора равен 94% , температура воздуха, выходящего из генератора, не должна превышать 50 °С, температура поступающего воздуха 20 °С, давление воздуха 750 мм рт. ст.?

▲ **12-7.** В цилиндре керосинового двигателя происходит быстрое сгорание горючей смеси. Какая температура t_2 и какое давление p_2 установятся после сгорания, если объем камеры сгорания $V = 10$ л, давление газовой смеси перед сгоранием $p_1 = 5 \cdot 10^5$ Па, температура $t_1 = 210$ °С, масса керосина в смеси $m_0 = 0,9$ г, удельная теплоемкость продуктов сгорания $c_V = 0,71 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$, средняя молярная масса горючей смеси $M = 29,4$ г/моль, теплота сгорания керосина $q = 4,2 \cdot 10^4 \text{ Дж/г}$

Указание. Рассчитывать нагревание при сгорании как изохорный процесс, пренебрегая изменением объема за время сгорания.

● **12-8.** Азот массой 200 г нагревается при постоянном давлении от 20 до 100 °С. Какое количество теплоты поглощается при этом? Каков прирост внутренней энергии газа? Какую внешнюю работу производит газ?

▲ **12-9.** В цилиндре под поршнем находится в замкнутом пространстве воздух (рис. 12-1). Какая работа должна быть произведена, чтобы поднять поршень на высоту $h_1 = 10$ см, если начальная высота столба воздуха $h_0 = 15$ см и внешнее давление $p_0 = 760$ мм рт. ст.? Площадь поршня $S = 10$ см². Весом поршня можно пренебречь. Температура остается неизменной.

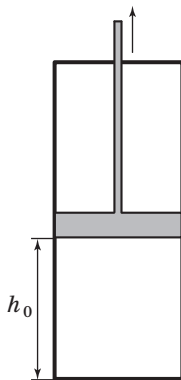


Рис. 12-1

▲ **12-10.** Некоторая масса азота при давлении 1 атм имела объем 5 л, а при давлении 3 атм — объем 2 л. Переход от первого состояния ко второму был сделан в два этапа: сначала изохорно, затем изобарно.

а) Определите изменение внутренней энергии, количество теплоты и произведенную газом работу.

б) Произведите те же расчеты в случае обратного порядка этапов: сначала изобарно, затем изохорно.

Почему результаты расчетов теплоты и работы в случаях а) и б) различны?

▲ **12-11.** Производится сжатие некоторой массы двухатомного газа ($\gamma = 1,4$) один раз изотермически, другой раз адиабатно. Начальные температура и давление сжимаемого газа в обоих случаях одинаковы. Конечное давление в n раз больше начального. Найдите отношение работы сжатия A_2 при адиабатном процессе к работе сжатия A_1 при изотермическом процессе. Рассмотрите случаи:

а) $n = 2$;

б) $n = 100$.

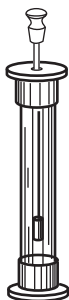


Рис. 12-2

● **12-12.** Прибор, изображенный на рисунке 12-2 (воздушное огниво), служит для демонстрации нагревания воздуха при адиабатном сжатии. Определите температуру воздуха в огниве при быстром уменьшении объема в 10 раз, если начальная температура 15°C .

▲ **12-13.** Некоторая масса сухого воздуха поднимается в атмосфере в широком потоке такого же воздуха; теплообмен этой массы с внешними телами практически отсутствует. Каково изменение температуры воздуха (ΔT) при подъеме на высоту $\Delta h = 500\text{ м}$?

Указание. При расчете надо принять во внимание, что при подъеме воздуха за счет внутренней энергии увеличивается его потенциальная энергия и производится работа расширения.

▲ **12-14.** В четырехтактном дизельном двигателе поступающий атмосферный воздух в объеме 10 л подвергается 12-кратному сжатию. Предполагая процесс сжатия адиабатным, определите конечное давление, конечную температуру и работу сжатия, если начальные давление и температура равны 1 атм и 10°C .

▲ **12-15.** а) Начальные и конечные состояния некоторой массы азота такие же, как в задаче 12-10. Переход от первого состояния ко второму был произведен тоже в два этапа: сначала адиабатно, затем изохорно. Определите изменение внутренней энергии, количество теплоты и произведенную работу.

б) Произведите те же расчеты при обратном порядке этапов перехода.

■ **12-16.** В цилиндре, закрытом с обоих концов и наполненном воздухом, находится поршень, разделяющий пространство в цилиндре на две равные части (рис. 12-3). Давление воздуха на обе стороны поршня равно $p_0 = 1\text{ атм}$. Поршень отклоняется от положения равновесия на незначительное расстояние и начи-

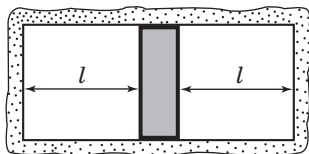


Рис. 12-3

нает колебаться, причем процессы в газе можно считать адиабатными. Определите период этих колебаний, если масса поршня $m = 1,5$ кг, расстояние от поршня до стенки $l = 20$ см и площадь поршня $S = 100$ см². Трение ничтожно мало.

● **12-17.** Начертите примерные графики изохорного, изобарного, адиабатного и изотермического процессов на диаграммах: а) T, p ; б) T, V ; в) T, U ; г) V, U .

▲ **12-18.** Два баллона объемами V_1 и V_2 со стенками из не проводящих теплоту материалов содержат два газа, имеющих давления p_1 и p_2 и температуры T_1 и T_2 . Баллоны соединены трубкой с краном. Кран открывается, происходит перемешивание газов и устанавливаются общее давление p и общая температура T . Отношение теплоемкостей при изобарном и изохорном процессах для обоих газов одно и то же. Определите p и T .

▲ **12-19.** На рисунке 12-4 показана «теоретическая» диаграмма работы компрессора двойного действия. Участок AB соответствует изотермическому сжатию воздуха, BC — проталкиванию воздуха в резервуар (давление остается постоянным), CD — мгновенному уменьшению давления в цилиндре компрессора при закрытии выпускного клапана и открытии впускного, DA — впуску воздуха при атмосферном давлении. Покажите, что работа компрессора за 1 цикл равна работе на изотермическом участке цикла и численно равна площади $ABGF$.

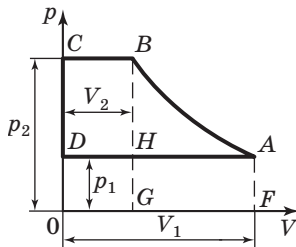


Рис. 12-4

▲ **12-20.** Компрессор должен давать в час 50 м³ сжатого воздуха при давлении $8 \cdot 10^5$ Па. Компрессор охлаждается проточной водой, так что процесс сжатия можно считать изотермическим.

а) Какой мощности мотор требуется к компрессору, если КПД последнего 60%?

б) Какое количество проточной воды в час требуется, если температура ее в змеевике компрессора повышается от 11 до 17 °С? Внешнее давление считать равным 10^5 Па.

■ 12-21. Двигатель внутреннего сгорания работает по циклу, диаграмма которого представлена на рисунке

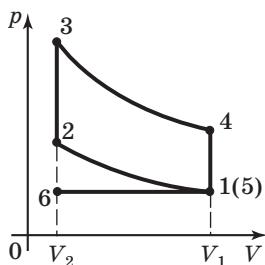


Рис. 12-5

12-5. Процесс 1—2 — сжатие горючей смеси; 2—3 — вспышка горючей смеси; 3—4 — рабочий ход; 4—5 — падение давления при открывании выпускного клапана; 5—6 — выпуск отработавших газов; 6—1 — засасывание горючей смеси. Принимая во внимание, что процессы 1—2 и 3—4 могут считаться адиабатными и что процессы 2—3 и 4—5 могут быть заменены изохорными процессами, вычислите максималь-

ный КПД двигателя, если известно, что $\frac{V_1}{V_2} = 4$; $\frac{c_p}{c_v}$ для горючей смеси и продуктов сгорания равно 1,3.

■ 12-22. а) Покажите, что процесс, при котором во время изменения температуры газа производится работа, пропорциональная разности конечной и начальной температур, может быть описан уравнением вида

$$pV^n = \text{const},$$

где n — постоянная величина (политропный процесс).

б) Покажите, что при политропном процессе удельная теплоемкость газа не зависит от температуры.

в) Выясните, являются ли политропными следующие процессы: 1) процесс, происходящий при нагревании прибора, описанного в задаче 11-18; 2) процесс, который происходит при повышении температуры газа в сосуде А (рис. 12-6). Давление вне сосуда А постоянно. Пружина П начинает растягиваться только после того, как поршень В, двигаясь вправо, перейдет положение, показанное на рисунке пунктиром; 3) процесс, который

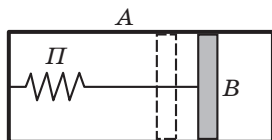


Рис. 12-6



Рис. 12-7

происходит при повышении температуры газа в левой части трубки, показанной на рисунке 12-7; 4) в приборе, показанном на рисунке 12-2, вдвигание поршня производится настолько медленно, что вследствие потери теплоты сквозь стенки изменение температуры газа при малом продвижении поршня вдвое меньше, чем при быстром вдвигании на то же расстояние.

г) Объясните, как при повышении температуры изменяются удельные теплоемкости газа в случаях 1)–4).

§ 13. Кинетическая теория газов

1) Средняя квадратичная скорость и средняя скорость частиц

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\sum v^2}{N}}; \quad \langle v \rangle = \frac{\sum v}{N},$$

где v — скорости частиц; N — число частиц.

2) Постоянная Больцмана

$$k = \frac{R}{N_A},$$

где R — молярная газовая постоянная; N_A — постоянная Авогадро.

3) Давление газа

$$p = \frac{1}{3} n m \langle v^2 \rangle = n k T,$$

где n — число молекул в 1 см^3 (концентрация молекул); m — масса молекулы.

4) Средняя квадратичная скорость молекул газа и частиц при температуре T

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

где M — молярная масса газа.

5) Закон Максвелла о распределении молекул газа по интервалам скоростей

$$\Delta n = n \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{v_{\text{вер}}^3} e^{-\frac{v^2}{v_{\text{вер}}^2}} \Delta v = n f(v) \Delta v,$$

где $v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$ — скорость, соответствующая максимуму функции распределения по интервалам скоростей $f(v)$, называемая наиболее вероятной скоростью.

6) Средняя скорость при максвелловском распределении

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

7) Число столкновений одной молекулы за 1 с

$$z = \sqrt{2} \pi \sigma^2 n \langle v \rangle,$$

где σ — диаметр молекулы.

8) Средний свободный пробег молекул

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n}.$$

9) Вязкость газа

$$\eta = \frac{1}{3} D \lambda,$$

где D — плотность газа.

10) Число молекул, ударяющих за 1 с в площадку 1 м^2 , помещенную в газе,

$$\nu = \frac{n \langle v \rangle}{4}.$$

● **13-1.** В сосуде объемом 230 см^3 находится газ при давлении $0,01 \text{ мм рт. ст.}$ и температуре 7°C . Сколько молекул находится в сосуде?

▲ **13-2.** Плотность смеси азота и водорода при температуре $t = 47^\circ \text{C}$ и давлении $p = 2 \text{ атм}$ равна $D = 0,3 \text{ кг/м}^3$. Какова концентрация молекул водорода в смеси?

▲ **13-3.** В стеклянном сосуде сферической формы с внутренним диаметром 3 см находится азот, давление которого при температуре 190°C равно $0,01 \text{ мм рт. ст.}$ На стенках сосуда имеется мономолекулярный слой адсорбированного азота. Площадь, занимаемая одной молекулой азота на стенке, равна $1 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$. Каково давление азота в сосуде при температуре 427°C , при которой азот полностью десорбируется со стенок?

▲ **13-4.** Сосуд, содержащий некоторое количество газа, движется со скоростью u , затем внезапно останавливается. На сколько увеличится при этом квадрат средней квадратичной скорости молекул газа в случае: а) одноатомного газа? б) двухатомного газа? Каков физический смысл полученного результата?

● **13-5.** Определите среднюю квадратичную скорость газовых молекул: а) кислорода при 132°C ; б) гелия при $0,1 \text{ К}$.

● **13-6.** Какая температура соответствует средней квадратичной скорости молекул углекислого газа, равной 720 км/ч ?

● **13-7.** Определите среднюю квадратичную скорость капельки воды радиусом $r = 10^{-6} \text{ см}$, взвешенной в воздухе при $t = 17^\circ \text{C}$.

● **13-8.** На рисунке 13-1 дан график, показывающий распределение скоростей молекул газа по закону Максвелла. По оси абсцисс отложена скорость молекул v , по оси ординат — величина $\frac{1}{n} \frac{\Delta n}{\Delta v}$, где Δn — число молекул, обладающих скоростями, заключенными в пределах между v и $v + \Delta v$; n — общее число молекул в данном объеме.



Рис. 13-1

а) Покажите, что средняя скорость больше наиболее вероятной скорости.

б) Чему равна общая площадь, ограниченная осью абсцисс и графиком?

в) Как надо изменить абсциссы и ординаты графика, соответствующие температуре T_1 , чтобы получить график распределения скоростей при температуре T_2 ? Начертите приблизительно график, соответствующий в 4 раза более высокой температуре.

● **13-9.** Определите среднюю и наиболее вероятную скорости молекул кислорода при 132 °С.

● **13-10.** Чему равна вероятность того, что какая-нибудь молекула имеет скорость, точно равную наиболее вероятной скорости?

▲ **13-11.** Кроме распределения газовых молекул по интервалам скоростей, указанного в пункте 5) введения к настоящему параграфу, можно рассматривать распределение молекул по интервалам энергий, а также по интервалам логарифмов скоростей или энергий.

а) Покажите, что максимум функции распределения молекул по интервалам энергий соответствует скорости

$$v_0 = \frac{v_{\text{вер}}}{\sqrt{2}}.$$

б) Покажите, что максимум функции распределения молекул по интервалам логарифмов их скоростей или энергий соответствует средней квадратичной скорости.

▲ **13-12.** а) Какой процент молекул обладает скоростями, отличающимися от наиболее вероятной не более чем на 1%?

б) Ответьте на тот же вопрос относительно средней квадратичной скорости.

в) Почему в случае б) получается более высокий процент, чем в случае а)?

▲ **13-13.** Покажите, что в некоторой массе газа число молекул, скорости которых меньше средней квадратичной скорости и больше средней, одинаково при любой температуре.

▲ 13-14. Как изменится концентрация молекул двухатомного газа, скорости которых отличаются от наиболее вероятной скорости не более чем на 1 м/с, если произойдет адиабатное расширение в два раза?

● 13-15. Найдите число молекул азота в объеме 1 см³ при нормальных условиях, скорости которых лежат в интервале: а) 99—101 м/с; б) 499—501 м/с.

▲ 13-16. При какой температуре число молекул азота, скорости которых лежат в интервале 299—301 м/с, равно числу молекул со скоростями в интервале 599—601 м/с?

▲ 13-17. Покажите, что средняя квадратичная относительная скорость движения двух молекул $v_{\text{отн}} = v_{\text{кв}}\sqrt{2}$, где $v_{\text{кв}}$ — средняя квадратичная скорость относительно стенок сосуда.

● 13-18. При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул азота равна 1 мм, если при нормальном давлении она равна $6 \cdot 10^{-6}$ см?

● 13-19. При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул водорода равна 2,5 см? Температура водорода 68 °С.

▲ 13-20. Найдите среднюю продолжительность свободного пробега молекул кислорода при давлении 2 мм рт. ст. и температуре 27 °С.

▲ 13-21. Определите число всех столкновений между молекулами азота в объеме 1 см³ в течение 1 с при нормальных условиях.

▲ 13-22. Средняя длина свободного пробега молекул азота при нормальных условиях равна $6 \cdot 10^{-6}$ см. Некоторая масса азота перешла от нормальных условий к состоянию, при котором ее температура равна 300 °С. Какова длина свободного пробега в новом состоянии азота, если процесс перехода был: а) изохорным; б) изобарным; в) адиабатным?

▲ 13-23. Как изменится вязкость двухатомного газа, состояние которого далеко от вакуума, при уменьшении

объема в два раза, если процесс перехода был: а) изотермическим; б) изобарным; в) адиабатным?

▲ 13-24. Зная вязкость кислорода (см. таблицу IX), оцените среднюю длину свободного пробега молекул в нем при нормальных условиях.

▲ 13-25. Вязкость некоторого газа определяется методом измерения силы трения между пластинами, отделенными друг от друга слоем этого газа толщиной 0,9 мм. При давлении 2,8 Па вязкость газа оказалась равной $0,80 \cdot 10^{-5}$ Па · с, при давлениях 10,9 Па и 16,0 Па она равна $1,9 \cdot 10^{-5}$ Па · с. Какова приблизительно длина свободного пробега молекул этого газа при нормальном давлении?

● 13-26. Сколько молекул ударяется за 1 с в 1 см^2 стенки сосуда, в котором находится кислород при давлении 750 мм рт. ст. и температуре 20 °С?

▲ 13-27. Как изменится число ударов молекул двухатомного газа в 1 см^2 стенки сосуда за 1 с, если объем газа адиабатно увеличится в 2 раза?

▲ 13-28. Предполагая, что каждая молекула кислорода, попавшая на поверхность металлического волоска в лампе накаливания, адсорбируется, рассчитайте, за какое время волосок покроется мономолекулярным слоем кислорода, если давление его равно $p = 1 \cdot 10^{-5}$ мм рт. ст., а температура $t = 27$ °С. Принять, что каждая молекула кислорода занимает на поверхности волоска площадь $S = 9 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$.

§ 14. Реальные газы. Критическое состояние

1) Уравнение Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT,$$

где p — давление газа; V_m — объем 1 моля вещества; a и b — постоянные Ван-дер-Ваальса (см. таблицу XV); R — молярная газовая постоянная.

2) Соотношения между постоянными Ван-дер-Ваальса и параметрами критического состояния (V_k — критический объем 1 моля газа):

$$R = \frac{8p_k V_k}{3T_k}; \quad a = 3p_k V_k^2; \quad b = \frac{V_k}{3}.$$

● 14-1. Каков физический смысл выражения $p + \frac{a}{V_m^2}$?

● 14-2. 1 моль аргона занимает при температуре 300 К объем 1 л. Вычислите давление аргона: а) считая, что он обладает свойствами идеального газа; б) принимая во внимание поправку Ван-дер-Ваальса на давление, но пренебрегая поправкой на объем; в) принимая во внимание поправку на объем, но пренебрегая поправкой на давление; г) принимая во внимание обе поправки Ван-дер-Ваальса.

● 14-3. Вычислите, пользуясь формулой Ван-дер-Ваальса, давление массы $m = 1,1$ кг углекислого газа, заключенного в баллоне объемом $V = 20$ л, при температуре $t = 13$ °С. Сравните полученный результат с давлением идеального газа при тех же условиях.

● 14-4. Вычислите температуру, при которой давление кислорода, имеющего плотность 100 кг/м³, равно 70 атм. Сравните результат с температурой идеального газа при тех же условиях.

▲ 14-5. В баллоне объемом 20 л находится 80 моль некоторого газа. При 14 °С давление газа равно 90 атм, при 63 °С — 109 атм. Вычислите постоянные Ван-дер-Ваальса для этого газа.

▲ 14-6. Рассмотрите, пользуясь формулой Ван-дер-Ваальса, изотермические процессы в газах такой плотности, что условие $V_m \gg b$ является выполненным.

а) При какой температуре газ более сжимаем, чем идеальный, при какой — менее сжимаем?

б) При какой температуре изотермические процессы в газе протекают так же, как в идеальном газе?

Найдите эти температуры для углекислого газа и водорода.

▲ **14-7.** Газ расширяется при постоянной температуре (27°C), причем объем одного моля газа увеличивается от 1,5 до 15 л. Принимая, что условие $V_m \gg b$ выполняется, определите, пользуясь формулой Ван-дер-Ваальса, работу при расширении одного моля: а) азота, б) водорода.

■ **14-8.** В опыте Джоуля—Томсона измеряется изменение температуры газа при его дросселировании (течение газа в условиях тепловой изоляции и значительном перепаде давления, например сквозь ватный тампон; рис. 14-1). При дросселировании газа имеет место соотношение

$$p_1 V_1 + U_1 = p_2 V_2 + U_2,$$

где U — внутренняя энергия газа.

а) Пользуясь указанным соотношением, покажите, что в случае идеального газа температура газа при дросселировании остается постоянной.

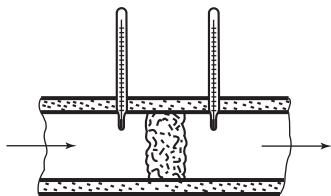


Рис. 14-1

б) Пользуясь формулой Ван-дер-Ваальса, вычислите изменение температуры: 1) углекислого газа; 2) водорода при дросселировании от давления $p_1 = 2$ атм до давления $p_2 = 1$ атм при начальной температуре 17°C .

Указание. Принять, что при этих условиях $V_m \gg b$ и изменение внутренней энергии при дросселировании мало (меняется только соотношение между кинетической энергией теплового движения молекул и потенциальной энергией их взаимодействия).

● **14-9.** Найдите критическую плотность воды.

▲ **14-10.** Найдите критические давление и температуру аргона.

▲ **14-11.** Найдите постоянные a и b уравнения Ван-дер-Ваальса для углекислого газа по его критическим давлению $p_k = 73$ атм и температуре $t_k = 31,1^\circ\text{C}$.

■ **14-12.** Для демонстрации критического состояния вещества используют прибор русского физика Авенариуса (рис. 14-2), в котором производится нагревание запаянной трубки с этиловым эфиром.

а) Какую часть объема трубки должен занимать эфир при температуре $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, если мы хотим, чтобы при достижении критической температуры весь объем трубки был заполнен эфиром в критическом состоянии? Молярная масса эфира равна $74\text{ г} \cdot \text{моль}^{-1}$. Критические температура и давление эфира соответственно равны $193,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ и $35,6\text{ атм}$.

б) Что будет происходить при повышении температуры, если объем трубки больше или меньше критического объема заключенного в ней эфира?

в) Начертите примерные графики зависимости p от t для случаев, когда объем трубки: 1) равен критическому объему эфира в трубке; 2) больше этого объема; 3) меньше этого объема.

Указание. Для упрощения чертежа принять, что при температурах выше критической эфир имеет свойства идеального газа.

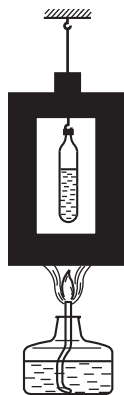


Рис. 14-2

■ **14-13.** В замкнутом сосуде, содержащем некоторую жидкость, поддерживается постоянное давление (это схематически показано на рисунке 14-3). Температура постепенно повышается от значения, меньшего критической, до значения, большего критической. Начертите примерные графики зависимости объема вещества от температуры для случаев: а) давление равно критическому; б) давление больше критического; в) давление меньше критического.

Указание. Для упрощения чертежа принять, что при температурах выше критической вещество имеет свойства идеального газа.



Рис. 14-3

▲ 14-14. Объясните, почему при приближении вещества к критическому состоянию теплоемкость при постоянном давлении беспредельно растет.

§ 15. Молекулярные силы в жидкостях

1) Если две жидкие (или жидкая и газообразная) среды граничат по кривой поверхности, радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений которой равны R_1 и R_2 , то при равновесии имеет место разность давлений в этих средах (формула Лапласа):

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где σ — поверхностное натяжение.

2) Работа при изотермическом увеличении площади поверхности жидкости на ΔS

$$A = \sigma \Delta S.$$

3) Высота поднятия жидкости в капиллярной трубке с внутренним радиусом r

$$h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{rgD} \quad (\text{при } h \gg r),$$

где g — ускорение свободного падения; D — плотность жидкости; ϑ — краевой угол.

4) Краевой угол ϑ для случая смачивания во всех задачах предполагается равным нулю; краевой угол для ртути составляет 138° .

5) Температура во всех задачах (кроме задачи 15-1) предполагается равной 20°C .

● 15-1. Какова плотность воды в капельке радиусом 10^{-6} см при $t = 4^\circ\text{C}$?

▲ 15-2. Из крана вытекает вертикально струя воды. Диаметр струи на протяжении 3 см уменьшается с 3 до 2 мм (рис. 15-1). Какой объем воды протекает за 1 с?

Указание. При расчете разности давлений воды и воздуха для некоторого уровня поверхность струи принимать за цилиндрическую.

▲ 15-3. а) Какую работу надо произвести, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром $d = 14$ см, если процесс раздувания пузыря изотермический? б) Чему равно избыточное давление внутри этого пузыря?

▲ 15-4. Поверхностное натяжение на границе вода—масло можно принять равным $\sigma = 18$ мДж/м². Какую работу надо произвести, чтобы каплю масла массой $m = 1$ г раздробить внутри воды на капельки диаметром $d = 2 \cdot 10^{-4}$ см, если процесс дробления происходит изотермически? Плотность масла $D = 0,9$ г/см³.

■ 15-5. Из двух одинаковых воронок выдуты два мыльных пузыря. Кран K закрыт (рис. 15-2).

а) Покажите, что при одинаковых диаметрах пузырей имеет место равновесие, причем это равновесие является устойчивым в случае, если каждый из пузырей имеет форму полусферы или меньше нее, и неустойчивым, если пузыри имеют форму большей части сферы.

б) Пусть диаметры отверстий воронок равны 4 см, и на них выдуты пузыри диаметрами по 5 см. Воздух из одного пузыря будет перетекать в другой пузырь, пока радиусы кривизны пузырей не сделаются снова равными. Принимая, что плотность воздуха при перетекании его из одного пузыря в другой не меняется, определите диаметр большего пузыря.

Примечание. При решении принять во внимание, что объем сегмента шара вычисляется по формуле

$$V = \frac{\pi}{24} \left[2d^3 \pm \sqrt{d^2 - a^2} (2d^2 + a^2) \right],$$

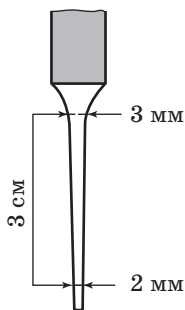


Рис. 15-1

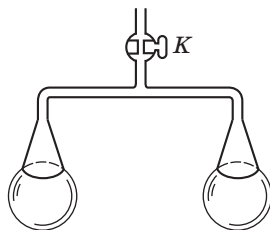


Рис. 15-2

где d — диаметр шара; a — диаметр основания сегмента. Знак «+» ставится в том случае, если центр шара находится внутри сегмента; в противоположном случае ставится знак «-».

▲ 15-6. Капля воды равномерно падает в воздухе. На сколько радиус кривизны в нижней точке ее поверхности отличается от радиуса кривизны в верхней точке, если расстояние между этими точками $d = 2$ мм?

● 15-7. В проволочное сито, все проволочки которого покрыты тонким слоем парафина, можно налить воду. Каким образом удерживается вода в сите? Почему сито протекает, если коснуться его снизу пальцем?

▲ 15-8. Круглая стеклянная пластинка касается поверхности воды (рис. 15-3). Ее тянут вверх посредством пружины L .

а) Нарисуйте несколько последовательных форм поверхности воды, получающихся при движении пластинки вверх. В какой момент пружина натянута в наибольшей степени? Что происходит, если движение пластинки вверх продолжается после этого момента?

б) Принимая для простоты расчета, что радиус кривизны R_1 (рис. 15-3) на высоте $\frac{h}{2}$ равен $\frac{h}{2}$, а кривизной

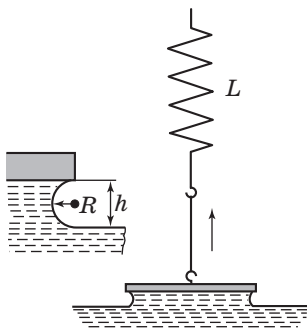


Рис. 15-3

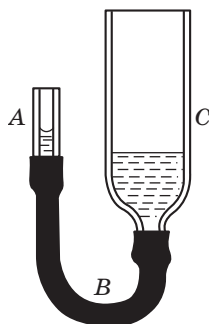


Рис. 15-4

$1/R_2$ боковой поверхности воды под пластинкой можно пренебречь, рассчитайте силу, с которой натянута пружина L при отрыве от воды пластинки с площадью сечения $S = 20 \text{ см}^2$.

▲ **15-9.** Капиллярная трубка A (рис. 15-4) соединена резиновой трубкой B с широкой трубкой C . Трубку C медленно поднимают вверх, причем жидкость в трубке A доходит до верхнего края, а затем выливается.

а) Нарисуйте несколько последовательных положений уровня жидкости в трубке A при подъеме трубки C (в случаях смачивания и несмачивания). В какой момент разность уровней в трубках C и A будет наибольшей?

б) Какова наибольшая разность уровней воды в трубках A и C , если трубки стеклянные и если внешний диаметр трубки A равен $0,7 \text{ мм}$?

в) Произведите тот же расчет для ртути, если диаметр внутреннего канала трубки A равен $0,55 \text{ мм}$.

▲ **15-10.** Сквозь стеклянный капилляр, погруженный в жидкость, продувается воздух.

а) Нарисуйте несколько последовательных положений уровня в капилляре и образования пузырька (в случаях смачивания и несмачивания). В какой момент давление в капилляре наибольшее?

б) Вычислите разницу между наибольшим давлением в капилляре и атмосферным давлением в случае, если внутренний канал капилляра имеет диаметр $d_1 = 0,8 \text{ мм}$; жидкость — скипидар, смачивающий стекло; глубина погружения капилляра $h_1 = 5 \text{ см}$.

в) Проведите тот же расчет для ртути (не смачивает стекло). Внешний диаметр капилляра $d_2 = 1,2 \text{ мм}$; глубина погружения капилляра в ртуть $h_2 = 2 \text{ см}$.

● **15-11.** В спирт опущена на ничтожную глубину трубка с внутренним каналом диаметром $d = 0,5 \text{ мм}$. Чему равен вес P вошедшего в нее спирта?

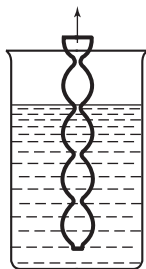


Рис. 15-5

● **15-12.** Стекло́нная трубка имеет форму, показанную на рисунке 15-5. Длина каждого звена 10 см, а внутренний радиус в самой узкой части равен 0,1 мм. Трубку опускают в вертикальном положении в сосуд с водой, а затем медленно, без толчков, поднимают. Как будет перемещаться уровень воды в трубке?

● **15-13.** Две стеклянные трубки, внутренние диаметры которых равны 0,2 и 0,3 мм, соединены внизу резиновой трубкой и заполнены водой. При каком условии уровни воды в трубках одинаковы?

■ **15-14.** В стеклянный капилляр с внутренним каналом диаметром $d_1 = 2$ мм вставлена стеклянная палочка диаметром $d_2 = 1,5$ мм так, что просвет в канале всюду одинаков. Определите высоту поднятия воды в канале капилляра.

● **15-15.** Когда жидкость поднимается по капиллярной трубке на высоту h , сила поверхностного натяжения $F = 2\pi r\sigma$ производит работу $Fh = \frac{4\pi\sigma^2}{Dg}$. При этом потен-

циальная энергия столбика жидкости равна $\pi r^2 h D g \frac{h}{2} =$

$= \frac{2\pi\sigma^2}{Dg} (\pi r^2 h D g - \text{вес поднятой жидкости}; \frac{h}{2} - \text{высота}$

ее центра масс). Следовательно, приращение потенциальной энергии вдвое меньше работы сил поверхностного натяжения. На что истрачена оставшаяся часть работы?

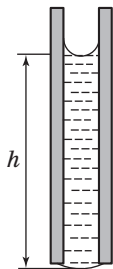


Рис. 15-6

■ **15-16.** Внутри горизонтальной трубки, наружный и внутренний диаметры которой равны 2,5 и 0,3 мм, находится столбик воды. Трубку приводят в вертикальное положение, причем часть воды нависает снизу в виде капельки, которую можно принять за сегмент сферы диаметром 3 мм (рис. 15-6). Какова длина столбика воды при горизонтальном положении трубки?

Указание. При решении принять во внимание примечание к задаче 15-5.

● **15-17.** Стекланную капиллярную трубку, диаметр внутреннего канала которой $d = 0,2$ мм, а длина $h_0 = 20$ см, опускают в вертикальном положении в воду. Верхний конец трубки запаян. Какой отрезок x трубки должен находиться под водой, чтобы уровень воды в капилляре и вне его был одинаков? Давление воздуха $p = 750$ мм рт. ст.

▲ **15-18.** Стекланную капиллярную трубку, диаметр внутреннего канала которой 1,5 мм, а длина 20 см, опускают в горизонтальном положении в ртуть так, что имевшийся в ней воздух полностью остается в ней.

а) Какова будет длина l_1 столбика воздуха в трубке, когда она будет опущена на глубину 10 см? Давление воздуха нормальное.

б) Ответьте на тот же вопрос для глубины погружения 0,5 см.

▲ **15-19.** В изогнутую U-образную капиллярную трубку налиты две несмешивающиеся жидкости, например, ртуть и вода (рис. 15-7). Справедливо ли в этом случае со-

отношение $\frac{h_1}{h_2} = \frac{D_2}{D_1}$?

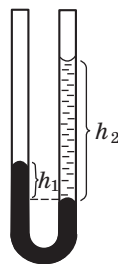


Рис. 15-7

§ 16. Свойства паров. Влажность воздуха

1) При решении задач используйте таблицы XVII и XVIII.

2) При вычислениях давления и плотности насыщенных паров следует при малых плотностях паров использовать уравнение состояния для идеальных газов, а при больших плотностях паров — уравнение Ван-дер-Ваальса (см. введения к §§ 11 и 14).

3) Удельной теплотой парообразования q называют количество теплоты, требующееся для превращения 1 кг воды в пар при постоянной температуре.

4) Величина q складывается из двух частей. Первая часть есть разность удельных внутренних энергий пара и жидкости $U_1 - U_2$, вторая — работа против внешнего давления $p(v_1 - v_2)$, где v_1 и v_2 — удельные объемы пара и жидкости, соответственно. Таким образом,

$$q = (U_1 - U_2) + p(v_1 - v_2).$$

Первое слагаемое называют внутренней теплотой парообразования, второе — внешней теплотой парообразования.

5) Давление насыщенных паров вблизи сферической поверхности жидкости

$$p = p_0 + \frac{2D_1\sigma}{D_2r},$$

где p_0 — давление насыщенных паров вблизи плоской поверхности; σ — поверхностное натяжение; D_1 и D_2 — плотности пара и жидкости; r — радиус сферической поверхности.

6) Решая задачи этого параграфа, можно полагать при всех температурах удельную теплоемкость воды равной $4185 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1 \text{ кал}/(\text{г} \cdot \text{К})$ и удельный объем воды $10^{-3} \text{ м}^3/\text{кг} = 1 \text{ см}^3/\text{г}$, пренебрегая небольшими изменениями их при повышении температуры.

● **16-1.** Огромная часть поверхности Земли покрыта водой. Почему, несмотря на это, атмосфера не насыщена водяными парами?

● **16-2.** Какого внутреннего диаметра следует сделать паропровод от парового котла к двигателю паровой машины, если по паропроводу должно в течение часа проходить 400 кг пара при давлении 10^5 Па и температуре 200°C и если скорость движения пара не должна превышать 40 м/с ?

▲ **16-3.** Предположим, что манометр, описанный в задаче 11-4, присоединен к резервуару, в котором находятся остатки воздуха и насыщенные пары ртути. Како-

во давление в резервуаре при условиях задачи 11-4, если отсчет по манометру производили при температуре $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, которой соответствует давление насыщенных паров ртути, равное $0,0013\text{ мм рт. ст.}$?

● 16-4. В комнате объемом 120 м^3 при температуре $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ относительная влажность воздуха равна 60% . Определите массу водяных паров в воздухе комнаты.

● 16-5. Какова плотность воздуха при $29\text{ }^{\circ}\text{C}$ и нормальном давлении, если относительная влажность составляет 70% ?

▲ 16-6. В замкнутом сосуде объемом 2 л находятся 1 г воды и воздух. При температуре $14\text{ }^{\circ}\text{C}$ давление в сосуде равно 760 мм рт. ст. Каково будет давление в сосуде при температурах: а) $90\text{ }^{\circ}\text{C}$? б) $100\text{ }^{\circ}\text{C}$?

Указание. При расчете пренебречь изменением объема воздуха вследствие испарения воды.

▲ 16-7. Резервуар газового термометра (рис. 16-1) наполнен воздухом. Давление газа в резервуаре при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ равно 757 мм рт. ст. , а при помещении в сосуд с водой равно 840 мм рт. ст. Рассчитайте температуру воды, предполагая: а) что воздух сухой; б) что влажность воздуха при $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ равна 60% .

● 16-8. В замкнутом прочном металлическом сосуде объемом 1 л находится 1 г воды и пара.

а) Сколько в сосуде пара и сколько воды, если температура $17\text{ }^{\circ}\text{C}$?

б) При какой температуре сосуд будет наполнен одним насыщенным паром?

▲ 16-9. В замкнутый сосуд объемом 6 л , содержащий насыщенный пар при давлении $2 \cdot 10^5\text{ Па}$, вбрызгивается некоторое количество воды при $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Давление пара в сосуде понижается до 10^5 Па . Какое количество воды введено в сосуд?

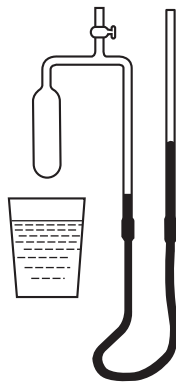


Рис. 16-1

● **16-10.** Определите внешнюю теплоту парообразования $q_{\text{внеш}}$ воды при давлениях: а) $0,002 \cdot 10^5$ Па; б) $10 \cdot 10^5$ Па.

● **16-11.** Определите изменение внутренней энергии при превращении в пар 4 г спирта во время кипения при нормальном давлении (температура кипения 78°C). Удельный объем паров спирта $607 \text{ см}^3/\text{г}$; удельная теплота парообразования спирта при этой температуре 862 Дж/г .

▲ **16-12.** В воде на глубине 35 см находится пузырек воздуха диаметром 0,1 мм. Атмосферное давление равно 750 мм рт. ст; температура воды 21°C . Каково давление воздуха внутри пузырька?

▲ **16-13.** При отсутствии пузырьков воздуха в жидкости ее можно перегреть несколько выше точки кипения. Предположим, что при нормальном атмосферном давлении вода перегрета до 105°C . Высота уровня воды относительно дна равна 20 см. Определите диаметр пузырька пара вблизи дна, при котором давление пара в пузырьке и давление жидкости уравниваются. Является ли это равновесие устойчивым?

● **16-14.** Чему равно давление водяных паров вблизи капельки воды радиусом $5 \cdot 10^{-6}$ см при температуре 10°C ?

▲ **16-15.** В 1 м^3 охлаждающегося воздуха находится 8,3 г водяных паров.

а) При какой температуре начнется конденсация, если центрами конденсации являются пылинки, которые можно принять за шарики диаметром 10^{-5} см?

б) При какой температуре начнется конденсация в пористом материале, смачиваемом водой, если диаметр каналов в нем равен 10^{-5} см?

▲ **16-16.** Принимают, что 0,036 всех молекул водяного пара, попавших на поверхность воды, задерживаются ею. Вычислите массу всех молекул, которые в течение 1 с вылетают с 1 м^2 воды при 100°C в находящийся над ней насыщенный водяной пар.

§ 17. Свойства растворов

1) Если раствор отделен от чистого растворителя полупроницаемой перегородкой, то через нее молекулы растворителя переходят в область, занятую раствором. Это явление называют осмосом.

Разность давлений между раствором и чистым растворителем, при которой осмос прекращается, называют осмотическим давлением.

2) В слабokonцентрированных растворах осмотическое давление вещества массой m с молярной массой M , растворенного в объеме V раствора:

$$\text{а) } p_0 = \frac{mRT}{MV} \text{ для недиссоциирующих веществ;}$$

$$\text{б) } p_0 = [1 + \alpha(k - 1)] \frac{mRT}{MV} \text{ для диссоциирующих веществ,}$$

где α — доля диссоциированного вещества; k — число ионов, образующихся при диссоциации одной молекулы.

3) Температура кипения раствора, содержащего массу m вещества с молярной массой M в объеме V растворителя, выше температуры кипения чистого растворителя на величину

$$\Theta = \frac{m}{M} \frac{C}{V},$$

где C — постоянная для данного растворителя величина (для не диссоциирующих в растворе веществ).

4) Концентрация газа, растворенного в жидкости, пропорциональна парциальному давлению этого газа над жидкостью.

● **17-1.** Каково осмотическое давление 8 г нафталина (C_{10}H_8), растворенных в 110 г бензола, при температуре 27°C ?

Примечание. Нафталин, растворяясь в бензоле, не диссоциирует.

● **17-2.** В 500 см^3 воды растворено 1,5 г хлористого натрия. Чему равно осмотическое давление в растворе при 0°C , если хлористый натрий полностью диссоциирован?

● **17-3.** Какую массу m_1 хлористого натрия (NaCl) надо растворить в 100 см^3 воды, чтобы получить раствор с таким же осмотическим давлением, какое имеет раствор хлорной меди (CuCl_2) массы $m_2 = 0,4 \text{ г}$, растворенной в таком же объеме воды и при той же температуре? Считать, что в обоих случаях имеется полная диссоциация растворенного вещества.

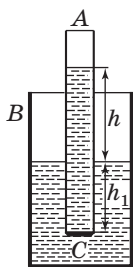


Рис. 17-1

▲ **17-4.** Цилиндрическая трубка А (рис. 17-1) с площадью сечения 2 см^2 содержит раствор сахара ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$). Снизу она закрыта перепонкой С, пропускающей чистую воду, но не пропускающей сахар (перепонка из железистосинеродистой меди). Трубка А опущена в сосуд В с чистой водой, причем перепонка С находится на высоте $h_1 = 3 \text{ см}$ ниже уровня воды в сосуде В. При равновесии уровень раствора в трубке А на высоте $h = 10 \text{ см}$ выше уровня воды в сосуде В. Температура $t = 13^\circ \text{C}$. Плотность раствора мало отличается от плотности воды. Сколько граммов сахара растворено в трубке А?

▲ **17-5.** Предположим, что сосуд В с трубкой А (см. рис. 17-1) находится в пространстве, наполненном паром растворителя. Покажите, что давление пара над слабым раствором меньше давления пара над чистым растворителем на величину

$$\Delta p = p_0 \frac{D_1}{D_2} = p \frac{n_{\text{в}}}{n_{\text{р}}},$$

где D_1 — средняя плотность пара между уровнями в трубке и в сосуде; D_2 — плотность раствора; p — давление пара над чистым растворителем; $n_{\text{в}}$ и $n_{\text{р}}$ — концентрации растворенного вещества и растворителя.

▲ **17-6.** В объеме $V = 500 \text{ см}^3$ воды растворен сахар массой $m = 15 \text{ г}$. Каково давление паров над раствором, если температура раствора $t = 100^\circ \text{C}$? Плотность раствора $D_2 = 1 \text{ г/см}^3$.

● 17-7. При нормальном атмосферном давлении раствор хлористого натрия в воде кипит при температуре выше 100°C . Какова температура паров над раствором?

▲ 17-8. Для воды постоянная C , определяющая повышение температуры кипения раствора (см. пункт 3 введения), равна $5,1 \cdot 10^{-4} \text{ К} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}$. Какова молярная масса вещества, если раствор 10 г этого вещества в 100 см^3 воды кипит при температуре, на $0,18^\circ\text{C}$ превышающей температуру кипения чистой воды? Вещество при растворении не диссоциирует.

▲ 17-9. На сколько точка кипения раствора 1,5 г хлористого натрия в 200 см^3 воды выше точки кипения чистой воды? Принять, что хлористый натрий полностью диссоциирован.

● 17-10. При температуре 20°C в одном литре воды растворяется 28 см^3 кислорода. Какова плотность кислорода в воде, свободная поверхность которой граничит с атмосферным воздухом, при нормальном давлении? Принять, что масса кислорода составляет 23% массы воздуха.

▲ 17-11. Колба наполовину заполнена водой, освобожденной от воздуха кипячением, наполовину — азотом при давлении 760 мм рт. ст. Какое давление установится в колбе по достижении равновесия? Температура постоянна и равна 20°C . Известно, что при этой температуре в 1 л воды растворяется 14 см^3 азота.

§ 18. Второе начало термодинамики

1) Изменение энтропии массы m вещества, теплоемкость c которого постоянна, при нагревании от T_1 до T_2 :

$$\Delta S = mc \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

2) Изменение энтропии массы m вещества при изменении его агрегатного состояния (плавлении, испарении):

$$\Delta S = \frac{\lambda}{T} m; \quad \Delta S = \frac{r}{T} m,$$

где λ и r — соответственно удельная теплота плавления и удельная теплота испарения.

3) Изменение энтропии массы m идеального газа:

$$\Delta S = m \left(c_V \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{V_2}{V_1} \right).$$

4) Уравнение Гиббса—Гельмгольца

$$F = U + T \frac{dF}{dT},$$

где F и U — свободная и внутренняя энергии.

5) Связь между изменением давления p и изменением температуры T перехода вещества из одного агрегатного состояния в другое определяется уравнением Клапейрона—Клаузиуса:

$$\frac{dT}{dp} = \frac{(v_2 - v_1)T}{r},$$

где v_1 и v_2 — удельные объемы вещества в двух состояниях; r — удельная теплота перехода вещества из первого состояния во второе.

6) Изменение поверхностного натяжения с температурой:

$$\frac{d\sigma}{dT} = -\frac{q}{T},$$

где q — количество теплоты, получаемой поверхностью жидкости извне при увеличении поверхности на единицу площади.

7) Для идеальной тепловой (холодильной) машины

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0,$$

где T_1 и T_2 — температуры горячего и холодного тел. Количества теплоты Q_1 и Q_2 считают положительными, если происходит передача теплоты от окружающих тел к рабочему телу.

8) КПД тепловой машины

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1},$$

где A — работа, производимая рабочим веществом машины за один цикл.

КПД идеального цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

● **18-1.** В замкнутом пространстве помещены один выше другого два открытых сосуда с одной и той же жидкостью (рис. 18-1). Если температуры жидкостей в начальный момент одинаковы, то вследствие испарения жидкости в верхнем сосуде и конденсации паров в нижнем жидкость в нижнем сосуде будет нагреваться, а в верхнем охлаждаться.

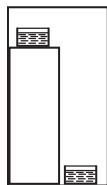


Рис. 18-1

Противоречит ли это второму закону термодинамики?

● **18-2.** Определите изменение энтропии при нагревании 30 см^3 железа от 20 до 100°C .

● **18-3.** Найдите изменение энтропии при охлаждении 2 г воздуха от 40 до 0°C : а) при постоянном объеме; б) при постоянном давлении.

● **18-4.** Определите изменение энтропии при процессах, описанных в задачах **12-10** и **12-15**. Масса азота равна 6 г .

● **18-5.** Определите изменение энтропии 1 г водорода в следующих случаях: а) газ сначала адиабатно сжимается до вдвое меньшего объема, затем изохорно охлаждается до начальной температуры; б) газ сначала адиабатно сжимается до вдвое меньшего объема, затем изотермически расширяется до начального объема.

● **18-6.** 2 кг воды нагреваются от 10 до 100°C и при этой температуре обращаются в пар. Определите изменение энтропии.

▲ **18-7.** Покажите, что энтропия увеличивается при следующих процессах:

а) Горячая вода отдает теплоту такой же массе холодной воды и температуры их выравниваются.

б) Два одинаковых сосуда, изолированных во избежание потери теплоты в окружающее пространство и со-

державших одинаковые массы идеального газа при разных давлениях, соединены трубкой с краном. Кран открывается, и состояния газа в обоих сосудах становятся одинаковыми.

● **18-8.** 200 г железа при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ опущены в калориметр, в котором находится 300 г воды при $12\text{ }^{\circ}\text{C}$. Как изменится энтропия системы при выравнивании температур?

▲ **18-9.** Смешиваются два разнородных, не вступающих в химическую реакцию газа объемами $V_1 = 5\text{ л}$ и $V_2 = 3\text{ л}$, имеющих одинаковую температуру $T = 300\text{ К}$ и давление $p = 1\text{ атм}$. Определите происходящее при этом изменение энтропии.

▲ **18-10.** В калориметр, содержащий 250 г воды при $23\text{ }^{\circ}\text{C}$, бросают 27 г льда при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Определите изменение энтропии, происшедшее к моменту окончания таяния льда. Теплоемкостью калориметра пренебречь.

■ **18-11.** Пользуясь таблицей XVIII, вычислите удельную теплоемкость водяного пара при постоянном объеме в интервале температур от 60 до $90\text{ }^{\circ}\text{C}$.

■ **18-12.** Насыщенный водяной пар при давлении $2 \cdot 10^5\text{ Па}$ адиабатно расширяется до давления $0,2 \cdot 10^5\text{ Па}$. Какая часть пара (в процентах) конденсируется при этом?

● **18-13.** Как меняется температура плавления льда при увеличении давления на 1 атм ?

● **18-14.** Вблизи $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ точка кипения воды повышается на $0,11\text{ }^{\circ}\text{C}$ при изменении давления на 3 мм рт. ст. Определите теплоту парообразования воды.

▲ **18-15.** В нижнем из сосудов, упомянутых в задаче 18-1, находится вода при температуре $t = 17,2\text{ }^{\circ}\text{C}$. Определите разность температур между верхним и нижним сосудами, если разность уровней в сосудах $h = 1\text{ м}$. Теплообменом между сосудами пренебречь.

▲ **18-16.** Определите изменение энергии некоторого количества воды, имеющей температуру $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, при увеличении ее поверхности на 1 см^2 .

▲ **18-17.** Предполагая, что изменение энергии воды при изменении ее поверхности на 1 см^2 остается одина-

ковым вплоть до такого распыления жидкости, при котором каждая капелька будет состоять только из одной молекулы, т. е. образуются пары, рассчитайте изменение энергии 1 г воды при ее превращении в пар при 20 °С.

● **18-18.** Температура пара, поступающего из котла в паровую машину, равна $t_1 = 210$ °С. Конденсация пара происходит при температуре $t_2 = 40$ °С. Какова максимальная работа, которую можно получить при затрате теплоты $Q = 1$ кДж на образование пара?

▲ **18-19.** Какое максимальное количество теплоты Q можно отвести от холодильной камеры при помощи холодильной машины, совершив работу $A = 1$ кДж, если температура в холодильной камере $t_2 = -10$ °С, а температура охлаждающей воды $t_1 = 11$ °С?

■ **18-20.** Динамическим отоплением называется следующая система отопления. За счет энергии, выделяющейся при сжигании топлива, тепловой двигатель совершает работу над рабочим веществом холодильной машины. Холодильная машина отнимает теплоту от природного резервуара воды (например, от грунтовой воды) и отдает ее воде в отопительной системе. Одновременно вода в отопительной системе служит охладителем теплового двигателя. Определите (без учета потерь) количество теплоты, которое получает вода в калориферах отопления на 1 кг сожженного топлива, при следующих условиях: теплотворная способность топлива $q = 2 \cdot 10^4$ кДж/кг; температура в котле паровой машины $t_1 = 210$ °С; температура грунтовой воды $t_2 = 15$ °С; температура воды в отопительной системе $t_3 = 60$ °С.

▲ **18-21.** Допустим, вероятность того, что n молекул газа, имеющих возможность попасть в любую точку объема V_1 , в определенный момент находятся в части

этого объема V_2 , равна $w = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n$. Исходя из этого поло-

жения покажите, что при изотермическом расширении от V_2 до V_1 изменение энтропии идеального газа $\Delta S = k \ln w$, где k — постоянная Больцмана.

▲ 18-22. В микроскоп сквозь диафрагму наблюдают броуновское движение частиц гуммигута, взвешенных в воде, при температуре 17°C . Оказалось, что средние числа частиц, видимых сквозь диафрагму на уровнях, отличающихся между собой на $h = 5$ мкм, равны $n_1 = 2,0$ и $n_2 = 3,2$. Считая объемы всех частиц одинаковыми, определите их.

§ 19. Теплопроводность

1) Количество теплоты, передаваемое слоем толщиной dx и площадью поверхности S за время τ :

$$Q = \lambda \frac{dT}{dx} S \tau,$$

или при постоянстве градиента $\frac{dT}{dx}$

$$Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{x} S \tau,$$

где λ — коэффициент теплопроводности вещества слоя.

2) Количество теплоты, передаваемое от одной среды в другую за время τ , пропорционально разности температур T_1 и T_2 этих сред и площади поверхности их соприкосновения:

$$Q = \alpha(T_1 - T_2)S\tau,$$

где α — коэффициент теплоотдачи.

В таблице XX Приложений приведены значения коэффициентов теплоотдачи для различных пар сред.

● 19-1. Наружная поверхность кирпичной стены толщиной 37 см (полтора кирпича) имеет температуру -15°C , а температура внутренней поверхности равна 20°C . Определите количество теплоты, проходящей за сутки сквозь 1м^2 стены.

● 19-2. В алюминиевой кастрюле кипит вода (при 100°C). Определите разность температур нижней и верх-

ней поверхностей дна кастрюли при таких данных: толщина дна 2 мм; площадь дна 200 см^2 ; в кастрюле за 5 мин выкипает 100 г воды. Обменом теплоты сквозь боковые стенки кастрюли и лучеиспусканием пренебречь.

▲ 19-3. Между двумя металлическими стенками, имеющими температуры 20 и 30 °С, зажаты сложенные вплотную пластинки: вырезанная параллельно волокнам деревянная толщиной $b_1 = 3 \text{ см}$ и стеклянная толщиной $b_2 = 2 \text{ см}$. Пренебрегая небольшим скачком температуры в месте соприкосновения металла, дерева и стекла, определите температуру поверхности соприкосновения стекла и дерева.

▲ 19-4. Сложены медная пластинка толщиной $b_1 = 6 \text{ мм}$ и железная толщиной $b_2 = 4 \text{ мм}$. Определите коэффициент теплопроводности однородной пластинки ($b = 10 \text{ мм}$), проводящей теплоту в такой же степени, как и две данные пластинки.

▲ 19-5. Кубик сложен из чередующихся пластинок разной толщины и различной теплопроводности (рис. 19-1). Покажите, что теплопроводность кубика в направлении вдоль пластинок ($\lambda_{\parallel}$) больше, чем в направлении, перпендикулярном к ним ($\lambda_{\perp}$).

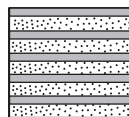


Рис. 19-1

● 19-6. Пространство между двумя горизонтальными плоскими стенками, имеющими различные температуры (нижняя холоднее), заполнено газом. Как сказывается на распределении температур то обстоятельство, что коэффициент теплопроводности газа возрастает с повышением температуры?

▲ 19-7. Цилиндрический паропровод окружен асбестовой теплоизолирующей оболочкой. Наружная поверхность оболочки имеет температуру $t_1 = 50 \text{ °С}$, а внутренняя, прилегающая к паропроводу, $t_2 = 120 \text{ °С}$. Длина паропровода $l = 65 \text{ м}$; наружный диаметр теплоизолирующей оболочки $d_1 = 13 \text{ см}$, внутренний диаметр $d_2 = 7 \text{ см}$. Определите количество теплоты, отда-

ваемое паропроводом во внешнее пространство в течение суток.

▲ **19-8.** Две трубы одинаковых диаметров и длины окружены двухслойной изоляцией. Коэффициент теплопроводности материала одного слоя в 2 раза больше коэффициента теплопроводности материала другого слоя. Оба слоя имеют толщину, равную половине диаметра трубы. В первой трубе (I) внутренним слоем теплоизоляции является слой с большей теплопроводностью, во второй (II) — наоборот. Какая из труб отдает в окружающую среду сквозь изоляцию большее количество теплоты за одно и то же время, если перепад температуры между поверхностью трубы и внешней средой в обоих случаях один и тот же?

● **19-9.** Определите количество теплоты, передаваемое поверхностью $0,5 \text{ м}^2$ железной печи воздуху в течение часа, если температура воздуха 10°C , а температура печи 200°C .

▲ **19-10.** Температура газов в топке парового котла 1000°C , температура воды в котле 180°C . Железные стенки котла имеют толщину 2 см; с внутренней стороны они покрыты слоем накипи толщиной 2 мм, с наружной — слоем сажи толщиной 1 мм.

а) Какое количество теплоты передается за 1 ч через 1 м^2 поверхности?

б) Определите температуры внутренних и наружных поверхностей слоя сажи, железной стенки и слоя накипи. Излучение топочных газов очень мало.

Глава 3

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

§ 20. Взаимодействие зарядов

1) Закон Кулона: сила взаимодействия между точечными зарядами q_1 и q_2 , находящимися на расстоянии r в среде с электрической проницаемостью ϵ :

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2},$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная.

2) Напряженность поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

3) Связь между напряженностью $\vec{E}$ и электрическим смещением $\vec{D}$:

$$\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E}.$$

4) Напряженность поля точечного заряда, а также поля вне равномерно заряженного шара или сферы:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}.$$

5) Напряженность поля вне равномерно заряженного цилиндра на расстоянии r от его оси:

$$E = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

где γ — заряд единицы длины цилиндра.

6) Напряженность поля плоскости, равномерно заряженной с поверхностной плотностью σ :

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}.$$

7) Напряженность поля в плоском, цилиндрическом и сферическом конденсаторах:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon}; \quad E = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}; \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}.$$

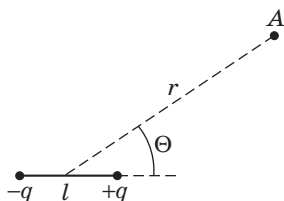


Рис. 20-1

8) Напряженность поля, создаваемого диполем (рис. 20-1) в точке A на расстоянии $r \gg l$,

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \Theta},$$

где $p = ql$ — электрический момент диполя.

9) Если диполь, имеющий электрический момент $\vec{p}$ (вектор $\vec{p}$ направлен от отрицательного заряда к положительному), находится во внешнем электрическом поле напряженностью $\vec{E}$, то на диполь действует вращающий момент $\vec{M} = [\vec{p}, \vec{E}]$.

10) Во всех задачах, в которых природа диэлектрика, окружающего заряды, не указана, а также для воздуха следует принимать $\epsilon = 1$.

● **20-1.** Два одинаковых заряда, находящихся на маленьких шариках, отстоящих друг от друга на расстоянии 10 см, взаимодействуют в воздухе с силой $5 \cdot 10^{-4}$ Н. Определите величину зарядов.

● **20-2.** На двух одинаковых капельках воды находится по одному лишнему электрону, причем сила электрического отталкивания капелек уравнивает силу их взаимного тяготения. Каковы радиусы капелек?

▲ **20-3.** Два маленьких проводящих шарика подвешены на длинных непроводящих нитях к одному крючку. Шарик заряжены одинаковыми зарядами и находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Что произойдет после того, как один из шариков разрядить?

● **20-4.** Два заряда в вакууме взаимодействуют на расстоянии 11 см с такой же силой, как в скипидаре на расстоянии 7,4 см. Определите электрическую проницаемость скипидара.

▲ **20-5.** Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускают в керосин. Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и керосине был один и тот же?

▲ 20-6. Электрон движется в вакууме в поле напряженностью 10 В/см , направленном вертикально вниз.

а) Где вблизи электрона напряженность поля равна нулю?

б) Скорость электрона в некоторой точке его траектории направлена горизонтально и равна $2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$. Каков радиус кривизны траектории в этой точке?

▲ 20-7. Заряды q_1 и q_2 находятся на расстоянии l друг от друга. Определите положение точки, в которой напряженность поля равна нулю. Рассмотрите случаи: а) заряды одноименные; б) заряды разноименные.

● 20-8. Определите напряженность поля в центре шестиугольника со стороной a , по вершинам которого расположены: а) шесть равных одноименных зарядов q ; б) три положительных и три отрицательных равных заряда.

▲ 20-9. Принимая протон и электрон, из которых состоит атом водорода, за точечные заряды, находящиеся на расстоянии $r = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, найдите напряженность поля в точках B и C , отстоящих от протона на таком же расстоянии, как и электрон, и расположенных, как показано на рисунке 20-2.

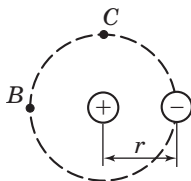


Рис. 20-2

▲ 20-10. Молекулу воды можно рассматривать как диполь, электрический момент которого равен $6,24 \times 10^{-30} \text{ Кл} \cdot \text{м}$.

а) Принимая, что этот диполь составлен положительным и отрицательным зарядами, равными заряду электрона, найдите длину диполя.

б) Определите напряженности поля, созданного диполем, на расстоянии $3 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ от середины диполя в точке, лежащей на продолжении диполя, и в точке, лежащей на перпендикуляре к диполю.

в) Молекула воды и ион водорода находятся на расстоянии $3 \cdot 10^{-9} \text{ м}$. Определите наибольшее и наименьшее значения силы взаимодействия молекулы с ионом и момента сил, действующего на молекулы.

■ **20-11.** а) Определите силу взаимодействия двух молекул паров воды, диполи которых составляют продолжение один другого. Электрический момент диполя равен $6,24 \cdot 10^{-30}$ Кл · м. Молекулы находятся на расстоянии 10^{-9} м друг от друга.

б) Вычислите приблизительно работу, которую нужно произвести, чтобы удалить друг от друга молекулы воды с расстояния $4 \cdot 10^{-10}$ м (примерно на таком расстоянии находятся молекулы в воде при комнатной температуре) до расстояния, на котором силы взаимодействия диполей воды исчезающе малы (пар).

в) Какую работу нужно произвести, чтобы удалить друг от друга все молекулы в 1 м^3 воды? Сравните эту работу с удельной теплотой парообразования воды при комнатной температуре.

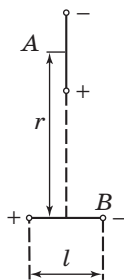


Рис. 20-3

■ **20-12.** На рисунке 20-3 показаны два одинаковых диполя A и B с электрическим моментом p , расположенных взаимно перпендикулярно на расстоянии $r \gg l$. Чему равны вращающие моменты, действующие на диполь A, на диполь B и на всю систему в целом?

● **20-13.** Напряженность электрического поля Земли вблизи поверхности в среднем равна -130 В/м. Какой заряд имела бы Земля, если бы напряженность вблизи всей ее поверхности одновременно имела это значение?

● **20-14.** На расстоянии 4 мм от прямой проволоки длиной 150 см, на которой равномерно распределен заряд $2 \cdot 10^{-7}$ Кл, находится пылинка с зарядом $-1,67 \cdot 10^{-16}$ Кл. Определите силу, действующую на пылинку.

▲ **20-15.** Конденсатор, состоящий из пластин, разделенных воздушным промежутком, заряжен и помещен в сосуд. Затем в сосуд наливают керосин. Определите, как при этом меняются напряженность и электрическое смещение, если во время наливания керосина конденсатор: а) отсоединен от источника напряжения; б) присоединен к источнику постоянного напряжения.

▲ **20-16.** Две плоские пластинки площадью 200 см^2 каждая, заряженные равными по модулю разноименными зарядами, находясь в парафине, притягиваются с силой $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$. Расстояние между пластинками столь мало, что напряженность поля можно рассчитывать по формуле для бесконечных плоскостей. Определите: а) находящиеся на них заряды; б) электрическое смещение и напряженность поля в парафине.

● **20-17.** Две одинаковые пластинки заряжены равными одноименными зарядами и расположены на столь малом расстоянии друг от друга, что напряженность поля между ними можно принять равной нулю. Как изменится сила взаимодействия между пластинками, если пространство между ними заполнить диэлектриком с проницаемостью ϵ ?

▲ **20-18.** Определите работу против электрических сил при раздвигании на расстояние 3 см двух пластин плоского конденсатора, имеющих заряды $+2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ и $-2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$. Площадь каждой из пластин 200 см^2 .

▲ **20-19.** Заряд $q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ равномерно распределен по тонкому стержню. Определите напряженность в точке, отстоящей от концов стержня на расстоянии $R = 20 \text{ см}$, а от середины стержня — на расстоянии $R_0 = 15 \text{ см}$.

■ **20-20.** Кольцо радиусом $R = 5 \text{ см}$ из тонкой проволоки равномерно заряжено зарядом $q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$. Определите: а) напряженность поля в центре кольца; б) напряженность в точке, находящейся на перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из центра кольца, и отстоящей от него на расстоянии $h = 10 \text{ см}$; в) максимальную напряженность на этом перпендикуляре.

■ **20-21.** Круглая пластинка радиусом $a = 8 \text{ см}$ равномерно заряжена с поверхностной плотностью $\sigma = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$.

а) Определите напряженность поля в точке, лежащей на расстоянии $b = 6 \text{ см}$ от пластинки на перпендикуляре к плоскости пластинки, проходящем через ее геометрический центр.

б) Покажите, что полученная формула переходит в формулу напряженности поля бесконечной заряженной плоскости $\left(E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)$, если $b \rightarrow 0$, и в формулу напряженности поля точечного заряда, если $b \gg a$.

■ **20-22.** Плоскость равномерно заряжена с поверхностной плотностью σ . В середине плоскости имеется круглое отверстие, радиус которого a мал по сравнению с размерами плоскости. Найдите напряженность поля в точке, лежащей на перпендикуляре к плоскости, проходящем через центр отверстия, на расстоянии b от плоскости.

Указание. Эту задачу решите после задачи 20-21.

■ **20-23.** Полусфера равномерно заряжена с поверхностной плотностью σ . Определите напряженность поля в центре полусферы.

● **20-24.** Металлический шар радиусом 2 см окружен сферической металлической оболочкой радиусом 4 см, концентрической с шаром. На шаре находится заряд $+2 \cdot 10^{-8}$ Кл, на оболочке — заряд $-4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Определите напряженность поля на расстояниях от центра шара, равных: а) 3 см; б) 5 см.

● **20-25.** Плоский слой диэлектрика ($\varepsilon = 2$) толщиной 0,5 см равномерно заряжен с объемной плотностью $3 \cdot 10^{-4}$ Кл/м³. Какова напряженность поля: а) в середине слоя; б) внутри слоя на расстоянии 0,1 см от поверхности; в) вне слоя?

● **20-26.** Шарик радиусом $R = 2$ см, сделанный из диэлектрика, заряжен с объемной плотностью $2 \cdot 10^{-4}$ Кл/м³. Какова напряженность поля на расстоянии 3 см от центра шарика?

▲ **20-27.** Начертите (примерно) графики, показывающие, как меняется напряженность поля в зависимости от расстояния в следующих случаях:

а) поле двух плоскостей, заряженных противоположными зарядами (плоский конденсатор). По оси абс-

цисс — расстояния x от какой-либо точки слева от плоского конденсатора, отсчитываемые вправо;

б) поле сферического конденсатора радиусами R_1 и R_2 . Внутренний шар заряжен положительно. По оси абсцисс — расстояния r от центра;

в) поле слоя диэлектрика, заряженного с постоянной объемной плотностью. По оси абсцисс — расстояния от какой-либо точки слева от слоя, отсчитываемые вправо;

г) поле шара радиусом R из диэлектрика, заряженного с постоянной объемной плотностью. По оси абсцисс — расстояние от центра шара.

§ 21. Потенциал

1) Работа электрического поля по переносу заряда q из точки 1 в точку 2

$$A = qU,$$

где U — разность потенциалов между точками 1 и 2.

2) Связь между напряженностью E и разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_x dx; \quad E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$

3) Потенциал поля точечного заряда, а также поля вне равномерно заряженного шара или сферы на расстоянии R от центра:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}.$$

При наличии многих точечных зарядов потенциал

$$\varphi = \sum \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}.$$

4) Разность потенциалов (напряжение) в плоском, цилиндрическом и сферическом конденсаторах:

$$U = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} d; \quad U = \frac{\gamma \ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\epsilon_0\epsilon}; \quad U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

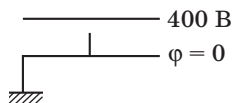


Рис. 21-1

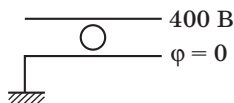


Рис. 21-2

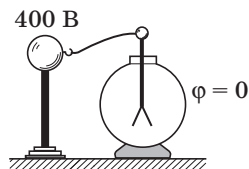


Рис. 21-3

● **21-1.** Начертите эквипотенциальные поверхности в случаях следующих полей:

а) одна проводящая плоскость снабжена острием (рис. 21-1), другая плоскость расположена параллельно ей;

б) между двумя параллельными проводящими плоскостями помещен незаряженный проводящий шарик (рис. 21-2);

в) изолированный заряженный шар соединен проводником со стержнем электроскопа (рис. 21-3).

Во всех этих случаях одно из тел имеет потенциал φ , равный нулю (тело заземлено), а другое — потенциал 400 В. Начертите эквипотенциальные поверхности, соответствующие потенциалам 100, 200 и 300 В.

● **21-2.** а) Могут ли линии напряженности электрического поля (в той его части, где отсутствуют электрические заряды и где напряженность поля не равна нулю) пересекаться между собой?

б) Могут ли пересекаться или соприкасаться эквипотенциальные поверхности, соответствующие различным потенциалам?

▲ **21-3.** Принимая за исходное положение, что работа электростатического поля по перемещению заряда по замкнутому контуру равна нулю, выведите из него перечисленные ниже следствия.

а) Если линии напряженности прямые и параллельны между собой, то густота их расположения всюду постоянна (т. е. поле однородно).

б) Если линии напряженности представляют собой дуги концентрических окружностей, то напряженность поля обратно пропорциональна радиусу окружности и не меняется при передвижении вдоль дуги.

▲ 21-4. На рисунке 21-4 изображен «султан» для опытов по электростатике. При сообщении заряда «султану» бумажные ленты располагаются, как показано на рисунке 21-4, т. е. их расположение соответствует линиям напряженности поля заряженного шара. Между тем бумажные ленты можно рассматривать как проводники, а поверхности проводников в электростатическом поле, как известно, эквипотенциальны. Разъясните кажущееся противоречие.

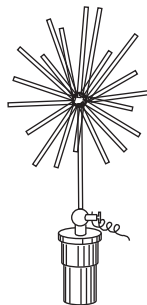


Рис. 21-4

▲ 21-5. Энергию отдельных частиц часто выражают в электронвольтах (эВ). 1 эВ соответствует работе электрических сил при перемещении электрона между точками, разность потенциалов которых равна 1 В. Выразите в электронвольтах: а) энергию электрона, летящего со скоростью 10^3 км/с; б) среднюю энергию поступательного движения молекулы при 0°C ; в) разность средних энергий молекул водяного пара и молекул воды при $17,2^\circ\text{C}$; г) работу против силы тяжести при удалении молекулы азота с поверхности Земли в бесконечность.

● 21-6. Сколько избыточных электронов находится на пылинке массой 10^{-14} кг, если она удерживается в равновесии в плоском конденсаторе, расстояние между пластинами которого равно 5 мм, а напряжение на пластинах 76,5 В?

▲ 21-7. Между двумя плоскими параллельными вертикальными пластинами, расстояние между которыми $r = 0,5$ см, равномерно падает заряженная капелька массой $m = 10^{-9}$ г. При разности потенциалов между пластинами $U = 400$ В капелька падает под углом $7^\circ 25'$ к вертикали. Предполагая, что сила вязкого трения пропорциональна скорости капельки, определите находящийся на ней заряд.

▲ 21-8. Две пластинки площадью $S = 2$ дм² каждая находятся в керосине на расстоянии $d = 4$ мм друг от

друга. С какой силой они взаимодействуют, если разность потенциалов между ними $U = 150$ В?

● **21-9.** В каком случае сила взаимодействия двух заряженных пластин: а) прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости среды? б) обратно пропорциональна ей?

● **21-10.** Заряд шарика радиусом $R = 1$ см равен $q = 10^{-11}$ Кл. Начертите в натуральную величину сечения эквипотенциальных поверхностей, соответствующих потенциалам 5, 4, 3, 2 и 1 В, плоскостью, проходящей через центр шара.

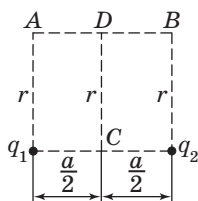


Рис. 21-5

● **21-11.** Определите работу электрических сил при перенесении заряда $q = 1$ нКл (рис. 21-5): а) из точки A в точку B и б) из точки C в точку D , если $r = 6$ см, $a = 8$ см, $q_1 = 5$ нКл и $q_2 = -5$ нКл; в) дайте ответы на те же вопросы для случая, когда $q_1 = q_2 = 5$ нКл.

▲ **21-12.** В вершинах правильного шестиугольника со стороной 5 см расположены равные точечные заряды $6,6 \cdot 10^{-9}$ Кл.

а) Определите работу электрических сил при перенесении заряда $3,3 \cdot 10^{-9}$ Кл из центра шестиугольника в середину одной из его сторон.

б) Чему равна эта работа, если заряды равны между собой по модулю, но соседние заряды противоположны по знаку?

▲ **21-13.** Заряд $q = 2$ нКл равномерно распределен по кольцу радиусом $R = 5$ см, сделанному из тонкой проволоки.

а) Определите потенциал точки, лежащей на перпендикуляре к плоскости кольца, как функцию расстояния h точки от плоскости кольца.

б) Найдите напряженность как градиент потенциала.

в) Определите потенциал и напряженность в центре кольца и при $h = 10$ см. Сравните с результатом задачи 20-20.

■ **21-14.** Для электрического поля круглой пластинки, описанной в задаче **20-21**, определите потенциал как функцию расстояния b и вычислите напряженность как градиент потенциала.

■ **21-15.** Выведите формулу для потенциала поля заряженного проводящего шара, рассматривая потенциал как сумму потенциалов зарядов, находящихся в различных точках шара: а) для точки, лежащей на шаре; б) для точки внутри шара; в) для точки вне шара.

▲ **21-16.** Начертите примерные графики зависимости потенциала точек электрического поля от расстояния во всех случаях задачи **20-27**. Потенциал точки, служащей началом координат, принять равным нулю.

▲ **21-17.** Определите потенциалы точек, находящихся на расстояниях 3 и 5 см от центра заряженного шара, описанного в задаче **20-24**.

■ **21-18.** Разность потенциалов между длинными коаксиальными цилиндрами ($R_1 = 3$ см и $R_2 = 10$ см), заряженными равными разноименными зарядами, $U = 450$ В. Определите: а) заряд на единице длины цилиндров; б) поверхностную плотность зарядов на каждом цилиндре; в) напряженности вблизи поверхности внутреннего цилиндра, на середине расстояния между цилиндрами и вблизи поверхности внешнего цилиндра.

■ **21-19.** Катод радиолампы представляет собой тонкую нагретую нить. Электроны, испускаемые катодом, под действием электрического поля ускоренно движутся к коаксиальному цилиндрическому аноду. Цилиндр и нить сделаны из одного и того же металла. Их диаметры равны соответственно 10 и 0,1 мм. Напряжение между цилиндром и нитью равно 91 В. Начальная скорость электронов мала. Определите ускорение и скорость электронов в точке, находящейся от нити на расстоянии 3,5 мм.

▲ **21-20.** На плоский воздушный конденсатор с толщиной воздушного слоя 1,5 см подается напряжение 39 кВ. Будет ли пробит конденсатор, если пробой воздуха при нормальном атмосферном давлении происходит при напряженности электрического поля 30 кВ/см? Бу-

дет ли пробит конденсатор, если внутрь его ввести параллельно стенкам стеклянную пластинку толщиной 0,3 см? Напряженность пробоя для стекла 100 кВ/см.

▲ 21-21. Цилиндрический конденсатор имеет два цилиндрических слоя диэлектриков с электрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 и с напряженностями пробоя E_1 и E_2 . Чтобы наиболее рационально использовать материал, желательно, чтобы напряженность поля достигала значения, соответствующего пробоем, в обоих диэлектриках одновременно. При каком соотношении между внутренними радиусами слоев диэлектриков это будет иметь место?

■ 21-22. а) Цилиндрический конденсатор имеет два слоя диэлектриков. Первый слой — бумага, пропитанная лаком ($\varepsilon_1 = 4$), его внутренний радиус $r_1 = 2$ см, внешний $r_2 = 2,3$ см. Второй слой — стеклянный ($\varepsilon_2 = 7$, $r_2 = 2,3$ см, $r_3 = 2,5$ см). Где будет пробит конденсатор — в бумаге или стекле, если напряжение постепенно повышать? При каком напряжении $U_{\max}$ будет пробит конденсатор? Напряженность пробоя для бумаги $E_{1\max} = 120$ кВ/см, для стекла $E_{2\max} = 100$ кВ/см.

б) Решите ту же задачу для случая обратного расположения слоев диэлектриков (внутри — стекло толщиной 2 мм, снаружи — пропитанная лаком бумага толщиной 3 мм).

■ 21-23. Между двумя длинными параллельными проволоками, расположенными на расстоянии $l = 15$ см друг от друга, поддерживается разность потенциалов $U = 1500$ В. Радиус проволок $r = 1$ мм. Определите напряженности поля: а) в точке, лежащей на середине расстояния между проволоками; б) в точке, отстоящей от одной из проволок на расстоянии $R_1 = 30$ см, от другой — на расстоянии $R_2 = 25$ см.

▲ 21-24. Слой диэлектрика толщиной $d = 5$ см равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho = 10^{-5}$ Кл/м³. Найдите разность потенциалов между поверхностью слоя и его серединой ($\varepsilon = 3$).

▲ **21-25.** В вакууме расположены, как показано на рисунке 21-6, цилиндры *A* и *B*. Цилиндр *B* имеет высокий положительный потенциал; потенциал цилиндра *A* близок к нулю. Внутри цилиндра летят расходящимся пучком электроны. Как действует на летящие электроны электрическое поле между цилиндрами *A* и *B*?

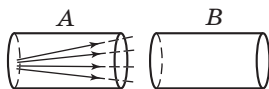


Рис. 21-6

▲ **21-26.** Электрон, энергия которого соответствует разности потенциалов U_0 , попадает в вакууме в поле цилиндрического конденсатора (радиусы цилиндров R_1 и R_2); направление скорости электрона в начальный момент перпендикулярно плоскости, проходящей через ось конденсатора. При каком напряжении U между обкладками конденсатора электрон будет двигаться внутри конденсатора по окружности?

▲ **21-27.** Узкий пучок электронов в вакууме пролетает сквозь плоский конденсатор параллельно его пластинам (рис. 21-7) и попадает на флуоресцирующий экран, отстоящий от конденсатора на расстоянии $l = 15$ см. При подаче на конденсатор напряжения $U = 50$ В светящееся пятно на экране смещается на $s = 21$ мм. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 18$ мм; длина конденсатора $b = 6$ см. Определите скорость электрона.

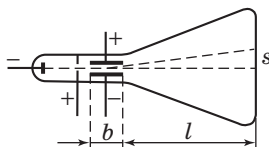


Рис. 21-7

▲ **21-28.** Поток электронов, ускоренных напряжением $U_1 = 5000$ В, влетает в середину между пластинами плоского конденсатора. Какое наименьшее напряжение нужно подать на конденсатор, чтобы электроны не вылетали из него, если длина конденсатора $b = 5$ см, расстояние между пластинами $d = 1$ см?

■ **21-29.** Электрон, движущийся со скоростью $v_0 = 40\,000$ км/с, влетает в пространство между двумя пластинами конденсатора. Длина каждой из пластин $b = 6$ см, расстояние между ними $d = 0,5$ см. На кон-

денсатор подается напряжение $U = 40$ В. На сколько увеличится скорость электрона при выходе из конденсатора?

§ 22. Проводники в электрическом поле

См. введения к §§ 20 и 21.

● **22-1.** Четыре проводящие пластинки расположены, как показано на рисунке 22-1, параллельно друг другу на равных расстояниях. Пластинки A и B , расположенные на расстоянии d , заряжены до напряжения U , после чего отсоединены от источника напряжения. Пластинки C и D не заряжены.

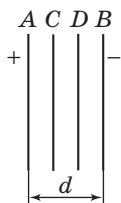


Рис. 22-1

а) Каково напряжение между пластинками A и C , C и D , D и B ? Какова напряженность поля в пространствах между ними?

б) Каковы будут ответы на те же вопросы, после того как пластинки C и D соединяют проводником и вновь разъединяют?

в) Ответьте на те же вопросы, если после действий, описанных в пункте б), пластинки A и B соединяют проводником и вновь разъединяют.

г) Как изменятся ответы на вопросы, поставленные в пунктах а), б) и в), если в случаях а) и б) пластинки A и B будут поддерживаться при постоянном напряжении, а в случае в) будут сначала отключены от источника напряжения и лишь потом соединены проводником?

● **22-2.** Металлическое тело помещено между пластинами заряженного плоского воздушного конденсатора. На поверхности тела образуются индуцированные положительный и отрицательный заряды. После этого пространство между пластинами заполняют керосином. Изменяется ли величина индуцированных на теле зарядов, если: а) заряд конденсатора остается неизменным? б) напряжение на конденсаторе поддерживается неизменным?

● **22-3.** Два равных разноименных точечных заряда расположены на некотором расстоянии друг от друга. Укажите, как изменяются сила, действующая на заряды, и напряженность поля в различных точках в следующих случаях:

а) оба заряда окружают тонкими металлическими изолированными оболочками, совпадающими с эквипотенциальными поверхностями;

б) эти оболочки соединяют проводником.

▲ **22-4.** Заряд маленького шарика $q = 1 \cdot 10^{-8}$ Кл; шарик находится на расстоянии $a = 3$ см от плоской металлической заземленной стенки. С какой силой они взаимодействуют?

▲ **22-5.** Покажите, что работа против электрических сил при удалении точечного заряда от равного разноименного заряда в бесконечность в 4 раза больше работы при удалении того же заряда в бесконечность от бесконечной проводящей стенки, расположенной на таком же расстоянии, как и точечные заряды.

▲ **22-6.** а) Точечные заряды $q_1 = +2 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = +1 \cdot 10^{-9}$ Кл находятся на расстоянии $d_1 = 4,6$ см друг от друга. Между ними на равных от них расстояниях помещена проводящая заземленная пластина толщиной $d_2 = 2$ см. Поверхности пластины перпендикулярны прямой, соединяющей заряды. Определите силу, действующую на пластину.

б) Как изменится ответ, если один из зарядов заменить равным ему по модулю отрицательным зарядом?

▲ **22-7.** Небольшое облако, имеющее заряд $q = 20$ Кл, находится на высоте $h = 1$ км над поверхностью Земли. Считая Землю проводником, определите напряженность поля вблизи поверхности Земли на расстоянии $s = 3$ км от места, над которым находится облако. Кривизной поверхности Земли пренебречь.

■ **22-8.** Точечный заряд $q = 2$ нКл находится на расстоянии $a = 3$ см от металлической заземленной стенки. Найдите поверхностную плотность индуцированного за-

ряда на стенке: а) в точке, ближайшей к заряду; б) в точке, находящейся на расстоянии $r = 5$ см от заряда. Определите общий заряд, индуцированный на поверхности стенки.

● **22-9.** В установках для улавливания пыли пропускают воздух сквозь металлические трубы, по оси которых протягивается металлическая проволока. Между проволокой и трубой создают сильное электрическое поле, причем проволоке сообщают отрицательный потенциал, а трубу заземляют.

Как будут вести себя пылинки: а) незаряженные? б) заряженные положительно или отрицательно?

▲ **22-10.** Шар с острием A и полый стакан B (рис. 22-2), помещенные на изолирующих подставках, заряжены так, что их потенциалы одинаковы. Если касаться металлическим шариком C , помещенным на изолирующей ручке, поочередно острия A и внутренней поверхности стакана B , то заряд на шаре A будет уменьшаться, а на стакане B увеличиваться, и энергия этой системы увеличится. За счет работы каких сил увеличивается энергия системы?

▲ **22-11.** Батарея гальванических элементов $\mathcal{E}$ питает установку, показанную на рисунке 22-3. Между металлическими пластинками A и B находится изолированная металлическая пластинка C , толщина которой значительно меньше расстояния AB . Пластинка C касается B , затем равномерно движется к A , касается ее, затем равномерно движется обратно к B и т. д. Промежутки времени, в течение которых пластинка C касается A

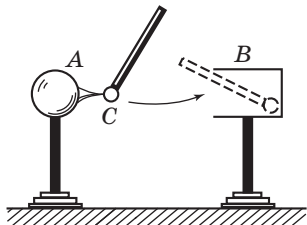


Рис. 22-2

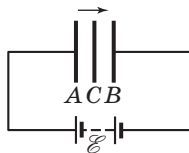


Рис. 22-3

и B (перезаряжается), равны $0,1$ с. Промежутки времени, в течение которых пластинка C движется от A к B или обратно, равны $0,3$ с. Заряд, переносимый пластинкой C , равен $3 \cdot 10^{-11}$ Кл. Начертить график зависимости силы тока, который идет по цепи, от времени.

■ **22-12.** Оси двух длинных металлических цилиндров образуют прямой угол (рис. 22-4). Расстояние между поверхностями цилиндров в точке наименьшего расстояния $\Delta = 0,1$ см. Радиусы цилиндров $R_1 = R_2 = R = 5$ см. Между цилиндрами поддерживается разность потенциалов $U = 300$ В. Определите силу взаимного притяжения цилиндров.

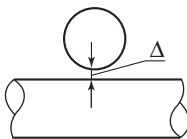


Рис. 22-4

Указание. Использовать условие $\Delta \ll R$.

§ 23. Диэлектрики в электрическом поле

- 1) В диэлектрике электрическое смещение

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

где $\vec{P}$ — электрическая поляризация, причем

$$\vec{P} = \epsilon_0 \kappa \vec{E}$$

(здесь κ — диэлектрическая восприимчивость). Очевидно,

$$\epsilon = 1 + \kappa.$$

2) Связь между поверхностной плотностью σ_1 связанных зарядов на границе диэлектрик—проводник и поверхностной плотностью σ зарядов на проводнике:

$$\sigma_1 = \sigma \frac{1 - \epsilon}{\epsilon}.$$

- 3) Условия на границе раздела двух диэлектриков:

$$E_1 \tau = E_2 \tau; \quad \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n},$$

где E_τ и E_n — тангенциальная и нормальная составляющие напряженности.

4) Преломление линий напряженности на границе раздела двух диэлектриков:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}.$$

● **23-1.** Определите диэлектрическую восприимчивость стекла.

▲ **23-2.** Определите плотность связанных зарядов на поверхностях слюдяной пластинки толщиной 0,2 мм, служащей изолятором в плоском конденсаторе, заряженном до напряжения 400 В.

▲ **23-3.** У поверхности фарфора напряженность поля в воздухе 200 В/см. Вектор напряженности образует с нормалью к поверхности угол 40° . Определите: а) угол между вектором напряженности поля и нормалью в фарфоре; б) напряженность поля в фарфоре; в) плотность связанных зарядов на границе фарфор — воздух.

■ **23-4.** В керосине на глубине $h = 3$ см от свободной поверхности находится точечный заряд $q = +20$ нКл (рис. 23-1). Определите плотность связанных зарядов на поверхности керосина: а) над зарядом и б) на расстоянии $r = 5$ см от заряда. Определите общую величину связанного заряда на поверхности керосина.

● **23-5.** Начертите расположение линий индукции и эквипотенциальных поверхностей (отличающихся на постоянную разность потенциалов) в следующих случаях:

а) металлический шарик, заряженный положительно, наполовину погружен в керосин;

б) между двумя пластинами заряженного плоского конденсатора помещен, как показано на рисунке 23-2, клин из парафина.

▲ **23-6.** Две горизонтально расположенные пластины имеют заряды, равные $+2 \cdot 10^{-7}$ Кл и $-2 \cdot 10^{-7}$ Кл. Пластины расположены так близко, что поле между ними можно считать однородным. Нижняя пластина погружена в жидкий диэлектрик ($\epsilon = 3$). Площадь каждой пласти-

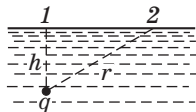


Рис. 23-1



Рис. 23-2

ны 300 см^2 . Определите силы, действующие на каждую из пластин и на поверхность жидкости. Считать, что жидкость смачивает пластину.

§ 24. Электроемкость

1) Заряд конденсатора электроемкостью C при напряжении U :

$$q = CU.$$

2) Электроемкости плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}; \quad C = \frac{2\pi\epsilon_0 \epsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}; \quad C = \frac{4\pi\epsilon_0 \epsilon}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}.$$

Изолированный шар можно рассматривать как сферический конденсатор, у которого $R_2 \rightarrow \infty$.

3) При последовательном соединении конденсаторов электроемкость батареи

$$C = \sum C_i;$$

при параллельном соединении

$$C = \frac{1}{\sum \frac{1}{C_i}}.$$

4) Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

5) Плотность энергии электрического поля

$$w_0 = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2},$$

где E — напряженность поля.

● **24-1.** Существуют диэлектрики, электрическая проницаемость которых зависит от напряженности поля

(например, кристаллы сегнетовой соли). Имеет ли место у конденсаторов, в которых изолирующим слоем служат такие вещества, пропорциональность между разностью потенциалов и зарядом конденсатора?

● **24-2.** До какого напряжения надо зарядить телефонный конденсатор электроемкостью 2 мкФ , чтобы на нем находился такой же заряд, как на лейденской банке электроемкостью 1 мкФ , заряженной до напряжения $30\,000 \text{ В}$?

▲ **24-3.** а) Покажите, что при малой толщине изолирующего слоя электроемкость сферического конденсатора можно рассчитывать по формуле электроемкости плоского конденсатора.

б) Приведите то же доказательство для цилиндрического конденсатора.

Указание. Принять во внимание, что $\ln(1+x) = x$, если $x \ll 1$.

● **24-4.** Лейденская банка имеет следующие размеры: наружный диаметр дна 15 см ; высота обкладок 20 см ; толщина стекла 2 мм . Определите ее электроемкость, пользуясь формулой для плоского конденсатора.

▲ **24-5.** Два проводящих шарика различного диаметра приводят в соприкосновение и заряжают. Затем их отводят на значительное расстояние. Имеют ли они при этом одинаковые потенциалы?

● **24-6.** Конденсатор состоит из трех полосок станиоля площадью по 6 см^2 каждая, разделенных двумя слоями слюды по $0,1 \text{ мм}$ толщиной. Крайние полоски станиоля соединены между собой. Какова электроемкость такого конденсатора?

■ **24-7.** Два одинаковых металлических диска диаметром 12 см расположены параллельно друг другу и разделены парафинированной бумагой толщиной $0,2 \text{ мм}$. Диски сдвинуты так, что центр одного из них находится против края другого (рис. 24-1). Определите электроемкость такой системы.

▲ **24-8.** Вследствие повреждения конденсатора переменной электроемкости (рис. 24-2) с четным числом воз-

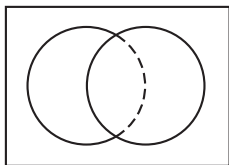


Рис. 24-1

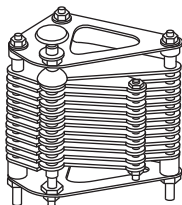


Рис. 24-2

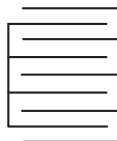


Рис. 24-3

душных промежутков между пластинами все подвижные пластины опустили настолько, что толщины соседних промежутков относятся как 1 : 2 (рис. 24-3). Как изменилась ёмкость конденсатора по сравнению с начальной, соответствующей тому же положению головки (то есть такому же расстоянию между крайними пластинами)?

● **24-9.** Конденсатор из оловянной фольги с диэлектриком в виде листа парафинированной бумаги покрывают с одной стороны листком такой же бумаги и скручивают его в трубку. Как изменится при этом ёмкость конденсатора?

▲ **24-10.** Пластины плоского конденсатора присоединены к источнику тока напряжением 300 В. Пластины сближаются со скоростью 1 мм/с. Какой ток течет по подводящим проводам в тот момент, когда пластины находятся на расстоянии 2 мм друг от друга? Площадь каждой из пластин 400 см².

▲ **24-11.** Металлический шар ($R = 3$ см) опущен наполовину в керосин. Какой заряд находится на шаре, если он заряжен до потенциала $\varphi = 1800$ В?

■ **24-12.** а) Определите ёмкость конденсатора, состоящего из двух шариков диаметром $d = 1$ см, центры которых находятся в воздухе на расстоянии $l = 20$ см друг от друга, приняв, что заряды на их поверхностях распределены равномерно.

б) Определите ёмкость конденсатора, состоящего из такого же шарика и большой проводящей пластины, отстоящей на расстоянии $l = 20$ см от центра ша-



Рис. 24-4

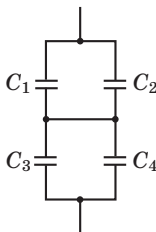


Рис. 24-5

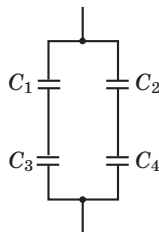


Рис. 24-6

рика. Сравните с электроемкостью изолированного шарика такого же диаметра.

● **24-13.** Батарея из двух последовательно соединенных конденсаторов (300 и 500 пФ) заряжена до напряжения 12 000 В. Определите: а) напряжения на первом и втором конденсаторах; б) заряд на обкладках каждого из них.

▲ **24-14.** Кружки из металлической фольги и парафинированной бумаги, толщиной по 0,1 мм каждый и диаметрами 2, 3, 4, 5 и 6 см, наложены друг на друга, как показано на рисунке 24-4 (черным показаны металлические кружки). Определите электроемкость такой системы.

● **24-15.** Параллельно одному из 5 последовательно соединенных одинаковых конденсаторов подключен статический вольтметр, электроемкость которого в два раза меньше каждого из конденсаторов. Вольтметр показывает 500 В. Найдите напряжение на батарее конденсаторов.

▲ **24-16.** Пробивное напряжение для прессшпана толщиной 1 мм равно 18 000 В. Два конденсатора с изолирующим слоем из такого прессшпана соединены последовательно. Емкость первого конденсатора 1100 пФ, второго — 400 пФ. Будет ли эта система пробита, если подать на нее напряжение 30 000 В?

▲ **24-17.** а) Каковы электроемкости батарей конденсаторов, соединенных по схемам, показанным на рисунках 24-5 и 24-6?

б) Покажите, что емкости этих батарей равны, если выполняется условие $\frac{C_1}{C_3} = \frac{C_2}{C_4}$.

▲ 24-18. Определите емкость плоского конденсатора с площадью обкладок $S = 200 \text{ см}^2$. Между обкладками находится стекло толщиной $d_1 = 1 \text{ мм}$, покрытое с обеих сторон слоем парафина (толщина каждого слоя $d_2 = 0,2 \text{ мм}$).

■ 24-19. Определите емкости цилиндрических конденсаторов, описанных в задаче 21-22, если длины их равны 1 м.

■ 24-20. а) Определите емкость конденсатора, состоящего из двух проволок, описанных в задаче 21-23, приняв длину проволок равной 9 км.

б) Как изменится емкость системы, описанной в пункте а), если одну из проволок заменить заземленной широкой металлической пластиной той же длины? Пластина перпендикулярна плоскости, в которой расположены проволоки.

● 24-21. Конденсатор емкостью 3000 пФ заряжен до напряжения 20 000 В. Предполагая, что при разряде 10% энергии рассеется в виде звуковых и электромагнитных волн, определите количество выделившейся теплоты.

▲ 24-22. Батарея из n последовательно соединенных конденсаторов заряжается (рис. 24-7, а), а затем при помощи переключателя KK конденсаторы соединяются параллельно (рис. 24-7, б).

а) Как изменится при этом энергия батареи, если емкости конденсаторов: 1) одинаковы; 2) различны?

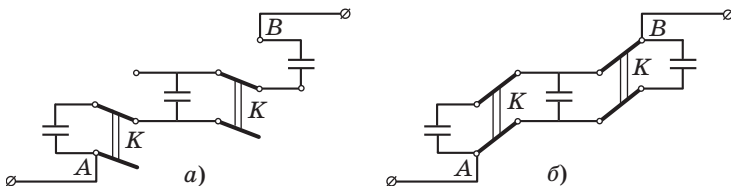


Рис. 24-7

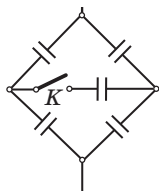


Рис. 24-8

б) Ответьте на те же вопросы для случая, когда батарея заряжается при параллельном соединении конденсаторов, а затем соединение переводится в последовательное.

▲ **24-23.** Имеется система конденсаторов, соединенных по произвольной схеме, внутри которой поставлен ключ K (пример такой схемы показан на рисунке 24-

8). Увеличится или уменьшится емкость системы, если замкнуть ключ K ?

▲ **24-24.** Плоский конденсатор имеет в качестве изолирующего слоя стеклянную пластинку толщиной $d = 2$ мм и площадью $S = 300$ см². Конденсатор заряжен до напряжения $U = 100$ В, после чего отключен от источника напряжения. Какую работу против электрических сил необходимо совершить, чтобы вынуть стеклянную пластинку из конденсатора? Трением пренебречь.

▲ **24-25.** Пластины воздушного конденсатора имеют площадь 300 см² и отдалены друг от друга на расстояние 3 мм. Между ними находится металлическая пластинка такой же площади толщиной 1 мм, изолированная от земли. Конденсатор заряжен до напряжения 600 В и отсоединен от источника напряжения. Какую работу против электрических сил надо совершить, чтобы вытащить пластинку?

● **24-26.** Как изменяется энергия конденсатора в следующих случаях:

а) емкость конденсатора уменьшают (раздвигая пластины или выдвигая диэлектрик) при сохранении величины заряда (т. е. отсоединив от источника тока);

б) емкость конденсатора уменьшают при сохранении напряжения (т. е. не отсоединяя от источника тока)?

▲ **24-27.** Внутренняя обкладка заряженной лейденской банки соединяется с внутренней обкладкой такой же незаряженной банки, причем заряд поровну распределяется на обеих банках. Покажите, что энергия при этом убывает вдвое, и объясните это.

▲ 24-28. Воздушный конденсатор заряжают до некоторого напряжения и в заряженном состоянии заливают керосином, при этом энергия конденсатора уменьшается в ϵ раз. Куда «исчезает» оставшаяся энергия?

● 24-29. Диэлектрическая проницаемость вещества заметно изменяется при повышении температуры (обычно уменьшается). Предположим, что заряженный конденсатор охлаждается, вследствие чего его электрическая энергия уменьшается. Куда «исчезает» энергия?

▲ 24-30. Два конденсатора ($C_1 = 600$ пФ и $C_2 = 1000$ пФ) соединены последовательно. Батарею заряжают до напряжения $U = 20$ кВ. Затем конденсаторы не разряжая соединяют параллельно. Какое количество теплоты Q выделяется при этом?

▲ 24-31. Два одинаковых воздушных конденсатора ($C = 900$ пФ) заряжены до напряжения $U = 900$ В. Один из конденсаторов в заряженном состоянии погружают в керосин, после чего конденсаторы соединяют параллельно. Определите количество выделившейся теплоты Q .

▲ 24-32. Одна лейденская банка ($C_1 = 600$ пФ) заряжена до напряжения $U_1 = 3000$ В, другая банка ($C_2 = 800$ пФ) — до напряжения $U_2 = -4000$ В. Определите изменение энергии при соединении их внутренних обкладок.

■ 24-33. Емкость конденсатора, изображенного на рисунке 24-2, меняется в пределах от $C_1 = 700$ пФ ($\alpha = 0$) до $C_2 = 20$ пФ ($\alpha = \pi$). Определите моменты электрических сил при углах поворота подвижных пластин $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = \pi$ в следующих случаях:

а) вращение головки конденсатора производится после того, как конденсатор при $\alpha = 0$ заряжен до $U = 200$ В и отключен от источника напряжения;

б) вращение головки конденсатора производится при присоединенном источнике напряжения ($U = 200$ В).

■ 24-34. Батарея из $n = 5$ последовательно соединенных лейденских банок емкостью $C = 400$ пФ каж-

дая поддерживается при постоянном напряжении $U = 60\,000$ В. Одна из банок пробивается. Определите: а) изменение энергии батареи; б) работу источника напряжения.

▲ **24-35.** Принимая протон и электрон в атоме водорода за точечные заряды, находящиеся на расстоянии $5 \cdot 10^{-9}$ см друг от друга, найдите плотность энергии электрического поля посередине расстояния между ними.

▲ **24-36.** На проводящем шаре диаметром 6 см имеется заряд $2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Шар погружен в керосин и расположен на значительном расстоянии от стенок сосуда. Определите плотность энергии электрического поля в точках, отстоящих от центра шара на расстояниях: а) 2 см; б) 4 см.

■ **24-37.** Заряд q равномерно распределен по объему шара радиусом R . Принимая диэлектрическую проницаемость вещества шара и окружающей среды равной единице, определите: а) чему равна энергия электрического поля 1) внутри шара, 2) вне шара, 3) во всем пространстве; б) каково изменение энергии при делении заряженного шара на два равных заряженных шара.

§ 25. Закон Ома

1) Сила тока

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где dq — заряд, протекающий через сечение проводника за время dt .

Если сила тока не меняется с течением времени, то

$$I = \frac{q}{t}.$$

2) Плотность тока

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S},$$

где ΔI — сила тока, проходящего через сечение провода площадью ΔS . В случае, если плотность по всему сечению S проводника одинакова,

$$j = \frac{I}{S}.$$

3) Сопротивление проводника длиной l и постоянным сечением S

$$R = \frac{\rho l}{S},$$

где ρ — удельное сопротивление материала проводника.

При расчете сопротивления проводника переменного сечения нужно применять интегрирование.

4) Зависимость удельного сопротивления металла от температуры t :

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ_0 — удельное сопротивление металла при 0°C ; α — температурный коэффициент сопротивления.

5) Закон Ома:

$$I = \frac{U + \sum \mathcal{E}}{\sum R},$$

где U — напряжение на концах участка цепи, содержащего электродвижущие силы, алгебраическая сумма которых $\sum \mathcal{E}$, $\sum R$ — сумма сопротивлений всех частей участка. Для полной цепи $U = 0$.

6) Связь между напряженностью поля $\vec{E}$ в проводнике и плотностью тока $\vec{j}$ в нем:

$$\vec{j} = g\vec{E},$$

где $g = \frac{1}{\rho}$ — удельная проводимость. Это соотношение называют законом Ома в дифференциальной форме.

Примечание. Предполагается, что гальванические элементы, упомянутые в задачах §§ 25—27, являются неполяризуемыми. В таких источниках при протекании тока не происходит изменения электродных потенциалов.

● **25-1.** Какой заряд переносится через поперечное сечение проводника в следующих случаях: а) сила тока равномерно возрастает от нуля до 3 А в течение 10 с; б) сила тока убывает от 18 А до нуля, причем за каждые 0,01 с она убывает вдвое?

● **25-2.** Какова плотность тока в волоске лампы накаливания, если сила тока 0,125 А и диаметр волоска 0,019 мм?

▲ **25-3.** В электронной лампе ток течет от металлического цилиндра к накаливаемой нити, расположенной по его оси. Определите плотность тока вблизи цилиндра и вблизи нити при условиях: сила тока 3 мА; длина нити и длина цилиндра 2,5 см; диаметр нити 0,02 мм; диаметр цилиндра 1 см.

● **25-4.** Требуется изготовить реостат сопротивлением 0,2 Ом. Материал — никелиновая лента толщиной 0,5 мм и шириной 10 мм. Какой длины ленту надо взять?

● **25-5.** Имеется моток медной проволоки площадью поперечного сечения 0,1 мм². Масса всей проволоки 0,3 кг. Определите сопротивление проволоки.

▲ **25-6.** Предположим, что в неограниченной среде, удельное сопротивление которой равно $\rho = 10^4$ Ом · см, находится металлический шар диаметром $d = 10$ см. Каково сопротивление системы шар — неограниченная среда? (Таково же приблизительно сопротивление заземления, выполненного в виде шара такого же диаметра, закопанного в почву с указанным удельным сопротивлением.)

● **25-7.** Следует ли при расчете сопротивления проводов, температура которых отлична от 0 °С, принимать во внимание изменение их геометрических размеров при нагревании?

● **25-8.** Вольфрам имеет положительный, а уголь отрицательный температурные коэффициенты. Для ламп с вольфрамовым и с угольным волосками сравните: а) изменения силы тока при включении; б) распределения плотности тока в накаливаемых волосках.

● **25-9.** Обмотка электромагнитов в динамомашине сделана из медного провода и при температуре 10°C имеет сопротивление $14,2\ \text{Ом}$. После работы сопротивление обмотки увеличилось до $16,5\ \text{Ом}$. Какой при этом стала температура обмотки?

▲ **25-10.** Определите температурный коэффициент провода, составленного из алюминиевой проволоки сопротивлением $3\ \text{Ом}$ и железной проволоки сопротивлением $2\ \text{Ом}$, соединенных последовательно.

▲ **25-11.** Угольный стержень соединен последовательно с железным, имеющим такую же толщину. При каком соотношении их длин сопротивление такой комбинации не зависит от температуры?

▲ **25-12.** Подвижная катушка в вольтметре медная, а добавочное сопротивление сделано из манганина, удельное сопротивление которого почти не зависит от температуры. Пружинка, противодействующая вращению катушки, сделана из фосфористой бронзы. Температурный коэффициент ее модуля упругости равен $\beta = -0,0004\ \text{K}^{-1}$. При каком соотношении между сопротивлениями подвижной катушки R_1 и добавочным сопротивлением R_2 показания вольтметра не зависят от температуры?

● **25-13.** В установке, изображенной на схеме рис. 25-1, электроемкость конденсатора C_1 в два раза больше электроемкости конденсатора C_2 , а сопротивление резистора R_1 в три раза больше сопротивления резистора R_2 . Сопротивление батареи гальванических элементов ничтожно мало, ее электродвижущая сила равна $60\ \text{В}$. Определите напряжения на конденсаторах в следующих случаях: а) ключи K_1 и K_2 замкнуты; б) ключ K_1 замкнут, а K_2 разомкнут; в) ключ K_1 разомкнут, а K_2 замкнут.

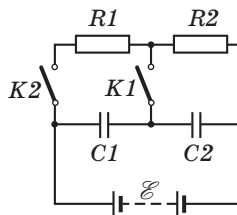


Рис. 25-1

▲ **25-14.** Какое напряжение можно подать на катушку, имеющую $w = 1000$ витков медного провода со сред-

ним диаметром витков $d = 6$ см, если допустима плотность тока $j = 2$ А/мм²?

▲ **25-15.** Если вольтметр соединить последовательно с сопротивлением $R = 10\,000$ Ом, то при напряжении $U_0 = 120$ В он покажет $U_1 = 50$ В. Если соединить его последовательно с неизвестным сопротивлением R_x , то он при том же напряжении покажет $U_2 = 10$ В. Определите это сопротивление.

● **25-16.** Батарея из 50 последовательно соединенных гальванических элементов дает ток во внешнюю цепь, состоящую из железного провода длиной 20 км и площадью сечения 3 мм² и прибора сопротивлением 90 Ом. ЭДС и внутреннее сопротивление каждого из элементов равны 1,4 В и 0,4 Ом. Определите силу тока.

● **25-17.** К моменту окончания зарядки батареи аккумуляторов током 3 А присоединенный к ней вольтметр показывал напряжение 4,25 В. В начале разрядки той же батареи током 4 А вольтметр показывал напряжение 3,9 В. Ток, проходящий по вольтметру, пренебрежимо мал. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление батареи.

● **25-18.** При силе тока 0,5 А напряжение на участке цепи равно 8 В. При силе тока 1,5 А напряжение на том же участке равно 20 В.

а) Какова ЭДС, действующая на этом участке?

б) Каково будет напряжение, если сила тока уменьшится до 0,1 А?

● **25-19.** Гальванический элемент создает в проводнике сопротивлением 4 Ом силу тока 0,2 А. Если же сопротивление проводника равно 7 Ом, то сила тока оказывается равной 0,14 А. Какой будет сила тока, если элемент замкнуть накоротко?

▲ **25-20.** Два гальванических элемента с ЭДС, равными $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$, вольтметр с большим внутренним сопротивлением и шкалой, нуль которой находится на ее середине, и сопротивление R соединены по схеме, показанной на рисунке 25-2. Сопротивление R и внутренние сопро-

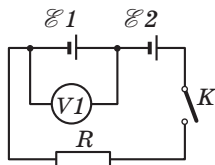


Рис. 25-2

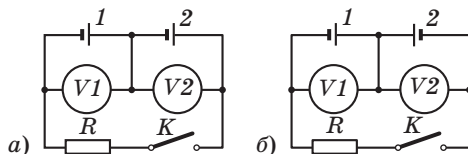


Рис. 25-3

тивления каждого из элементов равны между собой. При разомкнутом ключе K стрелка вольтметра отклоняется вправо. При каком соотношении между $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ стрелка вольтметра при замкнутом ключе K : а) отклонится вправо? б) остановится на нуле? в) отклонится влево?

▲ 25-21. Два гальванических элемента (1 и 2), два вольтметра с большими внутренними сопротивлениями и шкалами, нули которых находятся на их серединах, и резистор сопротивлением R соединены по схеме, показанной на рисунке 25-3, а. При разомкнутом ключе K вольтметры V_1 и V_2 показывают напряжения 1,8 В и 1,4 В, причем их стрелки отклонены вправо. При замыкании ключа K вольтметры показывают напряжения 1,4 В и 0,6 В при том же направлении отклонения стрелок. Что будут показывать вольтметры, если соединить приборы по схеме 25-3, б и замкнуть ключ K ?

▲ 25-22. Несколько одинаковых гальванических элементов соединены, как показано на схеме (рис. 25-4), проводами, сопротивление которых ничтожно мало.

а) Какова разность потенциалов между любыми точками соединительных проводов, например между точками A и B или между точками A и C ?

б) Ответьте на тот же вопрос при условии, что ЭДС элементов не равны и внутренние сопротивления прямопропорциональны ЭДС.

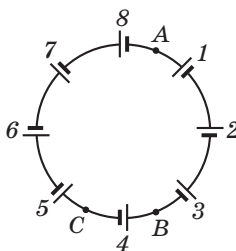


Рис. 25-4

в) Как изменится ответ на вопрос а), если элементы будут обращены друг к другу одноименными полюсами?

▲ 25-23. Какие заряды находятся на плоских электродах, опущенных в раствор медного купороса, если сила тока $I = 0,5$ А, а удельное сопротивление раствора $\rho = 0,5$ Ом · м? Диэлектрическая проницаемость раствора $\epsilon = 8$.

▲ 25-24. Линии напряженности электрического поля в проводниках, по которым течет ток, совпадают с линиями тока¹. Как это согласовать с тем фактом, что в тонком слое электролита (например, в плоской кювете) линии тока от двух электродов в виде маленьких шариков расположены в этом слое, тогда как силовые линии двух разноименных зарядов располагаются по всем направлениям?



Рис. 25-5

▲ 25-25. Ток идет по проводнику переменного сечения (рис. 25-5). Одинаковы ли напряженности поля в местах с узким и широким сечениями? Чем это объяснить?

▲ 25-26. Каким образом расположены линии напряженности внутри изогнутой стеклянной трубки с электролитом, по которому идет ток? Как расположены линии напряженности в проводе, завязанном узлом?

■ 25-27. (Предварительно решить задачу 21-23.) В растворе медного купороса ($\rho = 0,4$ Ом · м) ток идет между двумя медными проволоками, оси которых расположены параллельно друг другу на расстоянии 13 см. Радиус проволок 4 мм. Между проволоками поддерживается напряжение 12 В.

а) Определите плотность тока: 1) на середине расстояния между проволоками; 2) в точке, отстоящей на 10 см от осей обеих проволок.

б) Определите силу тока, принимая, что длина проволок 15 см равна глубине слоя раствора и размеры сосуда весьма велики.

¹ Линия тока — это линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора плотности тока.

■ **25-28.** Изолирующий слой плоского конденсатора состоит из двух слоев толщинами d_1 и d_2 с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Диэлектрики имеют удельные сопротивления ρ_1 и ρ_2 . Напряжение U на конденсаторе поддерживается постоянным.

а) Покажите, что при установившемся состоянии в случае, если $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \neq \frac{\rho_2}{\rho_1}$, на границе диэлектриков должны находиться свободные заряды.

б) Вычислите поверхностную плотность этих зарядов (для стекла $\rho_1 = 2 \cdot 10^{11} \text{ Ом} \cdot \text{м}$; для керосина $\rho_2 = 5 \times 10^{12} \text{ Ом} \cdot \text{м}$), если $d_1 = d_2 = 3 \text{ мм}$ и полное напряжение на конденсаторе $U = 15\,000 \text{ В}$.

в) Объясните, почему в слоистых конденсаторах наблюдается явление «остаточного заряда» (заряда, появляющегося спустя некоторое время после разрядки конденсатора).

▲ **25-29.** К конденсатору ($C = 10 \text{ мкФ}$) присоединяют аккумулятор с ЭДС $\mathcal{E} = 2 \text{ В}$ через сопротивление $R = 1000 \text{ Ом}$. Через какое время конденсатор будет заряжен до напряжения $U = 1,98 \text{ В}$? Внутреннее сопротивление аккумулятора пренебрежимо мало.

▲ **25-30.** Плоский конденсатор с диэлектриком из парафинированной бумаги ($\epsilon = 2$) через время $t = 10 \text{ мин}$ сохранил заряд q , равный $0,1$ первоначального заряда q_0 . Полагая, что утечка произошла только сквозь парафинированную бумагу, вычислите ее удельное сопротивление.

§ 26. Разветвленные электрические цепи

1) Сопротивление R участка цепи, содержащего параллельно соединенные проводники, сопротивления которых R_i , рассчитывается по формуле:

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}.$$

2) Правила Кирхгофа.

Первое правило. В каждой точке разветвления проводов алгебраическая сумма сил токов равна нулю:

$$\sum I_i = 0.$$

Токи, идущие к точке разветвления, и токи, исходящие из нее, следует считать величинами разных знаков.

Второе правило. Для произвольного замкнутого контура проводников, входящих в состав разветвленной цепи, алгебраическая сумма ЭДС, действующих в контуре, равна алгебраической сумме произведений сил токов в проводниках этого контура на их сопротивления:

$$\sum \mathcal{E}_k = \sum I_i R_i.$$

Если при обходе контура источник проходит от отрицательного полюса к положительному, то его ЭДС следует считать положительной; в противном случае ее надо считать отрицательной.

Если направление обхода совпадает с направлением тока I_i , то слагаемое $I_i R_i$ считается положительным. Если же эти направления противоположны, то оно считается отрицательным.

3) Для вычисления сопротивления разветвленной цепи проводников, не содержащей источников тока, можно к входным узлам цепи мысленно присоединить источник тока произвольной ЭДС с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением и рассчитать силу тока I , текущего в этом случае через источник. Тогда сопротивление цепи

$$R = \frac{\mathcal{E}}{I}.$$

● **26-1.** Потребитель имеет 20 лампочек сопротивлением по 48 Ом и 100 лампочек сопротивлением по 288 Ом каждая. Лампочки соединены параллельно. Определите сопротивление цепи потребителя.

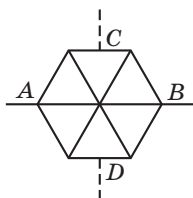


Рис. 26-1

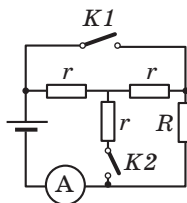


Рис. 26-2

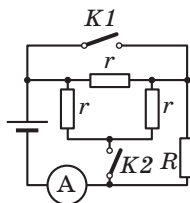


Рис. 26-3

● **26-2.** Определите электрическое сопротивление цепи проводников, показанной на рисунке 26-1, если сопротивление каждого из звеньев цепи равно 1 Ом. Рассмотрите два случая, когда ток течет: а) от точки A к точке B ; б) от точки C к точке D .

▲ **26-3.** Требуется подобрать для схем, показанных на рисунках 26-2 и 26-3, такие сопротивления резистора R , чтобы при замкнутом ключе K_1 и разомкнутом ключе K_2 амперметр показывал такую же силу тока, как при замкнутом ключе K_2 и разомкнутом ключе K_1 . Сопротивления источника тока и амперметра ничтожно малы.

● **26-4.** К гальванометру, сопротивление которого 290 Ом, присоединили шунт, понижающий чувствительность гальванометра в 10 раз. Какое сопротивление надо включить последовательно с шунтированным гальванометром, чтобы общее сопротивление осталось неизменным?

▲ **26-5.** Для определения неизвестного сопротивления R собирают цепь, схема которой показана на рис. 26-4. Амперметр показывает силу тока $I = 0,32$ А, вольтметр — напряжение $U = 9,6$ В. Сопротивление амперметра $R_A = 0,03$ Ом.

а) Определите относительную погрешность x , которую допускают, вычисляя сопротивление R без учета сопротивления амперметра.

б) Произведите тот же расчет при условии, что $I = 7$ А и $U = 2,1$ В.

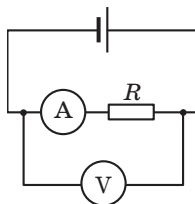


Рис. 26-4

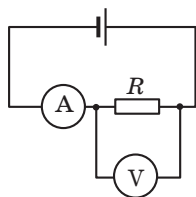


Рис. 26-5

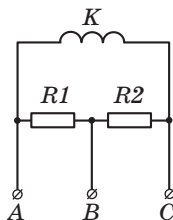


Рис. 26-6

▲ **26-6.** Для определения неизвестного сопротивления R собирают цепь, схема которой изображена на рис. 26-5. Амперметр показывает силу тока $I = 2,40$ А, вольтметр — напряжение $U = 7,20$ В. Сопротивление вольтметра $R_V = 1000$ Ом.

а) Определите относительную ошибку x , которую допускают, вычисляя сопротивление R без учета тока, идущего через вольтметр.

б) Произведите тот же расчет при условии, что $I = 24$ мА, $U = 7,20$ В.

▲ **26-7.** При включении приборов по схеме, изображенной на рисунке 26-5, амперметр показывает силу тока $I_1 = 2,06$ А, а вольтметр — напряжение $U_1 = 49,6$ В. При включении тех же приборов по схеме, изображенной на рисунке 26-4, амперметр показывает $I_2 = 1,94$ А, а вольтметр — $U_2 = 50$ В. Определите сопротивление R . Напряжение, даваемое источником тока, является постоянным.

▲ **26-8.** На рисунке 26-6 показана схема соединений катушки K амперметра и шунтов R_1 и R_2 . Если включить амперметр в цепь, пользуясь клеммами A и B , то цена деления циферблата амперметра равна $0,1$ А. Если пользоваться клеммами A и C , то цена деления равна $0,02$ А. Какова цена деления, если пользоваться клеммами B и C ?

▲ **26-9.** На коробке амперметра, кроме клемм M и N для присоединения к цепи, имеются 4 клеммы, распо-

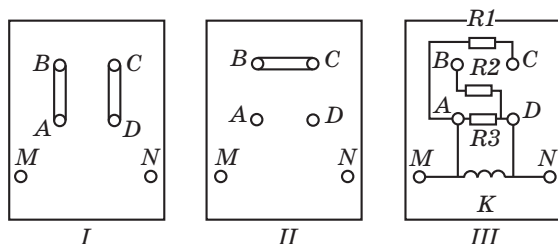


Рис. 26-7

ложенные, как показано на рисунке 26-7. В паспорте прибора указано, что при соединении этих клемм переключками по схеме *I* вся шкала амперметра соответствует 3 А; при соединении тех же клемм по схеме *II* вся шкала соответствует 1,5 А. Внутри прибора имеются резисторы R_1 , R_2 и R_3 , соединенные с катушкой K прибора по схеме *III*, причем $R_1 = R_2$.

а) Какой силе тока будет соответствовать вся шкала, если удалить переключки между клеммами A , B , C и D ?

б) Каким должно быть отношение n сопротивлений R_1 и R_2 , чтобы при удалении переключек вся шкала соответствовала 1,2 А?

● **26-10.** Для определения места, где один из проводов двухжильного кабеля вследствие повреждения оказался заземленным, используют установку, схема которой приведена на рисунке 26-8. AB — струна, по которой можно передвигать контакт K . Определите место повреждения кабеля, если стрелка гальванометра G не отклоняется, когда контакт K находится на расстоянии $l_1 = 41$ см от конца B . Длина струны $l = 100$ см; длина кабеля 7,8 км.

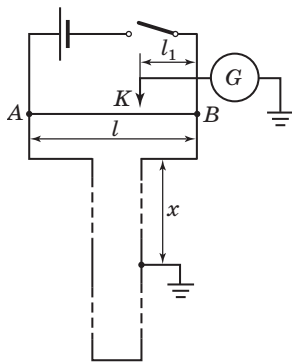


Рис. 26-8

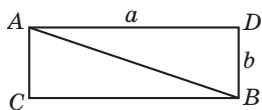


Рис. 26-9

■ **26-11.** а) Чему равно сопротивление проволочного каркаса в виде прямоугольника $ACBD$ с диагональю AB (длины сторон a и b), если ток идет от точки A к точке B (рис. 26-9)? Сопротивление едини-

цы длины проволоки равно γ .

б) Дайте ответ на тот же вопрос, если ток идет от точки C к точке D .

▲ **26-12.** Человек, стоя на земле, касается оголенного участка одного из проводов магистрали, напряжение между проводами которой $U = 600$ В. Какой ток пройдет через тело человека, если сопротивление R тела человека (главным образом кожи в месте соприкосновения) в случае сухой кожи оценивается в $50\,000$ Ом, сопротивление изоляции между тем проводом, к которому прикоснулся человек, и землей $R_1 = 50\,000$ Ом, сопротивление изоляции между другим проводом и землей $R_2 = 400\,000$ Ом? Сопротивлением земли можно пренебречь.

▲ **26-13.** Для определения сопротивления изоляции в проводах, находящихся под напряжением, вольтметром с большим внутренним сопротивлением R_V измеряют напряжения: 1) между первым и вторым проводами (U); 2) между первым проводом и землей (U_1); 3) между вторым проводом и землей (U_2). Чему равны сопротивления изоляции первого (R_1) и второго (R_2) проводов по

отношению к земле, если $R_V = 20\,000$ Ом, $U = 120$ В, $U_1 = 8$ В, $U_2 = 10$ В?

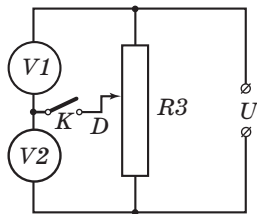


Рис. 26-10

▲ **26-14.** Два вольтметра $V1$ и $V2$ внутренними сопротивлениями 6000 Ом и 4000 Ом соединены последовательно. Параллельно к ним включено сопротивление $R = 10\,000$ Ом. На эту систему подано напряжение $U = 180$ В (рис. 26-10).

а) Что показывают вольтметры, когда ключ K разомкнут?

б) Каковы показания вольтметров, когда ключ K замкнут, а движок D соединен с серединой сопротивления R ?

в) Движок D двигают до тех пор, пока показания вольтметров не сравняются между собой. В каком отношении $R_1 : R_2$ делит движок D сопротивление R ?

▲ **26-15.** На рисунке 26-11 изображена схема потенциометра, с помощью которого можно менять напряжение U_1 , приходящееся на прибор M . Потенциометр находится под напряжением U . Полагая сопротивление прибора M равным r и сопротивление потенциометра равным R , определите U_1 как функцию расстояния x движка потенциометра от одного из его концов.

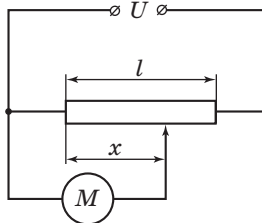


Рис. 26-11

Исследуйте случаи: а) $x = 0$; б) $x = l$; в) $x = \frac{l}{2}$; г) $r \gg R$.

● **26-16.** Генератор постоянного тока с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 0,2 Ом заряжает батарею аккумуляторов с ЭДС 10 В и внутренним сопротивлением 0,6 Ом. Параллельно батарее включена лампочка сопротивлением 3 Ом. Определите силу тока в батарее аккумуляторов и лампочке.

● **26-17.** Три гальванических элемента с ЭДС 1,3 В, 1,4 В и 1,5 В и внутренними сопротивлениями по 0,3 Ом каждый соединены параллельно друг другу и замкнуты на внешнее сопротивление 0,6 Ом. Определите силу тока в каждом элементе.

● **26-18.** Три гальванических элемента и три вольтметра соединены по схеме, показанной на рисунке 26-12. Электродвижущие силы гальванических элементов равны: $\mathcal{E}_1 = 1$ В; $\mathcal{E}_2 = 2$ В; $\mathcal{E}_3 = 1,5$ В. Сопротивления вольтметров V_1 , V_2 , V_3 соответственно равны $R_1 = 2000$ Ом, $R_2 = 3000$ Ом, $R_3 = 4000$ Ом. Сопротивления элементов ничтожно малы.

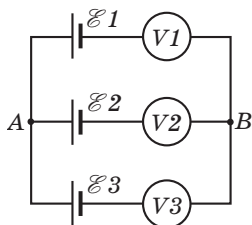


Рис. 26-12

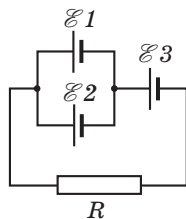


Рис. 26-13

а) Каковы показания вольтметров V_1 , V_2 , V_3 ?

б) Чему равно напряжение между узлами A и B схемы рис. 26-12?

● **26-19.** Гальванические элементы с ЭДС 1,6 В, 1,4 В и 1,1 В соединены параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление 1 Ом. Чему равны их внутренние сопротивления, если силы токов через элементы равны соответственно 0,8 А, 0,6 А и –0,2 А?

● **26-20.** Три гальванических элемента ($\mathcal{E}_1 = 1,3$ В, $\mathcal{E}_2 = 1,5$ В, $\mathcal{E}_3 = 2$ В; $r_1 = r_2 = r_3 = 0,2$ Ом) включены, как показано на рисунке 26-13. Сопротивление $R = 0,55$ Ом. Определите силы токов I_1 , I_2 и I_3 в элементах.

▲ **26-21.** На схеме, показанной на рисунке 26-14, сопротивления резисторов $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1000$ Ом, $\mathcal{E}_1 = 1,5$ В, $\mathcal{E}_2 = 1,8$ В. Определите силы токов в резисторах.

▲ **26-22.** Для измерений разности температур с помощью термопары иногда применяют схему, показанную на рисунке 26-15. Меняя сопротивление высокоом-

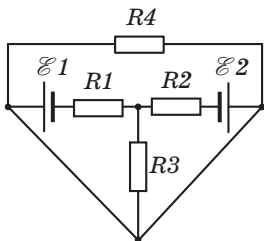


Рис. 26-14

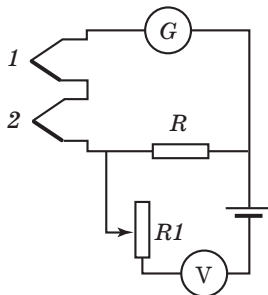


Рис. 26-15

ного реостата R_1 , добиваются того, чтобы стрелка гальванометра G стояла на нуле. Определите разность температур Δt между спаями термопары 1 и 2 при таких данных: $R = 0,1$ Ом; внутреннее сопротивление вольтметра $R_V = 50$ Ом; показание вольтметра при отсутствии тока через гальванометр $U = 0,07$ В; коэффициент термоэлектродвижущей силы термопары (медь — константан) равен $e = 4,4 \cdot 10^{-5}$ В/К.

▲ 26-23. Батарея из 400 элементов, каждый с электродвижущей силой 2 В и внутренним сопротивлением 0,1 Ом, замкнута на внешнее сопротивление 10 Ом. Требуется составить смешанную батарею из такого числа n_1 параллельных групп, каждая из которых содержит n_2 последовательно соединенных элементов, чтобы сила тока была максимальной. Определите числа n_1 и n_2 .

▲ 26-24. Два гальванических элемента с электродвижущими силами $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 соединены параллельно. Сила тока во внешней цепи I , сопротивление внешней цепи R .

а) Определите силы токов в элементах I_1 и I_2 и силу тока I как функции $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, r_1 , r_2 и R .

б) Определите внутреннее сопротивление r и электродвижущую силу $\mathcal{E}$ элемента, эквивалентного данной батарее. Рассмотрите частные случаи: 1) $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$; 2) $r_1 = r_2$.

в) Определите силы токов в элементах при коротком замыкании батареи.

г) Найдите условия, при которых второй элемент не будет работать.

д) При каком значении R силы токов в элементах равны? Всегда ли это возможно?

▲ 26-25. Имеется гальванический элемент Грене, в котором поляризацию электродов можно считать устраненной. Элемент замкнут на амперметр A , сопротивление которого мало по сравнению с внутренним сопротивлением элемента (рис. 26-16, а). Как изменится показание амперметра, если в элемент опустить (рис. 26-16, б, в)

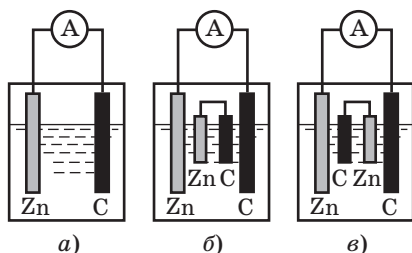


Рис. 26-16

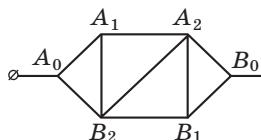


Рис. 26-17

цинковый и угольный электроды небольшого размера, соединенные проводником малого сопротивления?

▲ **26-26.** Определите сопротивление разветвленной цепи, изображенной на рисунке 26-17. Сопротивление каждого из проводников (A_0A_1 ; A_1A_2 и т. д.) равно 1 Ом.

§ 27. Работа и мощность тока

1) Работа, производимая электрическими силами на участке цепи, напряжение на котором U , при силе тока I в течение времени t

$$A = \int_0^t UI \, dt.$$

Если I и U постоянны, то

$$A = UI t.$$

2) Мощность тока

$$P = UI.$$

3) Количество теплоты, выделяющейся за время t на участке цепи сопротивлением R , по которому идет ток I , независимо от наличия или отсутствия ЭДС на рассматриваемом участке,

$$Q = I^2 \rho t.$$

● **27-1.** На рисунках 27-1 и 27-2 показаны два способа включения ваттметра в цепь. Докажите, что в первом

случае показание ваттметра больше измеряемой величины на величину мощности, поглощаемой в толстой обмотке, а во втором — на величину мощности, поглощаемой в тонкой обмотке.

● **27-2.** Сколько ламп мощностью $P = 300$ Вт каждая, рассчитанных на напряжение $U = 110$ В, можно установить в здании, если ток от магистрали к зданию подводится по медному проводу длиной $l = 100$ м и сечением $S = 9 \text{ мм}^2$ и если напряжение в магистрали поддерживается равным $U_0 = 122$ В?

● **27-3.** Определите массу m медного провода, необходимого для устройства проводки длиной $l = 5$ км. Напряжение на шинах электростанции $U_0 = 240$ кВт. Передаваемая потребителю мощность $P = 60$ кВт. В проводке допускается потеря напряжения $p = 8\%$.

● **27-4.** Как изменится температура медного стержня, если по нему в течение $0,5$ с пройдет ток, плотность которого равна 9 А/мм^2 ? Считать, что передача теплоты окружающим телам отсутствует.

▲ **27-5.** Батарея состоит из $n = 5$ последовательно соединенных элементов с ЭДС $\mathcal{E} = 1,4$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,3$ Ом каждый.

а) При какой силе тока полезная мощность батареи равна 8 Вт?

б) Чему равна наибольшая полезная мощность батареи?

▲ **27-6.** Ток от магистрали к потребителю подводится по медному проводу длиной 49 м и площадью сечения $2,5 \text{ мм}^2$. Напряжение в магистрали равно 120 В. Потребитель намеревается сделать электрическую печь мощностью 600 Вт. Каким должно быть сопротивление печи?

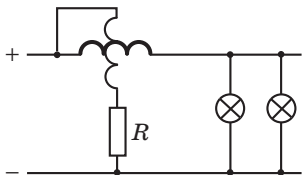


Рис. 27-1

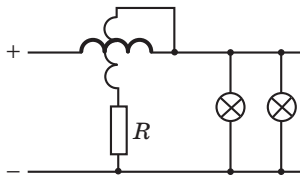


Рис. 27-2

▲ 27-7. Определите работу тока на участке, не содержащем источников ЭДС и имеющем сопротивление $R = 12 \text{ Ом}$, если сила тока в течение времени $t = 5 \text{ с}$ равномерно увеличивалась от $I_1 = 2 \text{ А}$ до $I_2 = 10 \text{ А}$.

● 27-8. Определите работу электрических сил и количество теплоты, выделяемое в течение 1 с :

а) в проводе, по которому идет ток 1 А ; напряжение на концах провода равно 2 В ;

б) в аккумуляторе, который заряжается током 1 А ; напряжение на полюсах аккумулятора равно 2 В ; ЭДС аккумулятора равна $1,3 \text{ В}$;

в) в батарее аккумуляторов, которая дает ток 1 А на внешнее сопротивление; напряжение на полюсах аккумулятора равно 2 В ; ЭДС батареи равна $2,6 \text{ В}$.

▲ 27-9. Батарея аккумуляторов, ЭДС которой $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$, заряжается при напряжении $U = 12,5 \text{ В}$ током $I_1 = 3 \text{ А}$. Принимая, что внутреннее сопротивление при зарядке и разрядке одинаково и что аккумулятор отдает $\eta_0 = 70\%$ прошедшего через него при заряде электричества, определите КПД η аккумулятора: а) при разрядке током $I_2 = 3 \text{ А}$; б) при разрядке током $I_3 = 0,3 \text{ А}$.

▲ 27-10. По проводу сопротивлением $R = 6 \text{ Ом}$ прошел заряд $q = 30 \text{ Кл}$. Определите количество теплоты, выделенное в проводе в следующих случаях:

а) по проводу в течение $\tau = 24 \text{ с}$ протекал постоянный ток;

б) сила тока в проводе равномерно убывала до нуля в течение $\tau = 24 \text{ с}$;

в) сила тока в проводе убывала до нуля таким образом, что за каждые $\tau = 24 \text{ с}$ она уменьшалась вдвое.

● 27-11. Сопротивление обмотки электрочайника 16 Ом . Определите промежуток времени, за который закипит в нем вода массой 600 г , имеющая начальную температуру $t_1 = 10^\circ \text{С}$, если КПД 60% и напряжение в сети 120 В .

● 27-12. Сколько витков никелиновой проволоки надо намотать на фарфоровый цилиндр диаметром $1,5 \text{ см}$,

чтобы сделать кипятильник, которым в течение 10 мин можно вскипятить 120 г воды при начальной температуре 10°C ? КПД принять равным 60%. Диаметр проволоки 0,2 мм; напряжение в сети 100 В.

● **27-13.** Нагреватель электрического чайника имеет две секции. При включении одной он закипает через 10 мин, при включении другой — через 20 мин. Через какое время он закипит, если включить обе секции: а) последовательно? б) параллельно? Напряжение в сети, КПД чайника, количество воды и начальную температуру в обоих случаях считать одинаковыми.

■ **27-14.** Если напряжение в сети $U_1 = 120\text{ В}$, то вода в электрическом чайнике закипает через $\tau_1 = 20\text{ мин}$. Если же напряжение в сети $U_2 = 110\text{ В}$, то при той же начальной температуре такое же количество воды закипает через $\tau_2 = 28\text{ мин}$. Предполагая, что потери теплоты от чайника в окружающее пространство пропорциональны времени нагревания, рассчитайте, через какое время τ_3 закипит вода в чайнике при напряжении в сети $U_3 = 100\text{ В}$.

▲ **27-15.** Гальванический элемент внутренним сопротивлением r замыкают поочередно двумя проводниками сопротивлениями R_1 и R_2 . В каком соотношении находятся R_1 , R_2 и r , если за одно и то же время:

а) в проводниках R_1 и R_2 выделяется одно и то же количество теплоты;

б) в проводнике с меньшим сопротивлением выделяется больше теплоты?

▲ **27-16.** Ток идет от медной трубки радиусом $r = 2\text{ мм}$ к медной трубке радиусом $R = 4\text{ см}$ по плоской алюминиевой фольге толщиной $d = 0,1\text{ мм}$ (рис. 27-3). Какое количество теплоты выделяется в алюминиевой фольге за время $t = 0,5\text{ с}$, если сила тока $I = 5\text{ А}$?

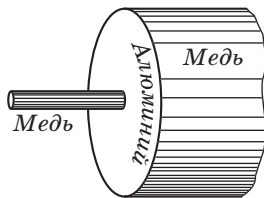


Рис. 27-3

■ **27-17.** К концам свинцовой проволоочки длиной $l = 5$ см и диаметром $d = 0,2$ мм приложено напряжение $U = 100$ В.

а) Через какой промежуток времени τ проволоочка начнет плавиться? Температура плавления свинца $t = 327$ °С, начальная температура проволоочки 0 °С. Пренебrecь потерей теплоты во внешнее пространство и изменением теплоемкости свинца при нагревании.

б) Какой промежуток времени пройдет до начала плавления проволоочки, если по ней идет ток $I = 50$ А?

■ **27-18.** Свинцовая проволоочка диаметром $d_1 = 1$ мм в плавком предохранителе расплавляется при длительном прохождении тока, сила которого не меньше $I_1 = 8$ А. Определите, при какой силе тока I_2 расплавится проволоочка диаметром $d_2 = 2$ мм. Считать, что проволоочка достаточно длинная, так что можно пренебrecь охлаждением у ее зажимов, и что потеря теплоты проволоочкой в окружающее пространство прямо пропорциональна поверхности проволоочки.

■ **27-19.** Электрическая лампочка мощностью $P_1 = 50$ Вт, рассчитанная на напряжение $U_1 = 120$ В, имеет волосок диаметром поперечного сечения $d_1 = 0,044$ мм и длиной $l = 612$ мм. Определите, какой диаметр d_2 и какую длину l_2 должен иметь волосок лампочки мощностью $P_2 = 15$ Вт, рассчитанной на напряжение $U_2 = 220$ В. Пренебrecь потерями теплоты вследствие теплопроводности крючков, поддерживающих волосок. Волосок рассматривать как круглый цилиндр. Считать температуру накала в обоих случаях одинаковой.

■ **27-20.** Для накала нити электронной лампы требуется напряжение $3,8$ В при силе тока в нити $0,65$ А. Вследствие испарения материала нити ее диаметр уменьшился на 10% . Какое требуется напряжение, чтобы поддержать температуру накала прежней? Какова при этом сила тока в нити?

■ **27-21.** Покажите, что удлинение накаливаемой током проволоки прямо пропорционально квадрату силы тока, принимая, что: 1) охлаждение накаливаемой проволоки в воздухе прямо пропорционально разности температур проволоки и воздуха; 2) изменение ее сопротивления с температурой незначительно.

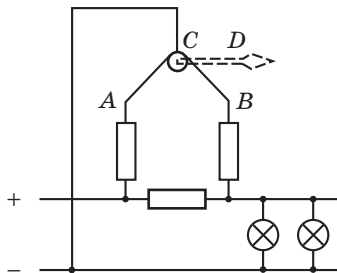


Рис. 27-4

■ **27-22.** На рисунке 27-4 изображена схема теплового ваттметра. Тонкая проволока AB , накаливаемая током, перекинута через блок C , оттягиваемый кверху пружинкой (не показанной на рисунке). Докажите, что угол поворота стрелки D прямо пропорционален мощности тока P .

§ 28. Электронные явления в металлах

1) При решении задач, помещенных в этом параграфе, используется представление, что некоторая часть электронов свободно перемещается внутри металла и что к ним применимы соотношения кинетической теории газов. Следует помнить, что все результаты, полученные на основании этих представлений, являются лишь первым приближением к действительности.

2) Плотность тока в металле

$$\vec{j} = ne\vec{v},$$

где n — концентрация носителей тока (в случае металла — свободных электронов); e — заряд электрона; $\vec{v}$ — средняя скорость упорядоченного движения электронов (средняя скорость дрейфа).

3) Между двумя металлами A и B , имеющими одинаковую температуру T и соединенными между собой или непосредственно, или посредством иных металлов, имеется разность потенциалов $\mathcal{E}_{AB}$, зависящая от природы

металлов и их общей температуры, но не зависящая от природы и температуры промежуточных металлов (контактная ЭДС).

4) При прохождении по цепи заряда q , помимо тепла Джоуля—Ленца, в контактах различных металлов и между сечениями проводов, отличающихся по температуре, выделяется или поглощается количество теплоты, равное $\mathcal{E}q$, где $\mathcal{E}$ — соответствующая контактная ЭДС.

5) Плотность тока эмиссии электронов в вакууме (формула Дешмана)

$$j = BT^2 e^{\frac{A}{kT}},$$

где B — эмиссионная постоянная; T — температура металла; A — работа выхода электрона из металла; k — постоянная Больцмана.

▲ **28-1.** Определите импульс электронов p , соответствующий силе тока $I = 400$ А в прямом проводе длиной $l = 10$ км.

■ **28-2.** Принимая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон, сделайте следующие расчеты для медного провода длиной 15 км, сечением 1 мм^2 , по которому идет ток при напряжении 7 В:

а) определите время, необходимое для перемещения свободного электрона от одного конца провода до другого;

б) найдите сумму электрических сил, действующих на все свободные электроны в проводе.

▲ **28-3.** Предполагая, что свободные электроны внутри вращающегося металлического тела перемещаются от оси вращения к периферии до тех пор, пока центробежная сила инерции не уравнивается электрической силой, определите разность потенциалов между центром и окружностью вращающегося металлического диска. Диаметр диска 5 см, частота вращения 1200 мин^{-1} .

■ **28-4.** Катушка содержит 590 витков медного провода диаметром 0,3 мм. Диаметр витков равен 14 см. Катушка может вращаться вокруг своей оси, причем ее

концы соединены с баллистическим гальванометром. Когда вращающаяся катушка резко тормозится, гальванометр дает отброс. Какой заряд пройдет по цепи при торможении катушки, если сопротивление гальванометра вместе с сопротивлением контактов и проводов равно 130 Ом? Частота вращения катушки 33 с^{-1} .

▲ **28-5.** Какой наибольший заряд протечет по цепи, состоящей из термопары медь — платина и некоторого резистора, при поглощении горячим контактом 4,185 Дж теплоты? Температура горячего контакта 100°C . Контактная ЭДС $\mathcal{E} = 0,76 \text{ мВ}$.

● **28-6.** Наэлектризованная пылинка может быть уравновешена в электрическом поле; между тем сила тяжести действует на все частицы пылинки, а электрическое поле — лишь на имеющиеся на ней избыточные электроны. Каким образом достигается равновесие пылинки?

▲ **28-7.** При приближении отрицательно заряженной палочки к накалированному волоску электрической лампочки волосок притягивается (рис. 28-1). Если же приблизить положительно заряженную палочку, то волосок остается без движения и притягивается лишь в момент удаления положительного заряда. Если накал лампы очень слабый, то волосок притягивается и к положительному, и к отрицательному зарядам. Если накал лампы достаточно сильный, то волосок остается в покое при приближении любого заряда.

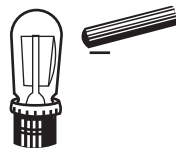


Рис. 28-1

Объясните эти явления, принимая во внимание явление термоэлектронной эмиссии, а также учитывая, что в колбе лампы имеется незначительное количество газа.

▲ **28-8.** Какова работа выхода из металла, если при повышении температуры нити накала, сделанной из этого металла, от 2000 до 2001 К сила тока насыщения в электронной лампе увеличивается на 1%?

▲ **28-9.** Определите силу тока насыщения в электронной лампе с вольфрамовым катодом, если длина и

диаметр нити накала соответственно равны 3 см и 0,1 мм; температура накала 2700 К; эмиссионная постоянная для вольфрама $B = 60,2 \text{ А}/(\text{см}^2 \cdot \text{К}^2)$.

▲ 28-10. Вольфрамовая нить, служащая катодом в электронной лампе, накаливается током 1,9 А до некоторой температуры. На сколько вольт надо повысить напряжение на этой нити, чтобы при анодном токе 0,1 А температура нити осталась такой же, как и при отсутствии анодного тока?

§ 29. Электрический ток в газах

1) Работа ионизации молекулы газа

$$A = \varphi e,$$

где φ — потенциал ионизации молекулы данного газа; e — элементарный заряд.

2) Скорости $\vec{v}$ и $\vec{u}$ положительных и отрицательных ионов в электрическом поле напряженностью $\vec{E}$ связаны с их подвижностями k_+ и k_- соотношениями:

$$\vec{v} = k_+ \vec{E}; \quad \vec{u} = k_- \vec{E}.$$

3) Плотность тока при концентрации ионов n (насыщение не имеет места)

$$\vec{j} = en(k_+ + k_-)\vec{E}.$$

4) Плотность тока насыщения между плоскими электродами, отстоящими друг от друга на расстоянии d ,

$$j = eNd,$$

где N — число пар ионов, образуемых ионизатором в единице объема газа за 1 с.

5) Число пар ионов, рекомбинирующих за 1 с в единице объема газа, свободного от пылинок,

$$\Delta n = \alpha n^2,$$

где α — коэффициент рекомбинации, n — концентрация ионов.

При наличии в газе частиц пыли, дыма и т. п. рекомбинация в значительной мере происходит на них. В

таком случае число пар ионов, рекомбинирующих за 1 с в единице объема, можно считать пропорциональным n :

$$\Delta n = \beta n.$$

6) Средняя продолжительность существования иона

$$\tau = \frac{n}{N}.$$

● **29-1.** При какой относительной скорости молекул кислорода может произойти при соударении однократная ионизация одной из них?

Указание. При решении этой и последующих задач следует принять во внимание, что ионизация происходит при неупругом ударе молекул.

▲ **29-2.** а) Молекула кислорода ионизируется ударом электрона. Какую ускоряющую разность потенциалов прошел электрон, вызвавший ионизацию, если его начальная скорость мала? Скорость ионизируемой молекулы перед ударом также считать малой.

б) Ответьте на тот же вопрос в случае ионизации молекулы ионом, масса которого вместе с «прилипшими» молекулами в $n = 4$ раза больше массы молекулы кислорода.

● **29-3.** На рисунке 29-1 изображена схема опыта по стеканию зарядов с острия. Против заряженного острия находится узкая полоска папиросной бумаги, верхний конец которой прикреплен к штативу, отведенному к земле. При медленном повышении напряжения между острием и землей полоска сначала притягивается к острию, затем при некотором определенном для данного острия напряжении резко отталкивается. Объясните эти явления.

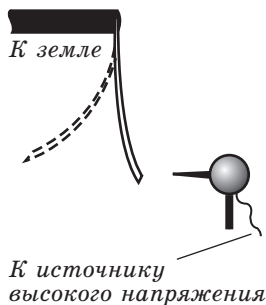


Рис. 29-1

▲ 29-4. Предположим, что два иона движутся в газе вокруг их общего центра масс, причем общая кинетическая энергия их движения равна средней энергии поступательного движения молекул окружающего газа. Чему равно расстояние r между ними при 0°C ?

● 29-5. Воздух, заключенный между двумя пластинами площадью 300 см^2 каждая, находящимися на расстоянии 2 см друг от друга, ионизируется рентгеновскими лучами. При напряжении 150 В , значительно меньшем, чем напряжение, дающее ток насыщения, между пластинами идет ток $4 \cdot 10^{-6}\text{ А}$. Определите концентрацию ионов между пластинами.

● 29-6. Концентрация ионов, обуславливающих проводимость атмосферного воздуха, в среднем равна 700 см^{-3} . Среднее значение напряженности электрического поля Земли равно 130 В/м . Вычислите плотность тока проводимости в атмосфере.

● 29-7. Воздух между двумя пластинами конденсатора ионизируется. Сила тока насыщения между ними равна $2 \cdot 10^{-10}\text{ А}$. Площадь каждой из пластин 100 см^2 , расстояние между ними $0,5\text{ см}$. Определите число пар ионов, образующихся за 1 с в 1 см^3 воздуха.

▲ 29-8. Ионы в газе рекомбинируют при столкновении друг с другом. Оцените, во сколько раз число столкновений ионов воздуха в единице объема за единицу времени вследствие их электрического взаимодействия больше, чем число столкновений незаряженных молекул при такой же концентрации. Температура воздуха 17°C , диаметр молекул воздуха принять равным $\sigma = 3 \cdot 10^{-10}\text{ м}$. Коэффициент рекомбинации $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-12}\text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$.

▲ 29-9. Число пар ионов, образующихся в 1 см^3 воздуха за 1 с , принимают равным над океанами вдали от суши около 1 (действие космического излучения), над сушей — в среднем около 8 (действие космических лучей и радиоактивных веществ в воздухе и почве). Воздух над океаном можно считать свободным от пыли; $\alpha =$

$= 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$. Воздух над сушей загрязнен пылью; $\beta = 0,01 \text{ с}^{-1}$.

а) Вычислите концентрацию ионов над океаном и над сушей.

б) На сколько за время своего существования переместятся в вертикальном направлении положительные и отрицательные ионы в воздухе над океаном и над сушей, если напряженность электрического поля Земли в обоих случаях равна 130 В/м ?

▲ **29-10.** Число пар ионов в 1 см^3 воздуха при ионизации рентгеновскими лучами $n_0 = 10^6 \text{ см}^{-3}$. Через какое время от момента прекращения действия ионизатора число пар ионов уменьшится до $n = 10^4 \text{ см}^{-3}$, если воздух:

а) чистый ($\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$)?

б) загрязнен пылью ($\beta = 10^{-2} \text{ с}^{-1}$)?

■ **29-11.** Газ между двумя плоскими электродами, расстояние между которыми d , ионизируется. Вблизи электродов рекомбинации не происходит, так как все образующиеся там ионы достигают электродов раньше, чем успевают рекомбинировать. Исходя из этого:

а) покажите, что формула $j = en(k_+ + k_-)\frac{U}{d}$ переходит в формулу для плотности тока насыщения $j = eNd$, как только будет достигнута такая скорость ионов, что рекомбинация не будет иметь места нигде в пространстве между электродами;

б) вычислите, при каком напряжении будет иметь место ток насыщения, если расстояние между электродами $d = 3 \text{ см}$ и если $N = 10^7 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. Воздух свободен от пыли ($\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$).

▲ **29-12.** В изогнутой трубке с высоким вакуумом (рис. 29-2) электроны летят от катода к аноду по траекториям, изогнутым по форме трубки. Как это объяснить?

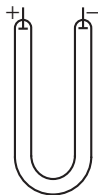


Рис. 29-2

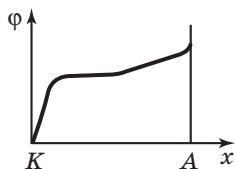


Рис. 29-3

● **29-13.** На рисунке 29-3 схематически представлено распределение $\varphi(x)$ потенциала вдоль длины x трубки, в которой происходит тлеющий разряд (K — катод, A — анод). В какой области между электродами напряженность поля наиболее велика? Где она равна нулю? Ука-

жите области, где имеются пространственные заряды.

▲ **29-14.** По вакуумированной трубке течет ток, и поток электронов ударяет в анод, передавая ему некоторый импульс. Означает ли это, что результирующая сила, действующая на анод, отлична от нуля?

▲ **29-15.** При движении электронов в вакуумной трубке они не встречают на своем пути атомов и молекул, следовательно, нельзя говорить о тепловом действии тока внутри трубки. Почему же не равно нулю напряжение между электродами трубки?

§ 30. Электрохимические процессы в электролитах

1) Закон Фарадея для массы m вещества, выделенного на электроде при прохождении заряда q через электролит:

$$m = \frac{A}{z} \frac{q}{F},$$

где A — атомная (или молекулярная) масса вещества; z — валентность; F — постоянная Фарадея.

2) Удельная проводимость электролита

$$g = ze n \alpha (k_+ + k_-),$$

где ze — заряд иона; n — концентрация молекул растворенного вещества; α — коэффициент диссоциации; k_+ и k_- — подвижности ионов.

3) Уравнение Гиббса—Гельмгольца (§ 18) в применении к разности потенциалов между электродом и электролитом или между двумя электродами, опущенными в электролит:

$$\mathcal{E} = \frac{H}{F_z} + T \frac{d\mathcal{E}}{dT},$$

где H — общая сумма количества теплоты, выделяющейся при реакции внутри элемента на 1 моль ионов.

● **30-1.** Двигутся ли ионы в электролитах по линиям напряженности электрического поля? Что имеют в виду, когда говорят, что линии тока в электролитах совпадают с линиями напряженности поля?

● **30-2.** Никелирование металлического изделия, площадь поверхности которого 120 см^2 , продолжалось 5 ч током 0,3 А. Валентность никеля $z = 2$. Определите толщину слоя никеля.

● **30-3.** Сколько цинка расходуется в элементе Даниеля за 20 мин работы при токе 0,5 А? Валентность цинка равна 2. Принять, что «выход» тока равен 100%.

● **30-4.** Какая масса воды разложится при электролизе раствора серной кислоты в течение $t = 10$ мин, если сила тока, протекающего через электролит, $I = 0,8$ А?

● **30-5.** Определите коэффициент диссоциации водного раствора хлористого калия (KCl) с концентрацией $c = 0,1 \text{ г/см}^3$. Удельное сопротивление такого раствора при 18°C равно $7,36 \text{ Ом} \cdot \text{см}$.

● **30-6.** Коэффициент диссоциации водного раствора, содержащего $0,064 \text{ г}$ азотной кислоты в 1 см^3 , равен $0,824$. Чему равна удельная электропроводность этого раствора при 18°C ?

▲ **30-7.** Определите диаметр шарика, который, имея тот же заряд, что и ион серебра, при наличии электрического поля движется в слабом водном растворе соли серебра с той же скоростью, что и ион серебра. Принять, что сопротивление среды при движении шарика определяется формулой Стокса (см. § 9) и что вязкость раствора такая же, как вязкость воды при 18°C .

▲ **30-8.** В воде растворено $1,5 \text{ г}$ кристаллов медного купороса ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$), причем получившийся раствор имеет объем 100 см^3 . В раствор опущены два медных электрода в виде прямоугольных пластин со сторонами 8 и 10 см. Напряжение между электродами равно 0,5 В, сила тока равна 0,56 А.

а) Какова общая сумма электрических сил, действующих на все ионы Cu^{2+} , находящиеся между электродами?

б) Какова сумма модулей скоростей упорядоченного движения ионов Cu^{2+} и SO_4^{-2} ? При расчете принять, что диссоциация растворенного вещества является полной.

● **30-9.** Определите молярную теплоту перехода в раствор ионов таллия. Разность потенциалов между таллием и раствором, содержащим 1 моль ионов таллия (Tl^+) в 1 л при температуре 25°C , равна $\mathcal{E} = -0,0576 \text{ В}$, а изменение этой разности потенциалов при изменении температуры равно $\frac{d\mathcal{E}}{dT} = -0,00121 \text{ В/К}$.

§ 31. Магнетизм

1) Магнитный момент прямой катушки (соленоида) с числом витков w , площадью витков S при силе тока I :

$$\vec{p} = wI\vec{S}$$

(вектор $\vec{S}$ связан с направлением тока соотношением правого винта).

2) Магнитный момент прямого магнита

$$\vec{p} = \vec{J}V,$$

где $\vec{J}$ — намагниченность (магнитный момент единицы объема вещества); V — объем магнита.

3) Для катушки с сердечником (дросселя) магнитный момент

$$\vec{p} = wI\vec{S} + \vec{J}V.$$

4) Вращающий момент, действующий на катушку (или на магнит) с магнитным моментом $\vec{p}$, находящуюся в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$,

$$\vec{M} = [\vec{p}, \vec{B}].$$

5) Напряженность магнитного поля, создаваемого элементом $d\vec{l}$ провода, по которому идет ток I , в точке, находящейся на расстоянии $\vec{r}$ от этого элемента:

$$d\vec{H} = \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3}.$$

6) Напряженность магнитного поля, создаваемого током I , текущей в конечном отрезке l прямого провода, в точке N , отстоящей на расстоянии a от отрезка (рис. 31-1):

$$H = \frac{1}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

В случае очень длинного отрезка прямого провода для точек, близких к его середине, выражение в скобках мало отличается от 2. В этом случае можно принять

$$H = \frac{I}{2\pi a}.$$

7) Напряженность магнитного поля в центре дуги окружности длиной L

$$H = \frac{IL}{4\pi R^2},$$

где R — радиус окружности. Если дуга охватывает полную окружность, то

$$H = \frac{I}{2R}.$$

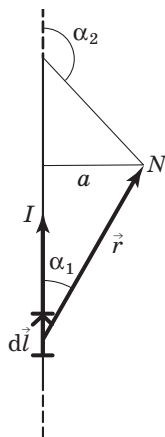


Рис. 31-1

8) Напряженность магнитного поля внутри длинной прямой катушки (соленоида) длиной l с числом витков w в точках, близких к ее середине,

$$H = \frac{wI}{l}.$$

9) Напряженность магнитного поля внутри тороида (кольцевого соленоида) на расстоянии R от его оси (рис. 31-2)

$$H = \frac{wI}{2\pi R}.$$

10) Циркуляция напряженности магнитного поля по замкнутому контуру, охватывающему токи $I_1, I_2, \dots, I_n$:

$$\oint (\vec{H}, d\vec{l}) = I_1 + I_2 + \dots + I_n,$$

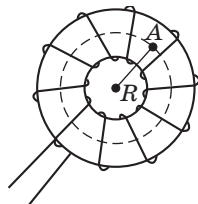


Рис. 31-2

11) Напряженность магнитного поля в магнетике

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J},$$

где μ_0 — магнитная постоянная.

В диа- и парамагнетиках

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

где χ — магнитная восприимчивость данного вещества, зависящая от температуры (для парамагнетиков $\chi > 0$, для диамагнетиков $\chi < 0$).

Связь между $\vec{B}$ и $\vec{H}$ можно представить в виде:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

где $\mu = 1 + \chi$ — магнитная проницаемость.

В случае ферромагнетиков зависимость B от H имеет вид, графически представленный на рисунке 31-3. По значениям B и H можно определить намагниченность и магнитную проницаемость, которые зависят от напряженности поля.

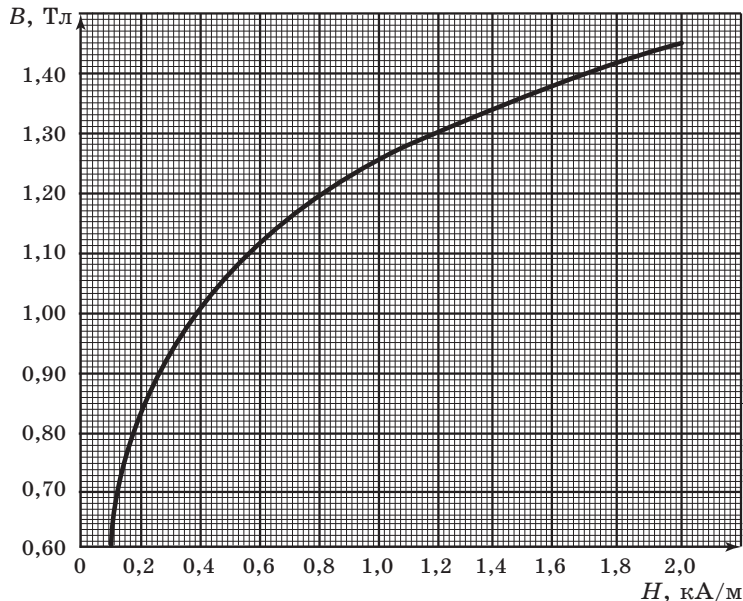


Рис. 31-3

12) Сила, действующая на элемент тока $I d\vec{l}$ в магнитном поле (сила Ампера),

$$\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}].$$

13) Сила, действующая на заряд q , движущийся со скоростью $\vec{v}$ в магнитном поле (сила Лоренца),

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

14) Сила, действующая в неоднородном магнитном поле на короткий соленоид (или магнит), ось которого расположена вдоль поля:

$$\vec{F} = -p \frac{d\vec{B}}{dl},$$

где $\frac{d\vec{B}}{dl}$ — производная вектора $\vec{B}$ по направлению магнитного диполя.

15) Сила, действующая на отрезок l одного из двух длинных параллельных проводов, находящихся на расстоянии b друг от друга, по которым текут токи I_1 и I_2 :

$$F = \frac{\mu_0 \mu l I_1 I_2}{2\pi b}.$$

16) Магнитный поток, пронизывающий плоскую поверхность площадью S :

$$\Phi = BS \cos(B, S).$$

17) Магнитный поток в сердечнике с различными магнитными проницаемостями и различными сечениями на разных участках магнитной цепи:

$$\Phi = \frac{wI}{\sum \frac{l}{\mu_0 \mu S}}.$$

18) В случае, если длина катушки значительно больше ее диаметра, магнитный поток

$$\Phi = \frac{wI \mu_0 \mu S}{l} = \frac{\mu_0 p}{l}.$$

19) Подъемная сила магнита

$$F = \frac{B^2 S}{2\mu_0},$$

где S — площадь сечения магнита.

● **31-1.** Ось прямой катушки, имеющей 400 витков диаметром 4 см, расположена горизонтально в плоскости магнитного меридиана. По катушке идет ток 6 А. Определите действующий на нее вращающий момент, если напряженность магнитного поля Земли равна 40 А/м, а угол наклона равен 70° .

● **31-2.** На рисунках 31-4, $a—г$ схематически изображены соленоиды одинаковой длины l , но различной формы, у которых общее число витков, их площадь, а также сила тока, протекающего через них, одинаковы и соответственно равны: $w = 3000$; $S = 10 \text{ см}^2$; $I = 2 \text{ А}$. Определите магнитные моменты соленоидов, пренебрегая магнитными потоками, перпендикулярными плоскости чертежа.

▲ **31-3.** На рисунке 31-5 изображена двойная спираль, служащая в некоторых типах ламп нитью накала.

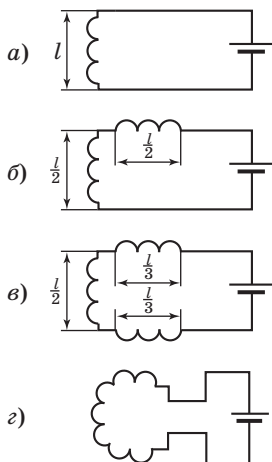


Рис. 31-4



Рис. 31-5

Общее число больших витков w_1 , малых — w_2 ; площадь больших витков S_1 , малых — S_2 . По спирали идет ток I . Определите магнитный момент двойной спирали.

▲ 31-4. Период небольших колебаний маленькой магнитной стрелки вокруг вертикальной оси в магнитном поле Земли равен 0,7 с. Период колебаний той же стрелки, помещенной внутри соленоида, по которому идет ток, равен 0,1 с. Затухание колебаний в обоих случаях невелико. Горизонтальная составляющая магнитного поля Земли равна 14,3 А/м. Определите напряженность магнитного поля внутри соленоида.

● 31-5. Намагниченная спица подвешена на нити в горизонтальном положении и колеблется под действием магнитного поля Земли. Крутильный момент нити ничтожно мал. Как изменится период колебаний, если спицу разломать пополам и подвесить половинку?

▲ 31-6. а) До замыкания ключа K в цепи (рис. 31-6) момент импульса электронов в цепи равен нулю. После замыкания ключа K по цепи идет ток и момент импульса электронов отличен от нуля. Нарушается ли этим закон сохранения момента импульса?

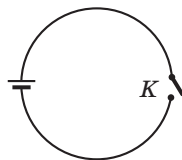


Рис. 31-6

б) Чему равен суммарный момент электронов в этой цепи, если магнитный момент $p = 5 \text{ А} \cdot \text{м}^2$?

● 31-7. Железные опилки, насыпанные на горизонтально расположенный картон, сквозь который вертикально протянут провод с током, при постукивании по картону стягиваются по направлению к проводу; при этом они движутся в направлении, перпендикулярном линиям индукции магнитного поля тока. Почему это происходит?

▲ 31-8. По трем длинным прямым проводам, расположенным в одной плоскости параллельно друг другу на расстоянии 3 см, текут токи $I_1 = I_2$ и $I_3 = -(I_1 + I_2)$. Определите положение прямой, в которой напряженность магнитного поля, создаваемого токами, равна нулю.

● **31-9.** По длинному вертикальному проводу сверху вниз течет ток 4 А. Укажите точку вблизи середины провода, в которой поле, получающееся от сложения магнитных полей Земли и тока, имеет вертикальное направление. Горизонтальную составляющую магнитного поля Земли принять равной 16 А/м.

● **31-10.** По длинному проводу, протянутому перпендикулярно плоскости магнитного меридиана в направлении на запад, идет ток 15 А. Напряженность магнитного поля Земли в данном месте равна 40 А/м, а угол наклона составляет 70° .

а) Укажите точку вблизи середины провода, в которой напряженность результирующего магнитного поля равна нулю.

б) Каковы напряженности результирующего магнитного поля на 5 см выше и ниже провода?

▲ **31-11.** По двум длинным проводам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии 5 см, текут в одном направлении токи 5 и 10 А. Определите напряженность магнитного поля в точке, отстоящей на 2 см от первого из проводов и на 5 см от второго.

● **31-12.** По длинному проводу, согнутому под прямым углом, течет ток $I = 20$ А. Определите напряженность магнитного поля в точке, лежащей на продолжении одной из сторон угла на расстоянии $r = 2$ см от вершины.

▲ **31-13.** Ток $I = 30$ А течет по длинному проводу, согнутому под углом $\alpha = 60^\circ$ (рис. 31-7). Определите напряженность магнитного поля в точке А, находящейся на биссектрисе угла на расстоянии $a = 5$ см от его вершины.

▲ **31-14.** Определите напряженность магнитного поля, создаваемого током $I = 6$ А, текущим по проводу, согнутому в виде прямоугольника со сторонами $a = 16$ см и $b = 30$ см, в его центре.

▲ **31-15.** Определите напряженность магнитного поля, создаваемого током $I = 5$ А, текущим по проводу, согнутому в виде правильного треугольника со стороной $a =$

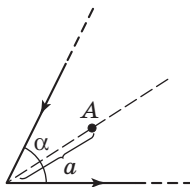


Рис. 31-7

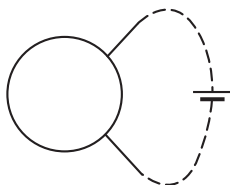


Рис. 31-8

= 30 см, в вершине правильного тетраэдра, для которого этот треугольник служит основанием.

▲ **31-16.** По проводу, согнутому в виде кольца радиусом $R = 11$ см, течет ток $I = 14$ А. Найдите напряженность магнитного поля: а) в центре кольца; б) в точке, лежащей на перпендикуляре к плоскости кольца, восставленном из его центра, на расстоянии $a = 10$ см от центра.

● **31-17.** К двум точкам проволочного кольца подведены идущие радиально провода, соединенные с удаленным источником тока (рис. 31-8). Чему равна напряженность магнитного поля в центре кольца?

▲ **31-18.** По длинному прямому соленоиду, имеющему 35 витков на 1 см длины, течет ток 2 А. Определите напряженность магнитного поля: а) внутри соленоида вблизи его середины; б) в центре одного из его оснований.

▲ **31-19.** Диаметр витков соленоида в $n = 4$ раза больше длины его оси. Число витков на единицу длины $w_1 = 200 \text{ см}^{-1}$. По виткам соленоида течет ток $I = 0,1$ А. Определите напряженность магнитного поля: а) в середине оси соленоида; б) в центре одного из его оснований.

● **31-20.** Определите напряженность магнитного поля, создаваемого в воздухе соленоидом с током, имеющим магнитный момент $p = 7,5 \cdot 10^{-8} \text{ А} \cdot \text{м}^2$, в точке на оси соленоида, отстоящей от соленоида на расстоянии $a = 50$ см, значительно по сравнению с диаметром соленоида и его длиной.

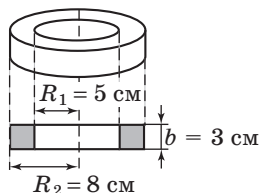


Рис. 31-9

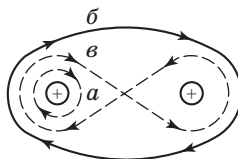


Рис. 31-10

▲ **31-21.** Кольцевой соленоид с деревянным сердечником в виде кольца прямоугольного сечения, размеры которого показаны на рисунке 31-9, имеет $w = 500$ витков. Определите магнитный поток, если сила тока в обмотке $I = 2,5$ А.

● **31-22.** Циркуляция напряженности магнитного поля по замкнутым кривым на поверхности Земли (например, по широтным кругам) отлична от нуля. Какой вывод следует сделать из этого наблюдения для области, в которой циркуляция по контуру при обходе его по часовой стрелке положительна?

● **31-23.** Определите циркуляцию напряженности магнитного поля для контуров, изображенных на рисунке 31-10, если в обоих проводах идут токи 8 А.

▲ **31-24.** Ток идет по полой металлической трубе. Покажите, что: а) напряженность магнитного поля внутри трубы равна нулю; б) напряженность магнитного поля вне трубы такая же, как напряженность поля, созданного током, текущим по тонкому проводу, совпадающему с осью трубы.

■ **31-25.** Какова структура магнитного поля: а) в случае, описанном в задаче 27-16; б) в случае, описанном в задаче 25-6?

▲ **31-26.** Ток $I = 20$ А идет по полой тонкостенной трубе радиусом $R_2 = 5$ см и обратно — по сплошному проводнику радиусом $R_1 = 1$ мм, проложенному по оси трубы. Длина трубы $l = 20$ м. Чему равен магнитный поток такой системы? Магнитным полем внутри металла пренебречь.

▲ **31-27.** По медному проводу, сечение которого является кругом радиусом $R = 2$ см, течет ток $I = 500$ А.

а) Определите напряженность магнитного поля внутри провода в точке, отстоящей на расстоянии $r = 0,5$ см от оси провода.

б) Определите магнитный поток внутри провода, если его длина $l = 3$ м. (Имеется в виду поток, пронизывающий одну из половин осевого сечения провода.)

■ **31-28.** Внутри длинного круглого металлического цилиндра, вдоль которого идет ток плотностью j , имеется цилиндрическая полость, ось которой отстоит от оси цилиндра на расстоянии d (рис. 31-11). Определите напряженность магнитного поля внутри полости.

▲ **31-29.** Длинный прямой соленоид с густотой витков 10 см^{-1} расположен вертикально. По его виткам течет ток 5 А. Определите: а) напряженность магнитного поля внутри соленоида вблизи его середины; б) горизонтальную составляющую магнитного поля тока вне соленоида на расстоянии 4 см от его оси; в) как расположены линии напряженности магнитного поля внутри и вне соленоида и являются ли они замкнутыми.

▲ **31-30.** Медный провод сечением $S = 2 \text{ мм}^2$, согнутый в виде трех сторон квадрата, может вращаться, как показано на рисунке 31-12, вокруг горизонтальной оси OO . Провод находится в однородном магнитном поле, направленном вертикально. Когда по проводу идет ток $I = 10$ А, провод отклоняется от положения равновесия на угол $\alpha = 15^\circ$. Определите индукцию магнитного поля.

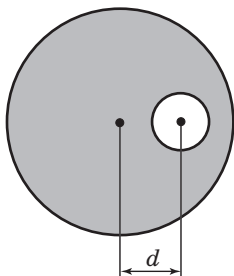


Рис. 31-11

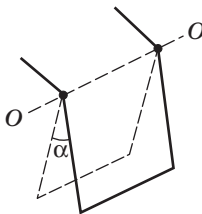


Рис. 31-12

▲ **31-31.** По кольцу диаметром $d = 10$ см из свинцовой проволоки площадью сечения $S = 0,7 \text{ мм}^2$ идет ток $I = 7$ А, при этом температура проволоки повышается до температуры, близкой к плавлению. Прочность свинца на разрыв при этой температуре равна $p_0 = 2 \text{ Н/мм}^2$. Разорвется ли такое кольцо, если поместить его в магнитное поле, индукция которого $B = 1 \text{ Тл}$ (плоскость кольца перпендикулярна вектору $\vec{B}$ поля)?

● **31-32.** Шины электростанции представляют собой параллельные медные полосы длиной 3 м, находящиеся на расстоянии 50 см друг от друга. В случае короткого замыкания по ним может пойти ток 10 000 А. С какой силой взаимодействуют при этом шины?

■ **31-33.** По двум круглым проводам, оси которых параллельны, а радиусы сечений сравнимы с расстоянием между осями, текут токи, плотности которых по всему сечению неизменны. Покажите, что сила взаимодействия таких проводов выражается по формуле пункта 15) введения, причем b означает расстояние между осями проводов.

■ **31-34.** В Международной системе единиц (СИ) приводится такое определение единицы силы тока — ампера: «Ампер есть сила неизменяющегося тока, который, будучи поддерживаем в двух параллельных прямолинейных проводниках бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенных на расстоянии 1 метра один от другого в пустоте, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ единиц силы системы СИ на 1 метр длины». Зачем в определение внесено указание, что проводники должны быть «бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения»?

▲ **31-35.** Две катушки, магнитные моменты которых равны $p_1 = 0,08 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ и $p_2 = 0,12 \text{ А} \cdot \text{м}^2$, расположены так, что их оси находятся на одной прямой. Расстояние между ними $R = 1$ м велико по сравнению с диаметрами и длинами катушек. Определите силу их взаимодействия.

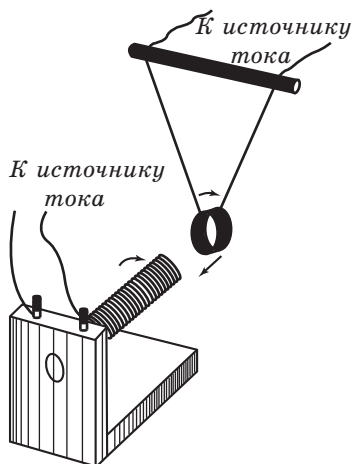


Рис. 31-13

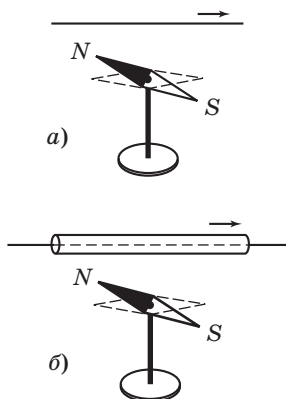


Рис. 31-14

▲ **31-36.** На рисунке 31-13 изображена схема демонстрационного опыта по взаимодействию токов. Если направления магнитных полей внутри катушек совпадают, то катушка большего диаметра надевается на катушку, имеющую меньший диаметр. Для опыта берутся катушки, диаметры которых отличаются лишь немного, а катушка с меньшим диаметром значительно длиннее другой.

Как будет проходить опыт, если диаметр подвижной катушки в несколько раз больше диаметра неподвижной катушки?

● **31-37.** На рисунке 31-14, а изображена схема известного из курса школьной физики опыта Эрстеда. Как изменится угол, на который отклоняется при включении тока магнитная стрелка, если, не изменяя силы тока и расстояния провода от стрелки: а) взять стрелку такого же размера, но намагниченную более сильно? б) взять стрелку более длинную? окружить провод железной трубой (рис. 31-14, б)? Пренебречь взаимодействием стрелки с индуцированным в трубе продольным намагничиванием.

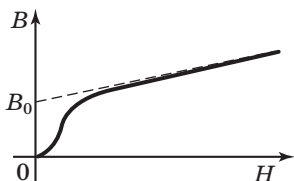


Рис. 31-15

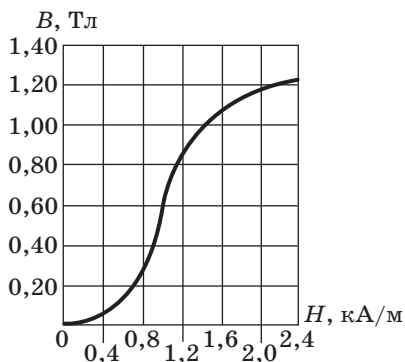


Рис. 31-16

● **31-38.** Кривая намагничивания железа асимптотически приближается к прямой (рис. 31-15). Что означает величина OB_0 ?

● **31-39.** Как определить по графику зависимости B от H (рис. 31-16) значения B и H , соответствующие максимуму магнитной проницаемости μ ?

● **31-40.** Определите коэрцитивную силу в материале постоянного магнита длиной 15 см, если поле вне магнита исчезает при наличии тока 2 А в обмотке в 300 витков, навитой на магнит.

▲ **31-41.** На железном кольце (тороиде) имеется обмотка, содержащая 1000 витков, по которой идет ток 1 А. Определите напряженность и индукцию магнитного поля внутри тороида на расстоянии от центра тороида: а) 10 см; б) 12,5 см.

▲ **31-42.** Средний диаметр железного кольца равен 15 см, площадь сечения кольца 7 см^2 . На кольцо навито 500 витков провода. Принимая, что магнитное поле внутри кольца, имеющее место при наличии тока в обмотке, является однородным, определите:

а) магнитный поток в сердечнике при токе 0,6 А;

б) при какой силе тока магнитный поток в кольце равен $8,4 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$.

▲ **31-43.** Средняя длина окружности железного кольца $l = 61$ см. В нем сделан прорез шириной $l_1 = 1$ см (рис. 31-17). На кольце имеется обмотка, содержащая $w = 1000$ витков. Когда по обмотке идет ток $I = 1,5$ А, индукция магнитного поля в прорезе $B = 0,18$ Тл. Определите магнитную проницаемость μ железа при этих условиях, приняв, что площадь сечения магнитного потока в прорезе в $k = 1,1$ раза больше площади сечения кольца.

▲ **31-44.** Два одинаковых железных кольца диаметром $d = 10$ см имеют обмотки по $w = 100$ витков каждая. В одном из колец сделали поперечный прорез шириной $d_1 = 1$ мм. По обмотке сплошного кольца идет ток $I_1 = 2$ А. Какой ток I_2 надо пустить по обмотке кольца с прорезом, чтобы создать в нем такое же магнитное поле, как в сплошном кольце? Считать площади сечения магнитного потока в воздухе и в железе одинаковыми.

▲ **31-45.** Общая длина линий индукции в электромагните равна 36 см, а толщина каждого из воздушных зазоров 0,2 мм (рис. 31-18). Площадь сечения магнитного потока всюду равна 2 см^2 . Обмотка электромагнита имеет 294 витка. При токе 3 А подъемная сила магнита равна 160 Н. Определите при этих условиях: а) индукцию; б) магнитную проницаемость железа.

● **31-46.** Какой из электромагнитов, изображенных на рисунке 31-19, имеет бóльшую подъемную силу, если используемые магнитные потоки в обоих случаях одинаковы?

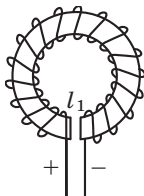


Рис. 31-17

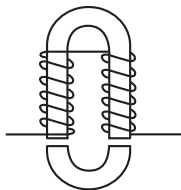


Рис. 31-18

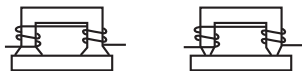


Рис. 31-19

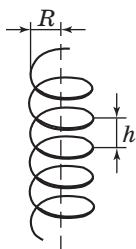


Рис. 31-20

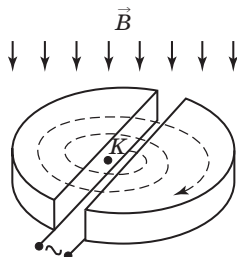


Рис. 31-21

● **31-47.** Объясните следующий опыт. Имеется намагниченная стальная спица, у концов которой удерживаются приложенные к ним небольшие одинаковые гвозди. Если один из концов спицы накалил добела (примерно до середины) и затем охладить, то подвергшийся нагреванию конец не удерживает гвоздя, в то время как другой конец удерживает.

● **31-48.** Траектория пучка электронов, движущихся в вакууме в магнитном поле с индукцией $B = 7$ мТл, — дуга окружности радиусом 3 см. Определите скорость и энергию электронов.

▲ **31-49.** Электрон движется в магнитном поле, индукция которого $B = 2$ мТл, по винтовой линии радиусом $R = 2$ см и шагом $h = 5$ см (рис. 31-20). Определите скорость электрона.

▲ **31-50.** Однородное электрическое ($E = 3$ В/см) и магнитное ($B = 0,1$ мТл) поля направлены взаимно перпендикулярно. Каковы должны быть модуль скорости электрона и ее направление, чтобы его траектория была прямолинейна?

▲ **31-51.** Определите нормальное и тангенциальное ускорения электрона, движущегося в совпадающих по направлению электрическом и магнитном полях, в двух случаях: а) скорость электрона v направлена вдоль полей; б) скорость электрона v направлена перпендикулярно к ним.

■ **31-52.** Одним из приборов, служащих для получения быстро движущихся заряженных частиц, является

циклотрон, представляющий собой низкую цилиндрическую металлическую коробку (рис. 31-21), разрезанную на две половины (дуанты). Дуанты помещены в вакуум. Между ними создается электрическое поле, причем через некоторые промежутки времени направление этого поля меняется. Вблизи центра одного из дуантов имеется источник ионов K . Дуанты находятся в однородном магнитном поле B , направление которого показано на рисунке стрелками.

Ион, попавший в разрез между дуантами, вследствие действия электрического поля движется с ускорением. Затем внутри дуанта он движется под действием магнитного поля по дуге окружности и вновь подлетает к разрезу между дуантами. Промежуток времени, по истечении которого напряжение между дуантами меняет свой знак, подбирается так, чтобы ион успел описать внутри дуанта полуокружность. Таким образом, при каждом переходе иона из одного дуанта в другой скорость его увеличивается, и ион описывает внутри дуантов полуокружности все большего диаметра.

а) Докажите, что промежутки времени, через которые надо менять направление электрического поля между дуантами, не зависят от радиуса полуокружности, по которой движется ион, а потому должны оставаться неизменными в течение всего времени движения иона.

б) Определите индукцию магнитного поля, которая требуется для сообщения протону энергии $W = 4$ МэВ, если максимальный радиус полуокружности внутри дуанта $R = 60$ см.

в) Определите промежуток времени, в течение которого протон достигает указанной энергии. Его начальная скорость мала. В моменты перехода протона из одного дуанта в другой напряжение между ними $U = 20\,000$ В. Промежуток между дуантами $d = 1$ см. Принять, что поле между дуантами однородно.

▲ 31-53. Какая сила действует на витки длинной круглой катушки с током, если они намотаны под углом 45° к образующей цилиндра?

§ 32. Работа при перемещении проводника с током в магнитном поле. Электромагнитная индукция

1) Работа силы Ампера при перемещении проводника, по которому идет ток I ,

$$\Delta A = I \Delta \Phi,$$

где $\Delta \Phi$ — изменение магнитного потока через контур, по которому идет ток.

2) ЭДС индукции в контуре, пронизываемом потоком Φ ,

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

3) ЭДС индукции в проводнике длиной Δl , движущемся в магнитном поле со скоростью v ,

$$\mathcal{E} = B \Delta l v \sin(\vec{B}, \vec{v}).$$

Направления $\vec{v}$ и $\vec{\Delta l}$ взаимно перпендикулярны.

4) Заряд, протекший через контур сопротивлением R при изменении пронизывающего его потока на $\Delta \Phi$:

$$q = -\frac{\Delta \Phi}{R}.$$

5) Индуктивность соленоида с числом витков w

$$L = \frac{\Phi}{I}.$$

Здесь $\Phi = \Phi_1 w$, где Φ_1 — магнитный поток, пронизывающий 1 виток.

6) Индуктивность прямого соленоида

$$L = k \frac{w^2 \mu \mu_0 S}{l},$$

где l — длина соленоида; S — площадь, ограничиваемая каждым витком соленоида (ее можно приближенно считать равной площади сечения сердечника соленоида); w — число витков; μ — магнитная проницаемость среды (под μ можно подразумевать магнитную проницаемость

сердечника, находящегося внутри соленоида); k — безразмерный множитель, значение которого зависит от отношения диаметра соленоида к его длине (см. задачу 32-24). Если длина соленоида значительно больше диаметра витков, можно принимать k равным единице. В случае кольцевого соленоида, диаметр которого значительно больше диаметра витков, для расчета индуктивности можно применять ту же формулу, подразумевая под l среднюю длину магнитных силовых линий внутри соленоида.

7) Если в цепь включены две катушки, индуктивности которых равны L_1 и L_2 , а взаимная индуктивность равна M , то общая индуктивность системы равна

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M.$$

Знак $+$ перед последним слагаемым ставится в том случае, если магнитные поля в катушках усиливают друг друга.

8) Сила тока в цепи, содержащей источник постоянной ЭДС, резистор сопротивлением R и катушку индуктивности L , через время t после замыкания цепи равна

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right).$$

9) Плотность энергии магнитного поля

$$w_0 = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

10) Энергия магнитного поля тока

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

● 32-1. Ось катушки диаметром 10 см, имеющей 1000 витков, расположена горизонтально по магнитному меридиану Земли. По катушке идет ток 0,5 А. Горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля Земли 16 А/м. Какую работу надо произвести, чтобы повернуть катушку на 180° ?

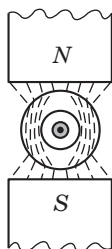


Рис. 32-1

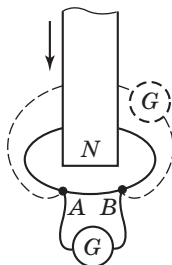


Рис. 32-2

● **32-2.** Медный провод заключен в железную оболочку, как показано на рисунке 32-1, поэтому магнитное поле в полости железной оболочки слабее наружного. Как это влияет на электродвижущую силу индукции: а) при движении проводника вместе с железной оболочкой в магнитном поле? б) во время усиления или ослабления магнитного поля при неподвижном проводнике?

● **32-3.** В катушку, замкнутую на гальванометр, вдвигают магнит, и стрелка гальванометра дает отброс. Затем гальванометр заменяют реостатом, сопротивление которого равно сопротивлению гальванометра, и снова с той же скоростью вдвигают магнит. Одинаковы ли индукционные токи в этих случаях?

● **32-4.** Внутри короткозамкнутой катушки вставлена другая, по которой идет ток от аккумулятора. Во вторую катушку вдвигают железный сердечник, вследствие чего в первой катушке индуцируется ток, и она нагревается. За счет какой работы производится нагревание?

● **32-5.** В короткозамкнутую катушку один раз быстро, другой медленно вдвигают магнит. а) Одинаковые ли заряды индуцируются в катушке в первый и второй раз? б) Одинаковую ли работу против электромагнитных сил производит сила руки, вдвигающей магнит?

▲ **32-6.** Магнит вдвигают в металлическое кольцо, возбуждая в нем индукционный ток. а) Чему равна разность потенциалов между двумя точками на кольце?

б) Что покажет гальванометр, присоединенный одними и теми же проводами к точкам A и B кольца так, как показано на рисунке 32-2 сплошной линией, и так, как показано пунктиром?

● **32-7.** В переменном однородном магнитном поле находится сетка, описанная в задаче 26-2 (без подводящих проводов). Что можно сказать про индукционные токи в проводниках, из которых состоит сетка?

● **32-8.** Какие явления происходят в кольце, если в него вдвигают магнит? Рассмотрите случаи: а) кольцо сделано из диэлектрика; б) кольцо сделано из сверхпроводника.

● **32-9.** Горизонтальный металлический стержень вращается вокруг вертикальной оси, проходящей на расстоянии, равном $\frac{1}{3}$ его длины, с частотой $n = 2 \text{ с}^{-1}$.

Длина стержня $l = 60 \text{ см}$. Определите разность потенциалов между концами стержня, если вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли $H = 40 \text{ А/м}$.

▲ **32-10.** При вращении металлического тела электроны удаляются от оси вращения и в нем создается электрическое поле. С какой частотой должен вращаться вокруг вертикальной оси металлический диск, чтобы электрическое поле в нем отсутствовало? Вертикальную составляющую напряженности магнитного поля Земли принять равной 40 А/м .

■ **32-11.** Проволочное кольцо радиусом $R = 10 \text{ см}$ находится в постоянном однородном магнитном поле ($B = 0,01 \text{ Тл}$), перпендикулярном плоскости кольца. Центр кольца O соединен с точками A и B кольца двумя прямыми проволочками (рис. 32-3). Одна из проволочек (OA) неподвижна, другая (OB) вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 4 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$, вследствие чего и по прямым проволочкам, и по кольцу идут индукционные токи. Сопротивление проволочки длиной 1 см равно $\gamma = 10^{-2} \text{ Ом}$. Магнитные поля индукционных токов малы по сравнению с внешним магнитным полем. Определите

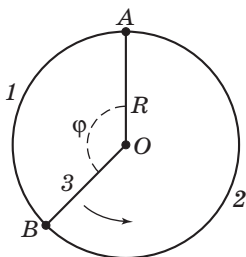


Рис. 32-3

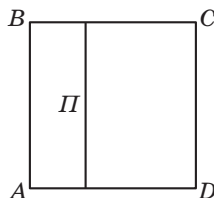


Рис. 32-4

силы токов в прямых проволочках и в дугах кольца при следующих положениях: а) $\varphi = 0$; б) $\varphi = \pi$; в) $\varphi = 2\pi$.

▲ **32-12.** В катушке без железного сердечника, имеющей 1000 витков, диаметр сечения 10 см и длину 50 см, сила тока равномерно увеличивается на 0,1 А за 1 с (с помощью реостата). На катушку надето кольцо из медной проволоки площадью сечения 2 мм^2 . Считая, что магнитные потоки, пронизывающие катушку и кольцо, в любой момент равны между собой, найдите силу тока в кольце.

■ **32-13.** Проволочный каркас в виде квадрата $ABCD$ с перекладиной P , сделанной из той же проволоки (рис. 32-4), находится в однородном переменном магнитном поле, вследствие чего по проволокам идут индукционные токи. Магнитные поля индукционных токов малы по сравнению с изменениями внешнего магнитного поля. Определите, в каком случае индукционные токи выделяют большее количество теплоты: а) перекладина находится на середине квадрата; б) перекладина сдвинута к одной из сторон квадрата; в) перекладина делит площадь квадрата на части в отношении 1 : 3.

▲ **32-14.** Постоянный магнит длиной 20 см, магнитный момент которого равен $6 \text{ А} \cdot \text{м}^2$, вдвигают в катушку, диаметр основания которой равен 5 см, имеющую обмотку из медной проволоки сечением $0,5 \text{ мм}^2$. Какой заряд проходит по обмотке катушки при вдвигании в нее магнита?

▲ **32-15.** На деревянный цилиндр, длина которого $l = 20$ см значительно больше его диаметра, навиты две медные обмотки равным сечениями $S = 2 \text{ мм}^2$. Одна из обмоток замкнута накоротко. Какой заряд индуцируется в ней, если другую обмотку присоединить к аккумулятору с ЭДС $\mathcal{E} = 2 \text{ В}$ и с очень малым внутренним сопротивлением?

▲ **32-16.** Медный обруч массой $m = 5 \text{ кг}$ расположен в плоскости магнитного меридиана Земли. Какой заряд индуцируется в нем, если его повернуть вокруг вертикальной оси на 90° ? Горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B_r = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$.

● **32-17.** Каков магнитный поток, создаваемый катушкой из 1000 витков, имеющей индуктивность 5 Гн , если по катушке течет ток $0,6 \text{ А}$?

● **32-18.** Когда по катушке идет ток, то она вследствие взаимодействия витков с током стремится изменить свои продольный и поперечный размеры. Как изменяется индуктивность катушки при изменении ее размеров?

● **32-19.** Почему индуктивность катушки сильно зависит от магнитных свойств сердечника, находящегося внутри катушки, и мало зависит от магнитных свойств тел, окружающих катушку?

● **32-20.** Сколько витков проволоки надо намотать на картонный цилиндр длиной $l = 60 \text{ см}$ и диаметром $d = 5 \text{ см}$ и чтобы получить катушку, индуктивность которой $L = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$? Множитель k (см. введение, п. 6) принять равным 1.

▲ **32-21.** На круглом деревянном цилиндре имеется обмотка из медной проволоки, масса которой $m = 50 \text{ г}$. Расстояние между крайними витками ($l = 60 \text{ см}$) много больше диаметра цилиндра. Сопротивление обмотки $R = 30 \text{ Ом}$. Какова ее индуктивность?

● **32-22.** а) Две катушки с индуктивностями $L_1 = 5 \text{ мГн}$ и $L_2 = 3 \text{ мГн}$ включены последовательно и расположены так, что их магнитные поля взаимно усиливают друг друга. Индуктивность этой системы оказалась равной $L = 11 \text{ мГн}$. Чему равна взаимная индуктивность катушек?

б) Какова будет индуктивность системы катушек, если, не меняя расположения катушек, переменить направление тока в одной из них на обратное?

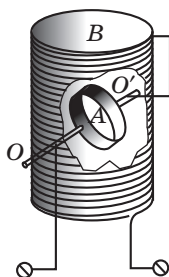


Рис. 32-5

● **32-23.** Катушка A находится внутри катушки B большего размера и может вращаться вокруг оси OO' , перпендикулярной осям обеих катушек (рис. 32-5). При каком расположении катушек индуктивность двух последовательно соединенных катушек: а) наибольшая; б) наименьшая; в) равна сумме индуктивностей отдельных катушек?

● **32-24.** Коэффициент k в формуле для вычисления индуктивности катушки диаметром d и длиной l (см. введение, п. 6) для однослойной катушки имеет значения, указанные в таблице:

d/l	0,00	0,02	0,1	0,2	0,33	0,5	1	2	5	10	100
k	1,00	0,992	0,959	0,920	0,872	0,818	0,688	0,526	0,320	0,203	0,035

Какова причина того, что у длинных катушек коэффициент k больше, чем у коротких того же диаметра?

▲ **32-25.** Пользуясь таблицей, приведенной в задаче 32-24, определите индуктивность: а) катушки, представляющей собой деревянный сердечник длиной 10 см и диаметром 5 см с намотанной на него плотно прилегающими друг к другу витками проволокой. Диаметр проволоки вместе с изоляцией равен 0,5 мм; б) кольца диаметром 10 см, сделанного из проволоки диаметром 1 мм.

▲ **32-26.** а) Пользуясь таблицей, приведенной в задаче 32-24, определите взаимоиндуктивность двух одинаковых катушек, диаметр которых равен их длине, сложенных вплотную и соединенных последовательно так, что их магнитные потоки складываются. Индуктивность каждой из катушек равна 10 мГн.

б) Какова взаимоиндуктивность тех же катушек, если они раздвинуты на расстояние, равное их длине?

▲ 32-27. а) Определите индуктивность катушки с замкнутой магнитной цепью (кольцевой соленоид) при следующих данных: число витков $w = 1000$; площадь сечения магнитопровода $S = 25 \text{ см}^2$; средний диаметр кольца $d = 20 \text{ см}$; сила тока $I = 1 \text{ А}$. Магнитные свойства железа выражены кривой, приведенной на рисунке 31-3.

б) Ответьте на тот же вопрос, если сила тока $I_1 = 0,1 \text{ А}$.

▲ 32-28. Каково различие зависимостей индуктивности от силы тока у кольцевых соленоидов с железными сердечниками в виде полых цилиндров, сечения которых изображены на рисунке 32-6?

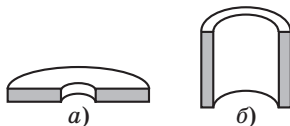


Рис. 32-6

▲ 32-29. Сердечник соленоида представляет собой кольцо, состоящее из двух сложенных колец, сечения которых S_1 и S_2 и магнитные проницаемости μ_1 и μ_2 . Средняя длина силовых линий в кольце l ; число витков w . Определите индуктивность соленоида.

▲ 32-30. Определите индуктивность петли из двух проводов (т. е. двухпроводной линии). Длина петли $l = 1500 \text{ м}$; диаметр проводов $d = 1 \text{ мм}$; расстояние между осями проводов $a = 2 \text{ см}$. Магнитным полем внутри проводов можно пренебречь.

● 32-31. На катушку, сопротивление и индуктивность которой равны 10 Ом и 58 мГн , подается постоянное напряжение. Через какое время сила тока в катушке достигает значения, равного половине установившейся силы тока?

● 32-32. На рисунке 32-7 показана схема телеграфной передачи. Аппарат A на станции работает от местной батареи $\mathcal{E}_2$. Ток от батареи включается с помощью реле P , приводимого в действие рабочим током из линии. Сколько времени пройдет после включения ключа K до замыкания местной цепи, если общее сопротивление всей цепи, включающей линию, 80 Ом ; индуктивность

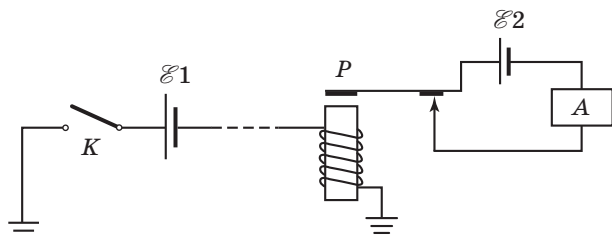


Рис. 32-7

0,6 Гн; ЭДС батареи 20 В; для приведения в действие реле требуется ток 0,2 А?

■ **32-33.** На катушку сопротивлением 0,7 Ом и индуктивностью 0,2 Гн подается напряжение 100 В в течение 0,3 с. Как изменится при этом температура меди в катушке, если ее масса 2,5 кг, а изоляция не успеет нагреться?

■ **32-34.** На рисунке 32-8 показан график зависимости силы тока от времени в дросселе при подключении к нему источника постоянного тока.

а) Каков физический смысл площадей $OABO$ и $OCAO$?

б) Пользуясь графиком, определите индукцию магнитного поля в сердечнике дросселя через 0,5 с после включения тока, если известны следующие данные: об-

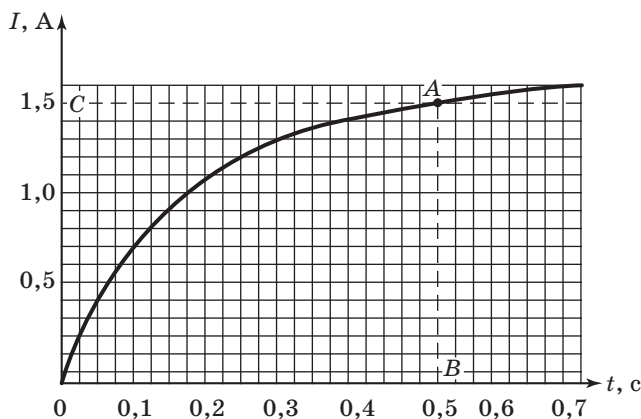


Рис. 32-8

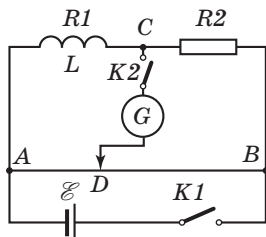


Рис. 32-9

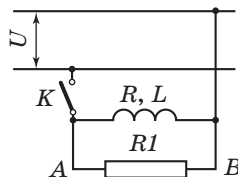


Рис. 32-10

мотка дросселя состоит из медного провода площадью сечения $S = 1 \text{ мм}^2$; диаметр сердечника $d = 5 \text{ см}$. Сопротивлением всех частей цепи, кроме обмотки дросселя, можно пренебречь.

▲ 32-35. На рисунке 32-9 изображена схема мостика Уитстона, с помощью которого измеряют омическое сопротивление катушки индуктивностью $L = 0,1 \text{ Гн}$. Ключи K_1 и K_2 смонтированы в виде двойного ключа так, что при нажатии кнопки сначала замыкается ключ K_1 , а затем ключ K_2 . Передвигая движок D по струне AB , добились, что при медленном нажатии кнопки двойного ключа стрелка гальванометра G не отклоняется.

а) В каком направлении пойдет ток в мостике DC , если нажать двойной ключ слишком быстро?

б) Какова разность потенциалов между точками D и C схемы через время $t = 0,001 \text{ с}$ после замыкания ключа K_1 , если сопротивление катушки $R_1 = 120 \text{ Ом}$, сопротивление $R_2 = 80 \text{ Ом}$, ЭДС источника тока $\mathcal{E} = 1,4 \text{ В}$? Внутренним сопротивлением источника тока, сопротивлением подводящих проводов и индуктивностью всех частей установки, кроме катушки, можно пренебречь.

▲ 32-36. Катушка индуктивностью 6 Гн и омическим сопротивлением 200 Ом и резистор сопротивлением 1000 Ом присоединены параллельно к магистрали, в которой поддерживается напряжение 120 В (рис. 32-10). Какое напряжение будет между точками A и B схемы через $0,001 \text{ с}$ после размыкания ключа K ?

▲ **32-37.** Катушка без железного сердечника имеет 10 000 витков диаметром 5 см. Длина катушки равна 50 см. Обмотка сделана из медного провода ($S = 0,1 \text{ мм}^2$). Через сколько времени после подключения катушки к батарее аккумуляторов сила тока достигнет значения $I = 0,99I_0$, где I_0 — установившаяся сила тока? Таблица значений множителя k приведена в задаче **32-24**.

● **32-38.** Определите энергию магнитного поля в железном сердечнике объемом 400 см^3 , если магнитная индукция равна $1,2 \text{ Тл}$.

● **32-39.** Определите энергию магнитного поля для случая, описанного в задаче **31-26**.

● **32-40.** Имеются две входящие одна в другую катушки одинаковой длины с одинаковым числом витков. Если по обеим катушкам идет одинаковый ток, то плотности энергии магнитного поля в катушках равны между собой. Вставим меньшую катушку в большую так, чтобы их магнитные поля совпали. При этом внутри меньшей катушки плотность энергии учетверится (а не удвоится). За счет чего произойдет увеличение энергии в два раза?

Если же перевернуть внутреннюю катушку, то энергия магнитного поля внутри нее будет равна нулю. Куда она «исчезла»?

● **32-41.** Обмотка электромагнита имеет сопротивление 10 Ом и индуктивность $0,2 \text{ Гн}$ и находится под постоянным напряжением. В течение какого промежутка времени в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике?

● **32-42.** Чему равна энергия магнитного поля в катушке длиной 50 см, имеющей 10 000 витков диаметром 25 см, без железного сердечника, если по ней идет ток 2 мА ? (См. задачу **32-24**.)

▲ **32-43.** Определите энергию магнитного поля на единицу длины бесконечного прямого провода, по которому идет ток I . Дайте объяснение полученному результату.

▲ **32-44.** а) Определите энергию магнитного поля, если по двухпроводной линии (см. задачу **32-30**) идет ток силой 8 А.

б) Решите ту же задачу, считая провода бесконечно тонкими.

▲ **32-45.** Для демонстрации явления самоиндукции при размыкании пользуются следующей установкой (рис. 32-11). Параллельно дросселю большой индуктивностью включают лампочку накаливания, рассчитанную на напряжение 120 В. Ток на дроссель и лампочку дает батарея аккумуляторов напряжением 4—6 В. При этом нить накала лампы нагревается очень слабо. При размыкании тока в дросселе лампочка на мгновение вспыхивает. Определите температуру накала при таких условиях: индуктивность дросселя $L = 0,03$ Гн; сила тока в нем $I = 5$ А; материал нити накала — вольфрам; ее длина $l = 43$ см; диаметр $d = 0,019$ мм; начальная температура нити $t_1 = 100$ °С. Принять, что на нагревание нити накала расходуется вся энергия магнитного поля в дросселе.

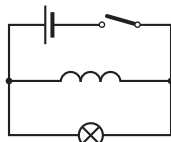


Рис. 32-11

■ **32-46.** По обмотке, плотно навитой на железный тороид, идет ток, при этом сила тока периодически меняется, достигая то некоторого положительного значения, то такого же по абсолютному значению отрицательного. При этом напряженность магнитного поля в тороиде меняется пропорционально силе тока в обмотке. Зависимость магнитной индукции в железе от напряженности для данного случая графически представлена на рисунке 32-12 (петля гистерезиса). Вычисляя плотность энергии магнитного поля в железе по формуле, указанной в пункте 9 введения, получим для состояний, соответствующих точкам А, С, D и E графика, значения,

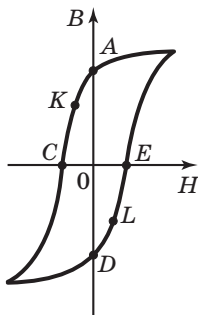


Рис. 32-12

равные нулю, а для точек L и K — отрицательные значения. Как объяснить эти результаты?

■ **32-47.** Имеется постоянный магнит в виде кольца с прорезом шириной 4 мм. Средний диаметр кольца равен 10 см, а сечение кольца имеет форму круга, диаметр которого мал по сравнению с диаметром кольца. При таких размерах поле в прорезе можно считать однородным, а площади сечения магнитного потока в прорезе и в кольце равными между собой. Магнитная индукция в прорезе равна 0,01 Тл.

а) Какова напряженность магнитного поля в кольце?

б) Какова плотность энергии магнитного поля в кольце?

в) Чему равна сумма энергий магнитных полей в кольце и в прорезе?

Указание. Применить теорему о циркуляции напряженности магнитного поля (введение к § 31, п. 10).

§ 33. Переменный ток

1) Эффективные значения силы тока и напряжения:

$$I_{\text{эф}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt; \quad U_{\text{эф}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt,$$

где T — период тока; i , u — мгновенные значения силы тока и напряжения. В тексте задач, где нет специальных оговорок, эффективные значения силы тока и напряжения обозначают буквами I и U без индексов.

2) Для синусоидального тока

$$I_{\text{эф}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U_{\text{эф}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где I_m и U_m — амплитуды силы тока и напряжения.

3) Средние значения силы тока и напряжения

$$\langle I \rangle = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt; \quad \langle U \rangle = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} u dt.$$

4) Для синусоидального тока

$$\langle I \rangle = \frac{2}{\pi} I_m; \quad \langle U \rangle = \frac{2}{\pi} U_m.$$

5) Закон Ома для синусоидального тока

$$I = \frac{U}{Z},$$

где I и U — эффективные значения силы тока и напряжения (или их амплитуды).

6) Сопротивление последовательно соединенных резистора сопротивлением R , катушки индуктивностью L и конденсатора емкостью C :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

где $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ — циклическая частота.

7) Мощность тока при разности фаз φ между напряжением и током:

$$P = I_{\text{эф}} U_{\text{эф}} \cos \varphi.$$

8) Активное сопротивление определяет выделяемую мощность:

$$R_a = \frac{P}{I_{\text{эф}}^2} = Z \cos \varphi.$$

Величина R_a равна омическому сопротивлению R при отсутствии потерь на нагревание железных сердечников вследствие гистерезиса и токов Фуко, на нагревание диэлектриков в переменном электрическом поле и т. д. При наличии этих потерь $R_a > R$.

Кроме того, при высоких частотах активное сопротивление R_a увеличивается вследствие того, что практически весь ток идет в поверхностных слоях проводника.

9) Сила взаимодействия токов, текущих по проводам длиной l , расположенным параллельно на расстоянии b друг от друга:

$$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 l \cos \varphi}{2\pi b},$$

где I_1 и I_2 — эффективные значения силы токов; φ — разность фаз между ними.

10) Решение задач на переменные токи в последовательно или параллельно соединенных приборах упрощается, если построить векторные диаграммы напряжений и токов.

Примечание. Под дросселем, упоминаемым в ряде задач этого параграфа, подразумевается катушка с железным сердечником.

● **33-1.** Эффективная сила тока равна 7 А. Какова средняя сила тока?

▲ **33-2.** Переменный ток выпрямляется прибором, пропускающим ток только одну половину периода (рис. 33-1). При протекании такого тока в течение 10 мин по раствору медного купороса на электроде выделилось 200 мг меди. Чему равна амплитуда тока?

▲ **33-3.** Аккумулятор, емкость¹ которого $q = 20 \text{ А} \cdot \text{ч}$, заряжают выпрямленным синусоидальным током, график которого показан на рисунке 33-2. Тепловой амперметр, включенный в цепь, показывает силу тока $I = 1,5 \text{ А}$.

а) За какое время происходит зарядка аккумулятора? При расчете принять, что на зарядку используется 100% протекающего тока.

б) За какое время зарядится аккумулятор, если график выпрямленного тока имеет вид, представленный на рисунке 33-1, и если показание теплового амперметра то же?

■ **33-4.** Если увеличивать напряжение, под которым находится неоновая лампа, то при напряжении 80 В она

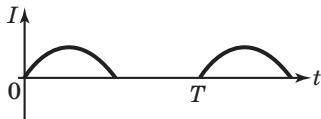


Рис. 33-1



Рис. 33-2

¹ Аккумуляторы характеризуются, помимо ЭДС, емкостью — величиной заряда, отдаваемого при разрядке. Она выражается в ампер-часах.

вспыхивает. Если затем уменьшать напряжение, то при 70 В лампа гаснет. Лампу присоединяют к сети переменного тока через потенциометр и увеличивают напряжение.

а) При каком эффективном напряжении лампа вспыхнет?

б) Какую долю от общего времени горения лампы составляет продолжительность свечения каждого из электродов, если эффективное напряжение на лампе 120 В?

● **33-5.** На рисунке 33-3 показана схема установки для одного из способов измерения подвижностей ионов¹. В пространство между электродами A и B через сеточный электрод A проникают ионы какого-либо одного знака (например, отрицательные ионы от накаливаемой металлической проволоочки). Электроды A и B находятся под переменным (синусоидальным) напряжением, причем амплитуду напряжения можно менять. Увеличивая напряжение переменного тока, добиваются того, что ионы достигают электрода B , и стрелка гальванометра G начинает отклоняться.

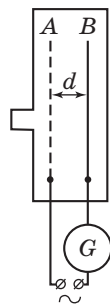


Рис. 33-3

При измерении подвижности отрицательных ионов кислорода прибором, в котором расстояние между электродами $d = 1$ см, стрелка гальванометра отклоняется при эффективном напряжении, не меньшем $U = 61,5$ В. Вычислите подвижность ионов k , если частота переменного тока $f = 50$ Гц.

● **33-6.** Батарея аккумуляторов с ЭДС $\mathcal{E} = 40$ В присоединена к сети переменного тока ($U = 120$ В) через резистор сопротивлением $R = 80$ Ом (рис. 33-4). В цепь включены: амперметр A_1 — магнитоэлектрический и амперметр A_2 — тепловой.

а) Каковы показания приборов A_1 и A_2 ?

¹ Подвижность ионов в газах и электролитах — это отношение средней дрейфовой скорости в электрическом поле к напряженности этого поля.

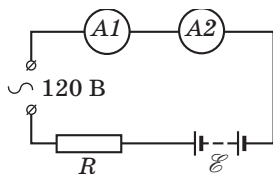


Рис. 33-4

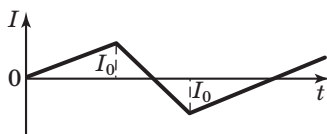


Рис. 33-5

б) Какое количество теплоты выделяется в резисторе R за 10 с? Все сопротивления, кроме R , ничтожно малы.

▲ **33-7.** Найдите соотношение между максимальным, средним и эффективным значениями силы тока в случае переменного тока, график которого показан на рисунке 33-5.

■ **33-8.** Начертите примерные графики зависимости от времени напряжения, при котором зависимость силы тока от времени имеет вид, показанный на рисунке 33-5. Рассмотрите случаи: а) участок цепи, по которому идет ток, имеет чисто омическое сопротивление; б) участок цепи имеет ничтожное омическое сопротивление и значительную индуктивность; в) участок цепи имеет значительные омическое сопротивление и индуктивность; г) ток идет по конденсатору.

● **33-9.** При каком эффективном значении напряжения по обмотке катушки, имеющей омическое сопротивление 35 Ом и индуктивность 0,1 Гн, пойдет ток 3 А? Частота тока 50 Гц.

● **33-10.** Какой емкости надо взять конденсатор, чтобы его сопротивление было таким же, как у резистора сопротивлением 500 Ом, если частота тока равна: а) 50 Гц? б) 50 000 Гц?

● **33-11.** В катушке с омическим сопротивлением 10 Ом при частоте 50 Гц получается сдвиг фазы между напряжением и током, равный 60° . Определите индуктивность катушки.

▲ **33-12.** На картонный цилиндр длиной $l = 50$ см и диаметром $d_2 = 5$ см навиты $w = 500$ витков медного провода диаметром $d_1 = 0,5$ мм. При какой частоте f

полное сопротивление такой катушки в $n = 2$ раза больше ее омического сопротивления?

■ **33-13.** Кольцо диаметром $d_1 = 10$ см, сделанное из медной проволоки диаметром $d_2 = 1$ мм, вращается в однородном магнитном поле индукцией $B = 10^{-3}$ Тл с частотой $n = 10$ с $^{-1}$. Индуктивность кольца таких размеров $L = 0,35$ мкГн (см. задачу 32-24).

а) Определите эффективную силу тока в кольце.

б) Какова была бы сила тока в кольце, если бы его сопротивление было близко к нулю (или в случае сверхпроводника)? Пренебречь уменьшением индуктивности из-за скин-эффекта¹.

▲ **33-14.** На деревянное кольцо, диаметр которого $d = 30$ см, а поперечное сечение имеет вид круга, намотана обмотка из медной проволоки, масса которой $m = 2$ кг. Обмотку присоединяют сначала к сети постоянного тока, затем к сети переменного тока ($f = 50$ Гц), причем эффективное напряжение равно напряжению постоянного тока. В каком случае потребляется большая мощность?

▲ **33-15.** Обмотка дросселя, имеющая ничтожное омическое сопротивление и значительную индуктивность, находится под напряжением, меняющимся с течением времени по синусоидальному закону. Гистерезис в железном сердечнике дросселя выражен слабо, и им можно пренебречь. Токи Фуко тоже ничтожно малы. Изменения магнитного потока значительны, и в течение части периода намагниченность сердечника достигает насыщения.

а) Является ли близким к синусоидальному ток, идущий по обмотке дросселя?

б) Является ли близким к синусоидальному магнитный поток в сердечнике дросселя?

¹ Ток в сверхпроводнике течет в узком поверхностном слое (скин-слое). При пропускании тока высокой частоты по обычному проводнику ток также протекает по тонкому поверхностному слою. Это явление и называют скин-эффектом.

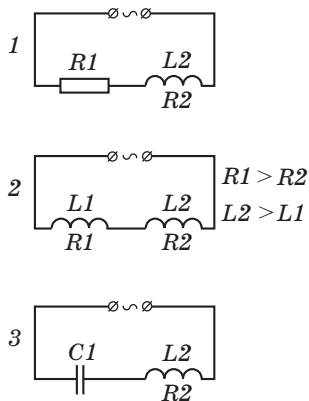


Рис. 33-6

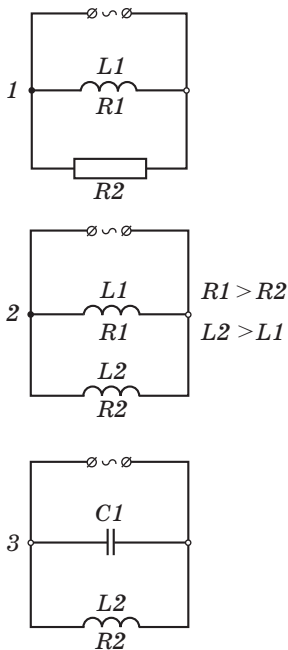


Рис. 33-7

● **33-16.** Начертите векторные диаграммы напряжений и токов для схем 1—3, изображенных на рисунке 33-6.

● **33-17.** Начертите векторные диаграммы токов и напряжений для схем 1—3, изображенных на рисунке 33-7.

● **33-18.** Какой ток пойдет по последовательно соединенным конденсатору ($C = 20$ мкФ) и резистору ($R = 150$ Ом), если подать на них переменное напряжение ($U = 110$ В; $f = 50$ Гц)? Какие напряжения будут на конденсаторе и на резисторе?

● **33-19.** По последовательно соединенным катушке и конденсатору электроемкостью 10 мкФ идет ток 1 А частотой 50 Гц. Омическое сопротивление катушки 120 Ом. Общее напряжение 220 В. Определите индуктивность катушки.

● **33-20.** К сети переменного тока (120 В; 50 Гц) присоединены параллельно конденсатор (20 мкФ) и катушка (100 Ом; 0,5 Гн). Определите силы тока в конденсаторе, катушке и общую.

● **33-21.** Параллельно соединенные реостат (60 Ом) и катушка (20 Ом; 0,05 Гн) присоединены к сети переменного тока (50 Гц). По катушке идет ток 4 А. Какой ток идет по реостату и чему равен полный ток, идущий от источника?

▲ **33-22.** Катушка, индуктивность которой равна 0,1 Гн, а омическое сопротивление 2 Ом, соединена последовательно с конденсатором. Эта система присоединена к источнику переменного тока.

а) Какова должна быть электроемкость конденсатора, чтобы при частоте 50 Гц по катушке шел наиболее сильный ток?

б) Конденсатор выдерживает напряжение не более 400 В. Какое максимальное напряжение можно дать на эту систему без опасности пробить конденсатор?

● **33-23.** Измерительные приборы на щитке у генератора переменного тока показывают силу тока 540 А, напряжение 235 В и мощность 108 кВт. Каков сдвиг фазы φ ?

● **33-24.** Определите потери мощности в проводке от магистрали к потребителю при следующих данных: передаваемая мощность 100 кВт; напряжение на станции 220 В; сопротивление проводки 0,01 Ом; сдвиг фазы 37° .

▲ **33-25.** Дроссель, соединенный последовательно с резистором сопротивлением $R = 20$ Ом, присоединен к сети напряжением $U = 120$ В ($f = 50$ Гц). При этом дроссель находится под напряжением $U_2 = 91$ В, а резистор — под напряжением $U_1 = 44$ В. Какие мощности P_2 и P_1 поглощаются дросселем и резистором?

▲ **33-26.** Дроссель и резистор сопротивлением 50 Ом присоединены параллельно к сети синусоидального тока. По дросселю идет ток 2,8 А, по резистору — ток 2,5 А; из сети потребляется ток 4,5 А. Определите мощности, потребляемые дросселем и резистором.

▲ 33-27. Омическое сопротивление дросселя равно 14 Ом, активное 17 Ом, полное сопротивление 40 Ом. Определите потери мощности в железном сердечнике дросселя, если напряжение, под которым находится дроссель, равно 120 В.

▲ 33-28. К магистрали переменного тока, в которой поддерживается напряжение $U = 120$ В ($f = 50$ Гц), присоединена через дроссель индуктивностью $L = 0,05$ Гн и активным сопротивлением $R_0 = 1$ Ом осветительная сеть жилой квартиры (рис. 33-8).

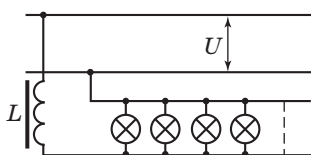


Рис. 33-8

а) Под каким напряжением U_1 находятся лампы в квартире, если общий потребляемый ток $I = 2$ А?

б) Какова может быть максимальная мощность, потребляемая сетью в квартире?

в) Какая мощность будет потребляться дросселем, если в квартире произойдет короткое замыкание?

■ 33-29. По обмотке дросселя идет переменный ток 2 А ($f = 50$ Гц). Максимальная напряженность магнитного поля в сердечнике 0,8 кА/м. Объем сердечника 50 см³. На рисунке 33-9 показана петля гистерезиса для железа, из которого сделан сердечник. Омическое сопротивление обмотки сердечника равно 0,7 Ом. Токи Фуко в сердечнике практически отсутствуют. Определите: а) мощность,

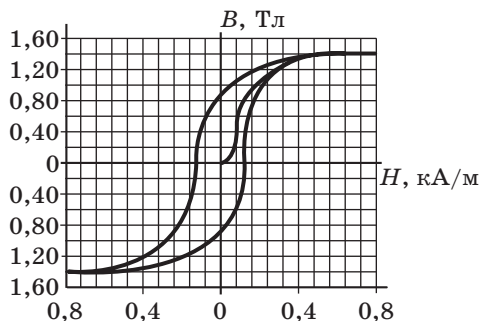


Рис. 33-9

затрачиваемую на нагревание железного сердечника вследствие гистерезиса; б) активное сопротивление дросселя.

▲ 33-30. В раствор медного купороса (удельное сопротивление $\rho = 40 \text{ Ом} \cdot \text{см}$) опущены две медные пластинки. Диэлектрическую проницаемость раствора можно принять равной $\varepsilon = 80$. При какой частоте f пропускаемого тока емкостное и омическое сопротивления равны между собой?

▲ 33-31. Диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2,8$ употреблен в качестве изолятора в конденсаторе. Конденсатор, находясь под напряжением, поглощает некоторую мощность, причем при $f = 50 \text{ Гц}$ коэффициент мощности $\cos \varphi = 0,1$. Определите удельное сопротивление диэлектрика.

● 33-32. По двум параллельным проводам текут токи 5 А и 15 А одной и той же частоты, отличающиеся между собой по фазе на 60° . С какой силой притягиваются друг к другу части проводов длиной 1 м , если расстояние между ними 3 см ?

● 33-33. По двум параллельным проводам текут токи, частоты которых равны 500 Гц и 503 Гц . Как они взаимодействуют?

▲ 33-34. Какой груз может удерживать электромагнит, питаемый переменным током, если максимальная магнитная индукция $B_m = 1 \text{ Тл}$, площадь соприкосновения магнита с грузом $S = 2 \text{ см}^2$? Предположить, что индукция изменяется по закону $B = B_m \sin \omega t$ и что за отрезок периода, в течение которого индукция настолько мала, что электромагнит не может удерживать груз, он не успевает упасть.

■ 33-35. На рисунке 33-10 изображен разрез телефонного аппарата: M — мембрана; K — обмотка; A — постоянный магнит; B — полюсные наконечники из мягкого железа.

а) С какой целью вводится в конструкцию телефона постоянный магнит?

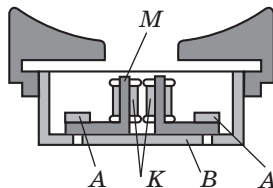


Рис. 33-10

б) Какова амплитуда силы, действующей на мембрану, при прохождении по обмотке тока $I = I_m \sin \omega t$ при следующих данных: амплитуда тока $I_m = 2 \cdot 10^{-4}$ А; индукция в воздушном промежутке при отсутствии тока в обмотке $B_0 = 0,8$ Тл; сечение каждого из полюсных наконечников имеет площадь $S = 15$ мм²; число витков в обмотке $w = 400$; длина воздушного зазора $l = 0,2$ мм.

Указание. Считать, что основной вклад в циркуляцию вектора напряженности вносит магнитное поле воздушных зазоров, и принять во внимание, что индукция постоянного магнита значительно больше индукции, создаваемой током в сердечниках катушки.

● **33-36.** Первичная обмотка понижающего трансформатора находится под напряжением 120 В и потребляет ток 0,5 А. Сила тока во вторичной обмотке равна 3 А при напряжении 10 В. Коэффициент полезного действия трансформатора равен 0,7. Определите сдвиг фазы в первичной обмотке.

§ 34. Электрические колебания

1) Период свободных колебаний в контуре, включающем конденсатор электроемкостью C , катушку индуктивностью L и резистор сопротивлением R ,

$$T = 2\pi \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}},$$

или при $\frac{1}{LC} \gg \frac{R^2}{4L^2}$

$$T = 2\pi \sqrt{LC}.$$

2) Зависимость сила тока от времени в случае затухающих колебаний

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t,$$

где $\omega = 2\pi f$ — циклическая частота.

3) Логарифмический декремент затухания

$$\vartheta = \frac{R}{2L} T.$$

● **34-1.** Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $0,07$ Гн и плоского конденсатора с площадью каждой из обкладок $0,45$ м², разделенных парафинированной бумагой толщиной $0,1$ мм. Определите период свободных колебаний. Сопротивление ничтожно мало.

● **34-2.** Максимальное напряжение в колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью $L = 5$ мкГн и конденсатора электроемкостью $C = 0,013$ мкФ, равно $U_0 = 1,2$ В. Сопротивление ничтожно мало. Определите: а) эффективную силу тока в контуре; б) максимальное значение магнитного потока, если число витков катушки $w = 28$.

▲ **34-3.** Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 30 мкГн и сопротивлением 1 Ом и конденсатора электроемкостью $2,2$ нФ. Какую мощность должен потреблять контур, чтобы в нем поддерживались незатухающие колебания, при которых максимальное напряжение на конденсаторе равно $0,5$ В?

● **34-4.** Батарея, состоящая из двух конденсаторов электроемкостью по 2 мкФ каждый, разряжается через катушку ($L = 1$ мГн; $R = 50$ Ом). Возникнут ли при этом колебания, если конденсаторы соединены: а) параллельно? б) последовательно?

▲ **34-5.** Как изменится логарифмический декремент затухания, если, не меняя длины катушки в контуре, увеличить число витков на ней в n раз (считать, что диаметр витков остается без изменения)?

▲ **34-6.** Какова относительная погрешность, которая будет сделана, если воспользоваться формулой $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ для вычисления периода колебания контура, состоящего из конденсатора электроемкостью $C = 5,5$ нФ и катушки с обмоткой из медной проволоки сечением пло-

щадь $S = 0,2 \text{ мм}^2$? Длина катушки $l = 50 \text{ см}$. Диаметр катушки мал по сравнению с ее длиной.

▲ **34-7.** Определите логарифмический декремент затухания контура, электроемкость которого $C = 2,2 \text{ нФ}$ и индуктивность $L = 150 \text{ мкГн}$, если на поддержание в этом контуре незатухающих колебаний с максимальным напряжением $U_m = 0,9 \text{ В}$ требуется мощность $P = 10 \text{ мВт}$.

▲ **34-8.** В контуре, состоящем из катушки и конденсатора переменной электроемкости, создаются вынужденные колебания. Если электроемкость увеличить на $\beta = 0,01$ электроемкости, соответствующей резонансу, то сила тока в контуре убывает в $n = 1,5$ раза. Определите логарифмический декремент затухания.

■ **34-9.** В установке, схема которой показана на рисунке 34-1, все сопротивления, кроме $R_1 = 1 \text{ Ом}$ и $R_2 = 50 \text{ Ом}$, ничтожно малы. Индуктивность катушки $L = 0,1 \text{ Гн}$, электроемкость конденсатора $C = 1 \text{ мкФ}$, ЭДС элемента $\mathcal{E} = 1,4 \text{ В}$. Ключ K замыкают и, после того как ток в катушке установится, размыкают.

а) Какова начальная энергия колебаний, которые возникают в контуре LC после размыкания ключа K ?

б) Какова энергия колебаний через $0,2 \text{ с}$ после размыкания ключа?

■ **34-10.** Контур состоит из катушки сопротивлением $R = 14 \text{ Ом}$ и индуктивностью $L = 10^{-5} \text{ Гн}$ и конденсатора электроемкостью $C = 0,002 \text{ мкФ}$. Конденсатор C заряжается от батареи аккумуляторов (рис. 34-2), а затем присоединяется к катушке L .

а) Найдите логарифмический декремент затухания колебаний, которые возникнут в контуре.

б) Какая доля периода соответствует изменению силы тока от нуля до максимального значения?

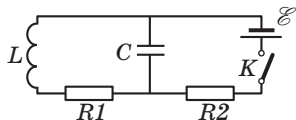


Рис. 34-1

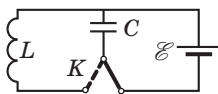


Рис. 34-2

в) Найдите отношение между энергиями магнитного поля в катушке и электрического поля в конденсаторе в момент максимального значения силы тока.

г) Какая доля периода соответствует изменению напряжения от максимального значения до нуля?

д) Каково значение I_0 в формуле силы тока (см. п. 2 введения), если ЭДС батареи равна 3,5 В?

Глава 4

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

§ 35. Волны

1) Связь длины волны λ , скорости волны v и частоты колебаний f :

$$\lambda = \frac{v}{f}.$$

2) Скорость продольных волн в тонких стержнях

$$v = \sqrt{\frac{E}{D}},$$

где E — модуль упругости (модуль Юнга); D — плотность вещества.

3) Скорость продольных волн в неограниченной упругой среде

$$v = \sqrt{\frac{K}{D}},$$

где K — модуль всестороннего сжатия.

4) Скорость поперечных волн в неограниченной упругой среде

$$v = \sqrt{\frac{G}{D}},$$

где G — модуль сдвига.

5) Скорость поперечных волн в натянутой нити (струне)

$$v = \sqrt{\frac{F}{SD}},$$

где F — сила, растягивающая нить; S — площадь поперечного сечения нити. Формула справедлива в том случае, когда напряжение, вызванное сдвигом, мало по отношению к напряжению, вызванному растягивающей силой.

6) Скорость волн в газах

$$v = \sqrt{\frac{p\gamma}{D}},$$

где γ — отношение удельных теплоемкостей газа при постоянном давлении (c_p) и постоянном объеме (c_v), т. е.

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}.$$

Для идеальных газов при температуре T

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

где R — молярная газовая постоянная; M — молярная масса газа.

7) Уравнение плоской бегущей гармонической волны, распространяющейся в положительном направлении оси X :

$$\xi = \xi_m \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right),$$

где ξ — смещение; ξ_m — его амплитуда; $\omega = 2\pi f$ — циклическая частота.

8) Плотность потока энергии $\vec{S}$ (вектор Умова) в продольной волне

$$\vec{S} = \Delta p \vec{u},$$

где Δp — избыточное давление (разность между давлением в волновом поле¹ и давлением в той же среде при отсутствии волнового процесса); $\vec{u}$ — скорость частиц среды при волновом процессе.

9) Связь между амплитудой избыточного давления Δp_m в продольной волне и амплитудой скорости u_m частиц среды:

$$\Delta p_m = D v u_m,$$

где D — средняя плотность среды.

¹ Волновое поле — область упругой среды, вовлеченная в волновой процесс.

10) Интенсивность продольных волн

$$I = \langle S \rangle = \frac{(\Delta p_m)^2}{2Dv}.$$

11) При наличии поглощения в среде интенсивность плоской волны убывает по закону

$$I = I_0 e^{-\beta x},$$

где β — коэффициент поглощения; I и I_0 — интенсивности в начале и в конце поглощающего слоя толщиной x .

12) Скорость электромагнитных волн в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}}.$$

13) Плотность потока энергии в электромагнитной волне (вектор Умова—Пойнтинга)

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}],$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ — напряженности электрического и магнитного полей в волне.

● **35-1.** Скорость продольных упругих волн в стальном стержне равна 5100 м/с. Определите модуль упругости стали.

● **35-2.** Какова скорость продольных упругих волн в ртути?

▲ **35-3.** При повышении температуры от 20 до 100 °С скорость продольных волн в медном стержне убывает на 7,4% скорости при 20 °С. Чему равен средний температурный коэффициент упругости в этом интервале температур?

▲ **35-4.** Почему в неограниченном твердом теле невозможны упругие волны, в которых направление колебаний составляет с направлением распространения волн угол, отличный от 0° (продольные волны) и от 90° (поперечные волны)?

▲ 35-5. Скорость продольных упругих волн в земной коре равна 14 км/с; скорость поперечных волн 7,5 км/с. Определите угловое расстояние от центра землетрясения А (гипоцентра) до сейсмической станции В (рис. 35-1), если по записи сейсмографа видно, что продольные колебания пришли на 91 с раньше поперечных (при таком значении Δt можно предполагать, что волны распространяются только по земной коре).

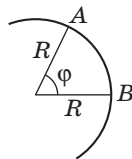


Рис. 35-1

▲ 35-6. От поверхности Земли вертикально вверх распространяются звуковые волны. Через какой отрезок времени t они дойдут до высоты $h = 10$ км, если температура воздуха у поверхности Земли равна 16°C , а градиент температуры в атмосфере равен $k = -0,007\text{ К/м}$?

● 35-7. Скорость продольных звуковых волн в кислороде при нормальных условиях равна $3,172 \cdot 10^4\text{ см/с}$. Определите отношение c_p/c_v .

● 35-8. Найдите отношение скорости продольных звуковых волн в газе к средней скорости теплового движения молекул в нем.

● 35-9. При отражении упругих волн, падающих на границу двух сред с разными волновыми сопротивлениями, происходит изменение направления вектора Умова на противоположное, т. е. меняется или знак Δp , или направление вектора $\vec{y}$. В каком случае происходит первое изменение и в каком — второе?

● 35-10. Определите частоты колебаний для стоячих звуковых волн в трубе длиной 80 см: а) открытой; б) закрытой. Температура воздуха в трубе 16°C .

▲ 35-11. В двух одинаковых закрытых трубах длиной по 60 см образуются стоячие звуковые волны. Из-за различия температур воздуха в трубах частоты этих волн немного различаются, и в результате получаются биения частотой 1 Гц. Температура воздуха в трубе, дающей более низкий тон, равна 16°C . Какова температура воздуха в другой трубе?

● **35-12.** Две одинаковые струны длиной по 1 м настроены в унисон. Если одну из струн укоротить на 0,5 см, то струны при звучании дают биения с частотой 2 Гц. Определите частоту тона струны (до укорачивания).

● **35-13.** На нити образовались стоячие волны, причем расстояния между точками, в которых колебания происходят с амплитудой 3 мм, равны 3 и 7 см. Найдите длину волны и амплитуду в середине пучности.

▲ **35-14.** На нити образовались стоячие волны. Какую долю от силы натяжения нити (при отсутствии волн) составляет амплитуда колебаний натяжения в узлах, если амплитуда смещений в середине нити равна 0,1 расстояния между узлами? Принять, что проекция силы натяжения нити на направление покоящейся нити равна силе ее натяжения при отсутствии волн.

● **35-15.** Определите три наименьшие частоты, при которых в медном стержне длиной 90 см, закрепленном в середине, возникнут стоячие продольные волны.

● **35-16.** В цилиндрической трубе диаметром 5 см, внутри которой находится воздух, распространяются звуковые волны. Интенсивность волн равна $8 \cdot 10^{-3}$ Вт/м², частота 300 Гц.

а) Какую энергию переносит каждая волна через поперечное сечение трубы за время, равное периоду?

б) Чему равны средняя и максимальная плотности энергии в волнах, если температура воздуха 10 °С?

▲ **35-17.** Определите полную мощность источника продольных звуковых волн в воздухе, если в любом направлении на расстоянии 100 м от него амплитуда давления равна 9 Па. Давление нормальное, температура воздуха 20 °С, поглощение ничтожно.

▲ **35-18.** Интенсивность волн на расстоянии 20 м от источника равна $30 \cdot 10^{-6}$ Вт/м². Какова интенсивность волн на расстоянии 100 м от источника, если коэффициент поглощения равен $5 \cdot 10^{-5}$ см⁻¹?

● **35-19.** Плотность энергии в некоторой точке упругой среды спустя 0,01 с после прохождения максимума

синусоидальной волны равна 0,2 максимальной. Чему равна частота колебаний в волне?

● **35-20.** Определите длину волны, соответствующую колебательному контуру, состоящему из катушки индуктивностью $1,2 \cdot 10^{-3}$ Гн и конденсатора электроемкостью $3 \cdot 10^{-2}$ мкФ. Сопротивление контура ничтожно мало.

● **35-21.** Какова скорость электромагнитных волн в керосине?

● **35-22.** Имеются два параллельных провода, одни концы которых изолированы, а другие связаны индуктивной или емкостной связью с генератором колебаний (рис. 35-2, а). При правильном подборе частоты колебаний в системе возникают стоячие электромагнитные волны.

а) Зависит ли длина стоячих волн от толщины проводов и расстояния между ними?

б) На рисунке 35-2, б стрелками показаны разной длины векторы напряженности электрического поля в точках, находящихся посередине между проводами на протяжении одной стоячей волны для момента, когда токи в проводах и магнитное поле отсутствуют. Где на проводах находятся положительные и отрицательные заряды? Изобразите их распределение вдоль проводов плюсами и минусами разных размеров соответственно их плотностям.

в) Как изменится распределение зарядов через одну четверть периода? Изобразите распределение токов в проводах и медной пластине (мост) стрелками разной длины.

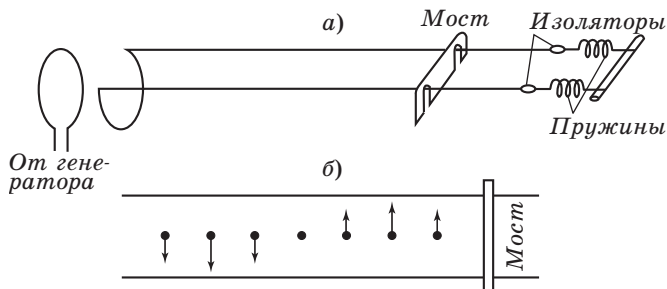


Рис. 35-2

Изобразите напряженности магнитного поля в точках, находящихся на середине расстояния между проводниками, значками $\otimes$ и $\odot$ разной величины.

г) Каковы будут напряженности электрического и магнитного полей через 0,5 периода и 0,75 периода? Сделайте соответствующие рисунки.

д) От чего зависит амплитуда колебаний в системе? Почему при увеличении числа стоячих волн, образующихся в системе (что достигается отодвиганием моста дальше от генератора), амплитуда колебаний уменьшается?

е) Расстояние между двумя пучностями в системе при погружении проводов в спирт равно 40 см. Какова частота колебаний?

Указание. При ответах на все вопросы, кроме вопроса д), принять, что сопротивление проводов ничтожно мало.

▲ **35-23.** Излучение антенны полевой радиостанции имеет мощность 50 Вт. Какова средняя напряженность электрического поля при приеме на наземную антенну, находящуюся на расстоянии 80 км от радиостанции?

Указание. Принять во внимание, что интенсивность излучения по направлению, перпендикулярному антенне, в 3 раза больше той, которая имела бы место при равномерном излучении по всем направлениям.

● **35-24.** Три наблюдателя находятся на одной прямой на расстоянии 10 км друг от друга и измеряют максимальную напряженность электрического поля в электромагнитных волнах, излучаемых некоторым источником. Где находится источник волн, если напряженности поля у крайних наблюдателей одинаковы, а у среднего на 10% больше?

▲ **35-25.** На рисунке 35-3, а показаны две системы плоских электромагнитных волн (I и II); длины волн одинаковы; направления распространения составляют угол 2α . Векторы $\vec{E}$ лежат в плоскости чертежа и изображены стрелками. Векторы $\vec{H}$ перпендикулярны плоскости чертежа и изображены кружками с точкой (вектор направлен на читателя) или с крестиком (вектор на-

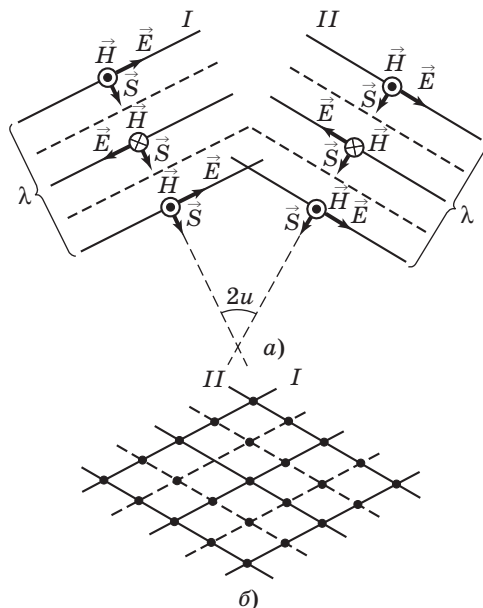


Рис. 35-3

правлен от читателя). Показаны также векторы Умова—Пойнтинга $\vec{S}$ для тех же точек. На рисунке 35-3, б те же системы волн показаны наложенными друг на друга.

а) Начертите векторы Умова—Пойнтинга во всех точках волнового поля, отмеченных на рисунке 35-3, б черными точками.

б) Найдите расстояние x между направлениями, в которых векторы Умова—Пойнтинга имеют максимальное значение, если угол $2u = 1'$ и длины волн равны $\lambda = 0,5$ мкм.

■ **35-26.** Предположим, что два пучка электронов движутся параллельно друг другу в вакууме со скоростью, в m раз меньшей скорости света. Что больше: сила, с которой пучки электронов отталкиваются вследствие электростатического взаимодействия, или сила, с которой они притягиваются вследствие магнитного взаимодействия?

§ 36. Звуковые явления

1) Уровень громкости звука

$$L = \lg \frac{I}{I_0} = 2 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_0},$$

где индексами 0 отмечены величины, соответствующие порогу слышимости для звука данной частоты.

2) Эффект Доплера. Воспринимаемая наблюдателем частота звука:

а) в случае движения источника звука частотой f со скоростью $v_{\text{ист}}$

$$f' = f \frac{1}{1 \pm \frac{v_{\text{ист}}}{v}},$$

где v — скорость звука; знак «+» соответствует удалению источника от наблюдателя.

б) в случае движения наблюдателя со скоростью $v_{\text{набл}}$

$$f'' = f \left(1 \pm \frac{v_{\text{набл}}}{v} \right);$$

знак «+» соответствует движению наблюдателя по направлению к источнику.

● **36-1.** Какую долю от средней скорости молекул воздуха составляет максимальная скорость молекул в плоских волнах, если амплитуда давления:

а) $\Delta p_{\text{м1}} = 900$ Па (сильный звук, вызывающий боль в ушах)?

б) $\Delta p_{\text{м2}} = 9 \cdot 10^{-4}$ Па (еле слышный звук)?

Давление воздуха нормальное.

● **36-2.** Какова амплитуда смещения в звуковой волне в воздухе при речи средней громкости (максимальное давление около 90 Па) при частоте 400 Гц? Давление нормальное, температура воздуха 20 °С.

● **36-3.** В воздухе при температуре 27 °С и нормальном давлении распространяется звуковая волна, амплитуда давления которой 900 Па (сильный звук, вызывающий боль в ушах). Определите температуру в областях максимального давления.

● **36-4.** Иногда на большом расстоянии голос слышен, но слов разобрать нельзя. Чем это объясняется?

● **36-5.** Два звука разнятся по уровню громкости на 1 дБ. Определите: а) отношение их интенсивностей; б) отношение амплитуд давлений.

● **36-6.** При амплитуде давления 10 Па уровень громкости звука равен 60 дБ. Какова амплитуда давления для звука той же частоты на пороге слышимости?

▲ **36-7.** Звук распространяется по трубе длиной 50 м. Средний коэффициент поглощения можно принять равным 10^{-4} см^{-1} . Каков уровень громкости звука у конца трубы, если у начала он равен 60 дБ?

▲ **36-8.** На расстоянии 10 м от источника звука, размеры которого малы, уровень громкости звука равен 20 дБ. Пренебрегая поглощением, вычислите: а) уровень громкости на расстоянии 5 м; б) на каком расстоянии звук не слышен.

▲ **36-9.** Наблюдатель, находящийся на расстоянии 10 м от звучащего камертона, отметил исчезновение звука камертона на 20 с раньше, чем наблюдатель, находящийся на расстоянии 1 м. Определите коэффициент затухания колебаний камертона.

▲ **36-10.** На рисунке 36-1 дана диаграмма, показы-



Рис. 36-1

вающая свойства человеческого слуха (амплитуды давлений даны в Па). Пользуясь ею, определите:

а) интенсивность звука на нижней границе слуха (порог слышимости) и на верхней границе слуха (ощущение боли) для частот 256 Гц и 2048 Гц;

б) уровень громкости звука при амплитуде давления 10 Па для частот 32 Гц и 2048 Гц;

в) уровень громкости звука при мощности источника звука 10^{-5} Вт (человеческая речь) на частоте 256 Гц на расстоянии 5 м;

г) мощность источника звука при уровне громкости 50 дБ на расстоянии 10 м (частота 1024 Гц).

Указание. При пользовании диаграммой ограничиваться следующими приближенными значениями: $\lg 1,6 = 0,2$; $\lg 2 = 0,3$; $\lg 3 = 0,5$; $\lg 4 = 0,6$; $\lg 5 = 0,7$; $\lg 6 = 0,8$; $\lg 8 = 0,9$.

▲ **36-11.** В струнных музыкальных инструментах (например, в рояле) для получения низких тонов применяют стальную проволоку того же диаметра, как для средних и высоких тонов. Так как для низких тонов нужна большая масса струны, то на стальную проволоку навивают медную проволоку (канитель), не доводя ее до самых концов струны.

а) Почему нельзя для струн низких тонов применять толстую стальную проволоку без канители?

б) Как влияет наличие канители на затухание основного тона и обертонов?

● **36-12.** Частота основного тона гудка электровоза 650 Гц. Какова кажущаяся частота гудка для наблюдателя, к которому электровоз приближается со скоростью 54 км/ч? Температура воздуха 16 °С.

● **36-13.** а) Наблюдателю, слушающему гудок автомобиля, кажется, что при приближении автомобиля частота основного тона гудка больше в $\frac{9}{8}$ раза, чем при удалении. Определите скорость автомобиля, приняв скорость звука в воздухе равной 340 м/с. Считать воздух неподвижным.

б) Ответьте на тот же вопрос в случае, если гудящий автомобиль неподвижен, а наблюдатель находится в автомобиле, сначала приближающемся, а затем удаляющемся от гудящего автомобиля.

● **36-14.** Машинист поезда, двужущегося со скоростью 72 км/ч, дает свисток в течение 2 с. Какова продолжительность звука, воспринятого неподвижным наблюдателем, если паровоз: а) приближается к нему? б) удаляется от него? Температура воздуха $-17\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Глава 5

ОПТИКА. СТРОЕНИЕ АТОМА

§ 37. Фотометрия

1) Кривая относительной спектральной чувствительности $V(\lambda)$ нормального глаза показана на рисунке 37-1.

Поток энергии Φ_e , соответствующий световому потоку Φ для монохроматического света с длиной волны λ :

$$\Phi_e = \Phi V(\lambda) \cdot A,$$

где $A = 0,0016$ Вт/лм — коэффициент перевода фотометрических величин в энергетические.

2) Сила света источника по данному направлению

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega},$$

где $d\Omega$ — малый телесный угол, содержащий данное направление; $d\Phi$ — световой поток, распространяющийся от источника внутри этого угла.

Для изотропного источника

$$I = \frac{\Phi}{4\pi},$$

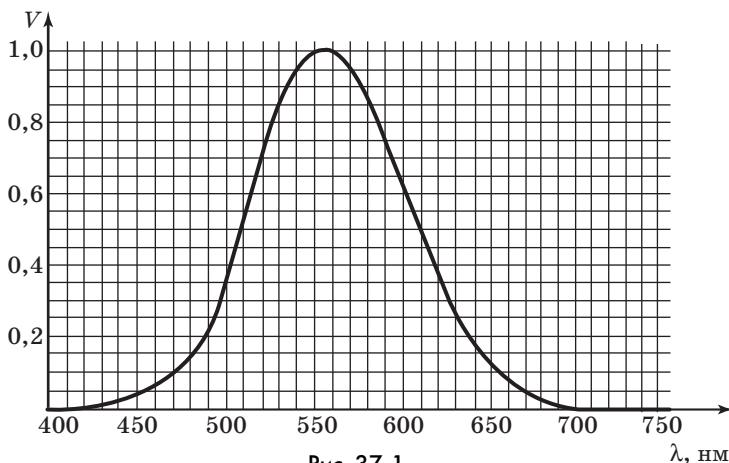


Рис. 37-1

где Φ — суммарный световой поток, излучаемый источником.

3) Светимость источника

$$R = \frac{d\Phi}{dS},$$

где $d\Phi$ — световой поток, испускаемый с площади dS поверхности источника.

4) Яркость светящейся поверхности площадью dS по направлению, составляющему угол θ с нормалью к поверхности:

$$B = \frac{I}{dS \cdot \cos \theta},$$

где I — сила света по этому направлению.

5) Если источник излучает по закону Ламберта (т. е. его яркость не зависит от направления), то

$$R = \pi B.$$

Для ламбертовских источников сила света по направлению, составляющему угол θ с нормалью к излучающей поверхности:

$$I = I_0 \cos \theta,$$

где I_0 — сила света в направлении нормали.

6) Освещенность поверхности, создаваемая точечным источником силой света I , находящимся на расстоянии r от поверхности:

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2},$$

где α — угол падения света на поверхность.

● **37-1.** Найдите с помощью рисунка 37-1 поток энергии, соответствующий световому потоку 1,0 лм, если свет монохроматический и длина волны равна: а) 610 нм; б) 520 нм.

● **37-2.** Определите освещенность на расстоянии 4 м от источника света, если сила света равна 180 кд и лучи падают под углом 37° к нормали к освещаемой поверхности.

▲ 37-3. Над полусферой находится точечный источник света ($I = 50$ кд) на высоте, равной диаметру полусферы (рис. 37-2). Определите освещенность в той точке поверхности полусферы, в которой лучи падают под углом $\alpha = 35^\circ$. Радиус полусферы $r = 1$ м.

▲ 37-4. Точечный источник света S освещает поверхность MN (рис. 37-3). Как изменится освещенность в точке A , в которой лучи от S падают на поверхность нормально, если сбоку от S на таком же расстоянии, как и освещаемая поверхность, поместить зеркало Z , отражающее свет в точку A ? Коэффициент отражения принять равным 1.

▲ 37-5. Проектор установлен на высоте 15 м над освещаемой поверхностью. В некоторой точке поверхности освещенность горизонтальной плоскости равна 10 лк, а наибольшая освещенность вертикальной плоскости в той же точке 20 лк. Определите силу света прожектора по направлению к этой точке.

▲ 37-6. Над горизонтальной поверхностью MN помещены на высоте 2 м и на расстоянии 1 м друг от друга два источника света, дающие световые потоки по 300 лм каждый. Определите освещенность на поверхности MN : а) в точках под источниками света; б) на середине расстояния между ними.

▲ 37-7. На рисунке 37-4 показана кривая 1 распределения силы света для «условной» лампы, дающей световой поток 1000 лм, снабженной светильником (прибором для распределения света), предназначенным для освещения улиц и больших цехов. В светильник помещена

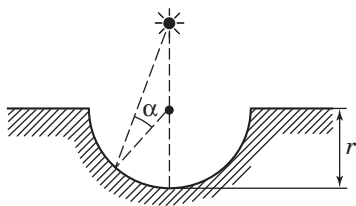


Рис. 37-2

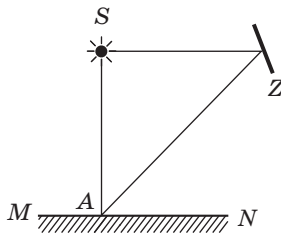


Рис. 37-3

лампа, дающая световой поток 3050 лм (200 Вт). Святильник подвешен на высоте 5 м над землей. Определите освещенность поверхности: а) в точке A , находящейся под светильником; б) в точке B , удаленной на 7 м от точки A ; в) в тех же точках для лампы без светильника (пунктирная кривая 2).

▲ 37-8. В вершинах равностороннего треугольника помещены три одинаковых источника света. Покажите, что маленькая пластинка, помещенная в центре треугольника под произвольным углом к его сторонам, освещена одинаково с обеих сторон.

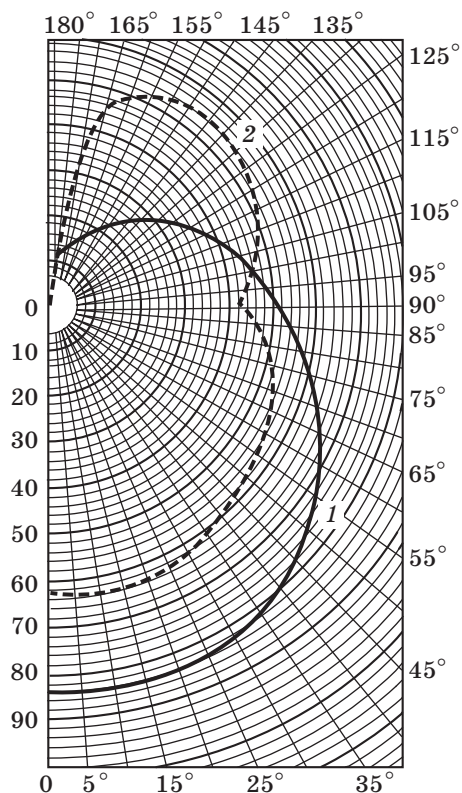


Рис. 37-4

▲ 37-9. Для изготовления фотоснимка при освещении лампой силой света 40 кд, находящейся от него на расстоянии 1 м, требуется экспозиция 2 с. Какая требуется экспозиция при освещении лампой 30 кд, находящейся на расстоянии 1,5 м? Предполагается, что общие количества энергии, полученной фотобумагой, должны быть в первом и втором случаях одинаковыми.

▲ 37-10. При фотографировании объекта, освещенного 100-ваттной лампой, находящейся на расстоянии 1 м от него, требуется экспозиция 8 с. Какой должна быть продолжительность экспозиции при освещении двумя 100-ваттными лампами, помещенными на расстояниях 3 и 4 м от объекта, если общие количества энергии, попавшей на светочувствительную пластинку, должны быть в обоих случаях одинаковыми?

▲ 37-11. На рисунке 37-5, изображающем орбиту Земли $З$ вокруг Солнца $С$, проведена произвольная прямая $АСВ$. Покажите, что общие количества световой энергии, получаемые Землей от Солнца за время прохождения участков AmB и BnA орбиты, одинаковы.

● 37-12. Лампа накаливания, потребляющая мощность 40 Вт, дает световой поток 380 лм. 40% этого потока направлены на поверхность площадью 5 м^2 . Определите среднюю освещенность этой поверхности.

▲ 37-13. Общий световой поток, излучаемый прямой накаленной нитью длиной $l = 60 \text{ см}$, равен $\Phi = 132 \text{ лм}$. Определите наибольшую освещенность плоской поверхности, помещенной параллельно нити на расстоянии $a =$

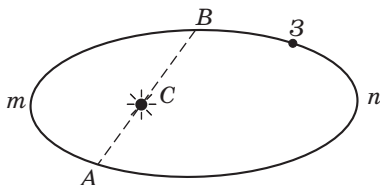


Рис. 37-5

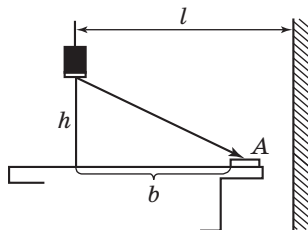


Рис. 37-6

= 5 см от нее (имеется в виду место, находящееся против середины нити).

● **37-14.** Источник света имеет форму куба, ребро которого равно 10 см. Максимальная сила света равна 90 кд. Определите яркость источника.

▲ **37-15.** Источник света заключен в цилиндр, боковая поверхность которого непрозрачна, а дно прозрачно и рассеивает свет по закону Ламберта. Источник помещен над центром круглого стола, радиус которого $b = 70$ см (рис. 37-6). На краю стола лежит книга А. Яркость источника $B = 8000$ кд/м², площадь светящей поверхности $S = 100$ см².

а) На какой высоте h надо поместить источник света, чтобы книга была максимально освещена? Чему равна эта освещенность?

б) Какова наибольшая освещенность стены, отстоящей от центра стола на расстоянии $l = 1,5$ м?

● **37-16.** Какова светимость волоска электрической лампы, если излучаемый ею световой поток равен 400 лм, длина волоска 60 см, а его диаметр 0,04 мм?

● **37-17.** На экран площадью 3 м², рассеивающий свет с коэффициентом отражения 0,8, падает световой поток 150 лм. Определите: а) светимость экрана; б) яркость экрана.

▲ **37-18.** Светящаяся часть люминесцентной лампы мощностью 15 Вт имеет форму цилиндра длиной 42 см и диаметром 2,24 см. Яркость лампы равна $5 \cdot 10^3$ кд/м². Определите ее КПД.

▲ **37-19.** Сквозь отверстие в ставне в комнату падает пучок солнечных лучей, образующих «зайчик» на листе белой бумаги, лежащей на полу. Площадь «зайчика» 80 см² и освещенность 10 000 лк; коэффициент отражения бумаги равен 0,8. Найдите, чему равна освещенность:

а) потолка комнаты над листом бумаги, если высота комнаты равна 4 м;

б) стены на высоте 2 м от пола, если стена отстоит на 3 м от «зайчика» и перпендикулярна плоскости падения луча на пол.

§ 38. Геометрическая оптика

1) Формула сферического зеркала

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} = D,$$

где x и y — расстояния точки и ее изображения от вершины зеркала; R — радиус сферы; f — фокусное расстояние; D — оптическая сила. Здесь и далее положительными считаются расстояния, отсчитываемые по направлению распространения света.

2) Закон преломления света на границе двух сред

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2,$$

где i_1 и i_2 — углы падения и преломления; n_1 и n_2 — коэффициенты преломления первой и второй сред для данной длины световой волны.

В задачах данного параграфа (за исключением особо оговоренных случаев) имеют в виду указанные в таблице XXVIII средние коэффициенты преломления лучей видимого света.

3) Связь между углом наименьшего отклонения в призме ε_m и преломляющим углом призмы θ :

$$n_1 \sin \frac{\varepsilon_m + \theta}{2} = n_2 \sin \frac{\theta}{2},$$

где n_1 и n_2 — соответственно коэффициенты преломления среды, окружающей призму, и материала, из которого сделана призма.

4) Отклонение луча в призме с малым преломляющим углом θ

$$\varepsilon = \theta \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right).$$

5) При прохождении параксиального пучка лучей света сквозь сферическую поверхность, разделяющую среды с коэффициентами преломления n_1 и n_2 , имеет место соотношение

$$n_1 \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{R} \right) = n_2 \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{R} \right),$$

где a_1 и a_2 — расстояния сопряженных точек от сферической поверхности; R — ее радиус.

Отсюда

$$-\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_2}{a_2} = D,$$

где D — оптическая сила сферической поверхности раздела сред:

$$D = \frac{n_2 - n_1}{R}.$$

6) Формула линзы

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = D,$$

где a_1 и a_2 — расстояния сопряженных точек от главных плоскостей линзы. Главные плоскости H_1 и H_2 отстоят от вершин сферических поверхностей линзы (или от плоских поверхностей) на расстояниях x_1 и x_2 (рис. 38-1), равных

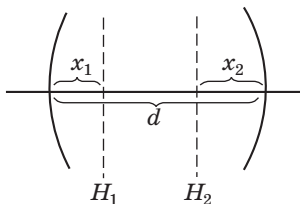


Рис. 38-1

$$x_1 = -d \frac{n_1 D_2}{n_2 D}; \quad x_2 = +d \frac{n_1 D_1}{n_2 D},$$

где d — толщина линзы; D_1 и D_2 — оптические силы ее поверхностей; D — оптическая сила всей линзы, равная

$$D = D_1 + D_2 - \frac{d}{n_2} D_1 D_2.$$

7) В случае тонкой линзы (толщина линзы d мала) расстояния a_1 и a_2 можно без существенной погрешности отсчитывать от плоскости, проходящей через некоторую среднюю точку линзы. Это не относится к менисковым линзам, у которых поверхности имеют значительную кривизну и поэтому погрешность может быть большой.

Оптическая сила тонкой линзы

$$D = D_1 + D_2 = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

8) Оптическая сила системы двух центрированных линз с оптическими силами D_1 и D_2

$$D = D_1 + D_2 - \Delta \cdot D_1 D_2 = -\delta \cdot D_1 D_2,$$

где Δ — расстояние от второй главной плоскости первой линзы до первой главной плоскости второй линзы; δ — оптический интервал системы (расстояние между вторым фокусом первой линзы и первым фокусом второй линзы; у отрицательных линз первый фокус находится сзади линзы, а второй — спереди).

9) Светосила объектива

$$C = Dd,$$

где d — диаметр входного отверстия.

10) Увеличение угла зрения оптическими приборами

$$N = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_0},$$

где α — угол зрения, под которым предмет виден сквозь прибор; α_0 — угол зрения, под которым предмет виден невооруженным глазом (в случае лупы и микроскопа под α_0 подразумевается угол зрения при наблюдении предмета, находящегося на расстоянии наилучшего зрения $L_0 = 25$ см).

Формулы увеличения:

а) лупы

$$N = DL_0;$$

б) микроскопа (D_1 и D_2 — оптические силы объектива и окуляра)

$$N = -L_0 D_1 D_2 \delta;$$

в) труб Кеплера и Галилея

$$N = -\frac{D_2}{D_1}.$$

Приведенные формулы увеличения относятся к случаю, когда глаз наблюдателя аккомодирован на бесконечность.

● **38-1.** Небольшой предмет расположен между двумя плоскими зеркалами, поставленными под углом $\alpha = 32^\circ$, на расстоянии $r = 10$ см от линии пересечения зеркал ближе к одному из зеркал.

а) На каком расстоянии x друг от друга находятся первые мнимые изображения предмета в зеркалах?

б) Как сместится середина отрезка прямой, соединяющей два изображения предмета, если предмет сдвинуть на $l = 2$ см так, чтобы его расстояние от линии пересечения зеркал осталось неизменным?

▲ **38-2.** Луч света падает на одно из зеркал, составляющих двугранный угол 20° , параллельно плоскости, делящей угол пополам, под прямым углом к линии пересечения зеркал. Как луч идет дальше? Чему равна сила света по выходе луча из двугранного угла, если начальная сила света равна 10 кд и если при каждом отражении сила света уменьшается в два раза?

▲ **38-3.** Три плоских зеркала расположены взаимно перпендикулярно. Покажите, что луч, упавший под произвольным углом на одно из зеркал и отразившийся на второе, а затем на третье зеркало, после трех отражений идет противоположно прежнему направлению.

● **38-4.** Волосок маленькой электрической лампочки находится на расстоянии 24 см от вершины вогнутого зеркала с фокусным расстоянием 20 см.

а) Где надо поставить экран, покрытый белой бумагой, чтобы получить на нем четкое изображение накаленного волоска?

б) Определите яркость этого изображения при следующих условиях: лампочка дает световой поток 10 лм; на зеркало падает 0,2 этого потока; коэффициент отражения бумаги равен 0,8; волосок имеет длину 2 см и диаметр 0,1 мм.

▲ **38-5.** Луч света падает на вогнутое сферическое зеркало радиусом R параллельно оптической оси OO' на

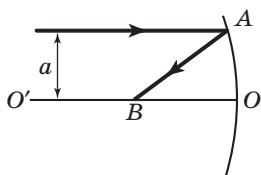


Рис. 38-2

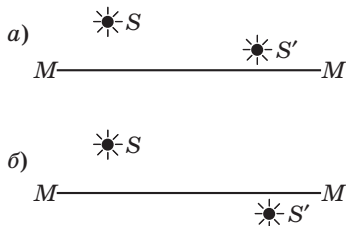


Рис. 38-3

расстоянии a от нее (рис. 38-2) и после отражения пересекает оптическую ось OO' в точке B . Найдите отношение между a и R , при котором относительная ошибка, которую мы делаем, принимая $OB = 0,5R$, равна 1%.

● **38-6.** Вогнутое сферическое зеркало, радиус оправы которого — величина того же порядка, что и радиус кривизны зеркала, дает на экране размытое действительное изображение. Почему же при рассматривании этого изображения в зеркале мы видим его четким (хотя и искаженным)?

● **38-7.** Наблюдатель смотрит сквозь тонкую стеклянную пластинку на свое изображение в выпуклом зеркале и, перемещая пластинку, добивается, что изображения его глаза, видимые в зеркале и стеклянной пластинке, налагаются друг на друга и не смещаются при покачивании головы (отсутствует параллакс). На каком расстоянии от глаза наблюдателя помещена пластинка, если фокусное расстояние зеркала равно 10 см и глаз отдален от его вершины на 40 см?

● **38-8.** На рисунке 38-3, a , $б$ показаны положения оптической оси сферического зеркала MM , светящейся точки S и ее изображения S' . Найдите построением положения вершины зеркала и его центра для обоих случаев.

● **38-9.** Высота Солнца над горизонтом равна 20° . Пользуясь плоским зеркалом, пускают «зайчик» в воду пруда. Как надо расположить зеркало, чтобы отраженный от него луч шел в воде под углом 60° к горизонту?

● **38-10.** Каков предельный угол полного отражения при падении луча на границу стекло — вода?

▲ **38-11.** Лучи, исходящие из какой-либо точки предмета, находящегося в воде, проходят сквозь плоскую границу между водой и воздухом.

а) Докажите, что продолжения направлений преломленных лучей в сторону воды не пересекаются в одной точке.

б) Докажите, что продолжения лучей, исходящих из одной точки и прошедших сквозь плоскопараллельную пластину, тоже не пересекаются в одной точке.

в) Почему, несмотря на это, мы видим дно водоема или предметы за прозрачной плоскопараллельной пластинкой вполне четко?

▲ **38-12.** Наблюдатель смотрит на предмет, лежащий на дне водоема. Ему кажется, что предмет находится на глубине $h = 1$ м на расстоянии $l = 5$ м от его глаз по прямой линии. Глаза наблюдателя находятся на одной и той же высоте, а именно на высоте $H = 1,5$ м над поверхностью воды. На какой глубине h_0 лежит предмет?

● **38-13.** Человек смотрит на свое изображение в зеркале, положенном на дно сосуда, наполненного водой. На какое расстояние аккомодирован глаз человека, если он находится на высоте 10 см над уровнем воды, а зеркало — на глубине 8 см под уровнем воды?

● **38-14.** В воде идут два параллельных луча 1 и 2 (рис. 38-4). Луч 1 выходит в воздух непосредственно, а луч 2 проходит сквозь горизонтальную плоскопараллельную стеклянную пластинку.

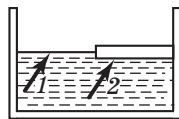


Рис. 38-4

а) Будут ли лучи 1 и 2 параллельны по выходе в воздух?

б) Выйдет ли в воздух луч 2, если луч 1 испытывает полное отражение?

▲ **38-15.** Луч падает на плоскую стеклянную пластинку толщиной 3 см под углом 70° . Определите смещение луча внутри пластинки.

● **38-16.** Пучок света проходит сквозь несколько прозрачных плоскопараллельных пластин. При каждом преломлении теряется 0,1 светового потока; внутри каждой пластины поглощается 0,2 светового потока. Какова сила света, прошедшего сквозь 5 пластин, если начальное ее значение равно 10 кд?

● **38-17.** При рассматривании предметов сквозь призму наибольшая отчетливость получается при наименьшем отклонении лучей. Почему?

● **38-18.** Приставив призму к глазу, мы видим сквозь нее прямые линии, параллельные ребру призмы, в виде дуг. Объяснить явление.

▲ **38-19.** а) Чему равен преломляющий угол у стеклянной призмы, если угол наименьшего отклонения равен преломляющему углу?

б) Каков должен быть коэффициент преломления вещества, из которого сделана призма, чтобы условие а) могло быть выполнено?

▲ **38-20.** Полая стеклянная призма с преломляющим углом 60° находится в воде. Определите угол наибольшего отклонения луча в призме. Решение поясните чертежом.

▲ **38-21.** Имеются две одинаковые призмы с преломляющими углами θ , дающие угол наименьшего отклонения ϵ_m . Как следует расположить их, чтобы луч, проходя сквозь призмы, в каждой из них отклонялся на угол ϵ_m ?

● **38-22.** У призмы с преломляющим углом 50° угол наименьшего отклонения 35° . Каким будет угол наименьшего отклонения, если погрузить эту призму в воду?

▲ **38-23.** Для получения с помощью проекционного аппарата проекций опытов в прямом, а не перевернутом виде используют «оборотную призму», преломляющий угол которой равен 90° .

Начертите, как идут в призме и за ней лучи 1 и 2, падающие на призму параллельно стороне AB (рис. 38-5). Изменяется ли расстояние между лучами? Одинаковы ли длины путей первого и второго лучей внутри стекла?

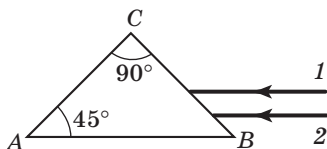


Рис. 38-5

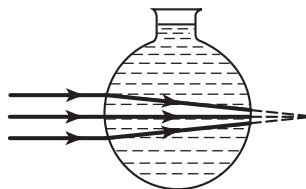


Рис. 38-6

▲ **38-24.** При каких условиях луч, падающий на первую грань стеклянной призмы в плоскости, перпендикулярной ребру преломляющего угла θ , проходит сквозь вторую грань? Рассмотрите случаи: а) $\theta \geq 2\beta_0$ (β_0 — предельный угол для стекла); б) $\theta = \beta_0$; в) $\theta < \beta_0$. Ответы поясните чертежами.

▲ **38-25.** Галó, т. е. светлые круги вокруг Солнца (или Луны), видимые в морозные дни, являются результатом преломления света в ледяных кристаллах, взвешенных в воздухе и имеющих форму шестигранных призм. Угловые радиусы кругов 22° и 46° соответствуют углам наименьшего отклонения лучей, идущих от Солнца. Какие грани в ледяных призмах образуют преломляющие углы, соответствующие этим кругам?

▲ **38-26.** В каких пределах возможно изменение угла отклонения, который может дать стеклянная призма с преломляющим углом $\theta = 60^\circ$?

● **38-27.** На тонкостенную сферическую колбу, наполненную жидкостью, падает параллельный пучок лучей света, диаметр сечения которого значительно меньше диаметра колбы. На противоположной стороне колбы пучок света освещает кружок, диаметр которого в два раза меньше диаметра пучка, падающего на колбу (рис. 38-6). Определите показатель преломления жидкости.

● **38-28.** Чему равно фокусное расстояние тонкой двояковыпуклой стеклянной линзы, если радиусы ее поверхностей одинаковы и равны 13 см?

▲ **38-29.** На рисунке 38-7 показаны сечения двух несимметричных стеклянных линз. Принимая их за тон-

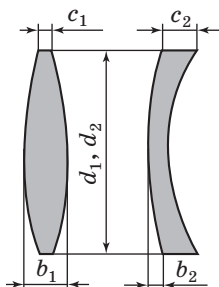


Рис. 38-7

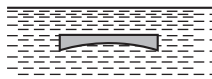


Рис. 38-8



Рис. 38-9

кие, определите оптические силы этих линз, если для первой линзы $d_1 = 40$ мм, $b_1 = 5$ мм, $c_1 = 3$ мм, для второй линзы $d_2 = 40$ мм, $b_2 = 1,5$ мм, $c_2 = 3$ мм.

● **38-30.** Оптическая сила тонкой стеклянной линзы в воздухе равна $+5,5$ дптр. Какова оптическая сила той же линзы, погруженной в воду?

● **38-31.** Тонкая стеклянная линза имеет оптическую силу $+5$ дптр. Та же линза, погруженная в жидкость, действует как линза с оптической силой -1 дптр. Определите показатель преломления жидкости.

▲ **38-32.** Тонкая плоско-вогнутая линза опущена в воду в горизонтальном положении вогнутой поверхностью вниз так, что пространство под ней заполнено воздухом (рис. 38-8). Радиус вогнутой поверхности равен 15 см. Чему равно фокусное расстояние такой системы?

▲ **38-33.** Горизонтально расположенное вогнутое зеркало заполнено водой (рис. 38-9). Радиус зеркала 60 см. Каково фокусное расстояние такой системы? Наибольшая глубина воды в зеркале мала по сравнению с радиусом сферы.

● **38-34.** На рисунке 38-10 показаны положения тонкой собирающей линзы LL и ее фокусов F_1 и F_2 . Найдите построением ход произвольного луча AB после линзы.

● **38-35.** На рисунке 38-11, a , b показаны положения оптической оси MM тонкой линзы, светящейся точки S и ее изображения S' . Найдите построением положения центра линзы и ее фокусов для обоих случаев.

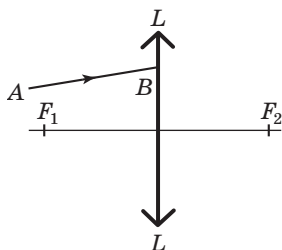


Рис. 38-10

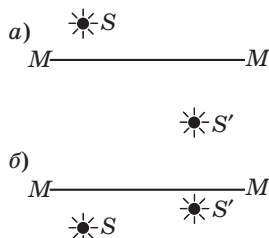


Рис. 38-11

● **38-36.** На рисунке 38-12 показаны положения оптической оси тонкой линзы LL и ход проходящего сквозь нее луча ABC . Найдите построением ход произвольного луча DE за линзой.

■ **38-37.** Чтобы найти положение изображения точки S_1 , лежащей на главной оптической оси тонкой собирающей линзы, можно выполнить следующее построение: из оптического центра линзы O восставить перпендикуляр к оси и отложить на нем фокусное расстояние линзы $OA = f$ (рис. 38-13). Затем из точки O провести прямую OK под углом 45° к оси. Из точки B пересечения продолжения S_1A и прямой OK опустить перпендикуляр на ось. Его основание есть искомая точка S_2 . Докажите правильность такого построения: а) для точек, лежащих за фокусом; б) для точек, лежащих между фокусом и линзой.

● **38-38.** Диапозитив имеет размер 8×8 см. Определите оптическую силу тонкой собирающей линзы, кото-

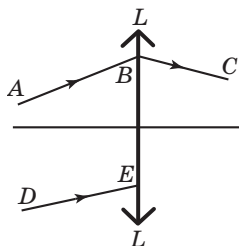


Рис. 38-12

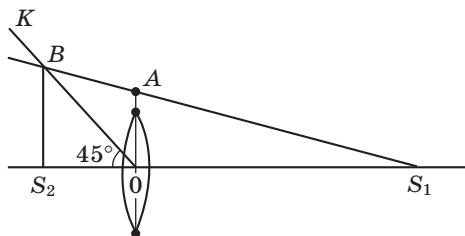


Рис. 38-13

рая может служить объективом проекционного аппарата, если изображение диапозитива на экране должно иметь размеры $1,2 \times 1,2$ м. Расстояние от объектива до экрана равно 4 м.

● **38-39.** На экране, отстоящем от объектива (тонкая линза оптической силой 5 дптр) на расстоянии 4 м, получено четкое изображение диапозитива. Экран отодвигают на 20 см. На сколько надо переместить диапозитив, чтобы восстановить четкость изображения?

▲ **38-40.** Предмет находится на расстоянии 90 см от экрана. Между предметом и экраном перемещают тонкую собирающую линзу, причем при одном положении линзы на экране получается увеличенное изображение, а при другом — уменьшенное. Каково фокусное расстояние линзы, если линейные размеры первого изображения в 4 раза больше размеров второго?

▲ **38-41.** Экран находится на расстоянии $d = 100$ см от свечи. Помещая между свечой и экраном собирающую тонкую линзу, можно получить изображение свечи на экране при двух положениях линзы, отстоящих одно от другого на расстоянии $b = 20$ см. Во сколько раз отличаются яркости изображений свечи?

● **38-42.** Точечный источник света находится на расстоянии 95 см от экрана. На каком расстоянии от источника света следует поместить линзу с фокусным расстоянием +16 см и с диаметром оправы 10 см, чтобы получить на экране ярко освещенный кружок диаметром 2,6 см? Ответ поясните чертежами.

▲ **38-43.** Солнечные лучи, падая нормально на экран, дают освещенность 10 000 лк. Перед экраном помещают: а) тонкую линзу оптической силой +5 дптр на расстоянии 60 см; б) тонкую линзу оптической силой -2 дптр на расстоянии 20 см. Определите в обоих случаях среднюю освещенность экрана в тени от линзы и в светлом кольце вокруг тени. Потерями света в линзе пренебречь.

▲ **38-44.** Лучи Солнца освещают бумагу. Как изменится освещенность бумаги, если на ней с помощью тон-

кой линзы оптической силой $+4$ дптр и диаметром оправы 6 см получить изображение Солнца?

▲ **38-45.** Фотограф снимает человека, одетого в белое платье. Определите освещенность фотопластинки в аппарате в том месте, где находится изображение человека, при следующих условиях: освещенность человека $E = 100$ лк (открытое место, пасмурный день); коэффициент отражения белой материи $r = 0,8$; светосила объектива фотоаппарата $c = \frac{1}{4,5}$; потери света в объективе составляют 10% ($\rho = 0,1$).

● **38-46.** При каком условии оптическая сила центрированной системы двух тонких линз положительна, при каком отрицательна и при каком равна нулю (т. е. система является телескопической)? Рассмотрите случаи:

- а) обе линзы собирающие;
- б) первая линза собирающая, вторая рассеивающая;
- в) первая линза рассеивающая, вторая собирающая;
- г) обе линзы рассеивающие.

Ответы поясните чертежами хода лучей.

● **38-47.** Как следует разместить две тонкие линзы с оптическими силами $+5$ дптр, чтобы оптическая сила системы была равна: а) $+8$ дптр? б) $+5$ дптр?

▲ **38-48.** Расстояние между двумя тонкими линзами, образующими телескопическую систему, равно 12 см, а увеличение равно -5 . Какова будет оптическая сила системы тех же линз, если их сложить вплотную?

▲ **38-49.** Две стеклянные линзы, находясь на некотором расстоянии друг от друга в воздухе, образуют телескопическую систему. Как надо изменить расстояние между линзами, чтобы они образовали телескопическую систему, находясь в воде?

▲ **38-50.** Лучи света проходят сквозь тонкую собирающую линзу ($D = +5$ дптр), отражаются от поставленного сзади нее плоского зеркала и вновь проходят сквозь линзу. Какова оптическая сила такой системы, если отражающая поверхность зеркала отстоит от второй главной плоскости линзы на расстоянии 6 см?

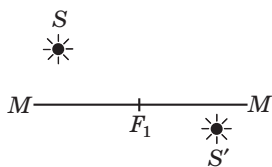


Рис. 38-14

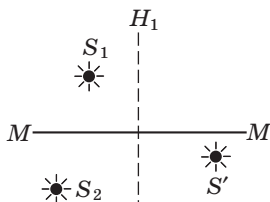


Рис. 38-15

● **38-51.** На рисунке 38-14 показаны оптическая ось MM и первый фокус F_1 толстой собирающей линзы, а также две сопряженные точки S и S' . Найдите построением положения главных плоскостей и второго фокуса линзы.

● **38-52.** На рисунке 38-15 показаны оптическая ось MM толстой собирающей линзы, ее первая главная плоскость H_1 , а также две сопряженные точки S_1 и S' . Построением найдите точку, сопряженную с произвольной точкой S_2 .

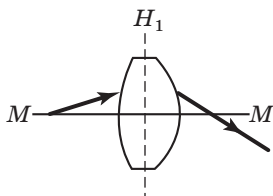


Рис. 38-16

● **38-53.** На рисунке 38-16 показаны положения оптической оси MM толстой линзы и ее первой главной плоскости H_1 , а также ход некоторого луча до и после линзы. Найдите построением фокусы линзы.

▲ **38-54.** Найдите положения главных и фокальных плоскостей

стеклянных линз (в воздухе) следующих форм:

а) передняя поверхность линзы выпуклая ($R_1 = 13$ см), задняя плоская. Толщина линзы 3,5 см;

б) обе поверхности линзы выпуклые ($R = 13$ см). Толщина линзы 3,5 см;

в) передняя поверхность линзы выпуклая ($R_1 = 6,5$ см), задняя вогнутая ($R_2 = 13$ см). Толщина линзы 3,5 см;

г) передняя поверхность линзы вогнутая ($R_1 = 6,5$ см), задняя выпуклая ($R_2 = 13$ см). Толщина линзы 3,5 см;

д) линза имеет форму шара радиусом 3,5 см.

▲ **38-55.** Какова должна быть толщина двояковыпуклой стеклянной линзы ($R_1 = R_2 = 5$ см), чтобы ее оптическая сила в воздухе была равна нулю?

▲ **38-56.** Плоские поверхности плоско-выпуклой и плоско-вогнутой линз склеены тонким слоем прозрачного клея. Коэффициенты преломления стекол, из которых сделаны линзы, равны соответственно 1,6 и 1,5. Радиусы сферических поверхностей и толщины линз одинаковы и равны соответственно 10 см и 2,4 см. Определите оптическую силу такой системы в воздухе.

▲ **38-57.** С помощью линзы, описанной в задаче **38-54**, пункт в), получено изображение пламени свечи на экране. Если повернуть линзу так, чтобы вершины выпуклой и вогнутой поверхностей поменялись местами, то для получения четкого изображения линзу придется сдвинуть. На какое расстояние?

▲ **38-58.** Две одинаковые плоско-выпуклые стеклянные линзы сложены вплотную. Радиусы сферических поверхностей равны 5 см, толщина 2,5 см. Определите оптическую силу системы в воздухе в следующих случаях:

а) плоская поверхность одной линзы приложена к плоской поверхности другой;

б) выпуклая поверхность одной линзы касается выпуклой поверхности другой;

в) выпуклая поверхность одной линзы касается плоской поверхности другой.

▲ **38-59.** Имеются два стеклянных шара диаметрами 10 см и 1 см.

а) Как следует расположить эти шары в воздухе, чтобы получилась телескопическая система?

б) Каково увеличение такой системы?

● **38-60.** Начертите примерный ход лучей от некоторой точки предмета до ее изображения на сетчатке глаза, аккомодированного на бесконечность и вооруженного: а) лупой; б) микроскопом; в) трубой Кеплера; г) трубой Галилея.

▲ **38-61.** а) Каково фокусное расстояние 2,5-кратной лупы?

б) Какое увеличение дает эта лупа, если наблюдатель рассматривает сквозь нее свой зрачок, видимый в плоском зеркале? Глаз аккомодирован на бесконечность.

▲ **38-62.** Человек рассматривает свой глаз, пользуясь вогнутым зеркалом радиусом кривизны 10 см. Глаз аккомодирован на бесконечность. Каково увеличение изображения?

● **38-63.** К микроскопу приложены объективы и окуляры с данными, указанными в таблице.

№	Объективы		Окуляры	
	Фокусное расстояние, мм	Числовая апертура		Фокусное расстояние, мм
1	18	0,20	A	36
2	4,3	0,65	B	17

а) Если установить тубус микроскопа на механическую длину 16 см, то при объективе № 1 и окуляре A микроскоп дает 56-кратное увеличение, а при объективе № 2 и окуляре B — 600-кратное. Вычислите в обоих случаях оптические интервалы микроскопа. Почему они не равны между собой?

б) Каковы будут увеличения микроскопа при тех же объективах и окулярах, если механическую длину тубуса установить равной 18 см?

● **38-64.** Фокусное расстояние объектива одного из рефракторов в Пулкове равно 14,1 м. Чему равно увеличение этого рефрактора при пользовании окуляром с фокусным расстоянием 2,5 см?

● **38-65.** Каждая трубка театрального бинокля состоит из собирающей линзы (объектив) и рассеивающей линзы (окуляр). Расстояние между линзами, которые можно считать тонкими, при аккомодации глаз на бесконечность равно 5 см. Диаметр объектива 3,6 см, окуляра 1,2 см. Увеличение бинокля равно 2,5.

а) Что получится, если посмотреть в объектив бинокля, обратив окуляр к объекту?

б) Каковы оптические силы объектива и окуляра?

в) Что более ограничивает пучок лучей, проходящих сквозь бинокль: оправа объектива или окуляра?

● **38-66.** На экране получен непрерывный спектр (с помощью щели, освещенной электрической дугой, объектива и призмы). Что будет происходить, если ширину щели постепенно увеличивать?

● **38-67.** Что видит наблюдатель, рассматривающий сквозь стеклянную призму черную черту на белой бумаге? Сделать поясняющий чертеж.

● **38-68.** При помощи объектива и стеклянной призмы с преломляющим углом 60° на экране получено окрашенное изображение щели (спектр). Определите ширину спектра при таких условиях: лучи падают на призму под углом 49° ; экран находится на расстоянии 3 м от объектива; коэффициент преломления стекла для крайних красного и фиолетового лучей равен 1,505 и 1,525 соответственно. Шириной щели можно пренебречь.

● **38-69.** Коэффициент преломления стекла для крайних красных лучей спектра $n_1 = 1,510$, а для крайних фиолетовых $n_2 = 1,531$. Определите расстояние между фокусами для красных и фиолетовых лучей двояковыпуклой тонкой линзы с радиусами преломляющих поверхностей по 15 см.

§ 39. Волновая природа света

1) Расстояние x между полосами интерференции на экране Э, находящемся на расстоянии l от двух когерентных источников света S_1 и S_2 , отстоящих друг от друга на расстоянии d (рис. 39-1),

$$x = \frac{\lambda}{2n_1 \sin u_1} = \frac{\lambda}{n_1} \frac{l}{d \cos u_1},$$

где n_1 — показатель преломления среды, в которой находится экран; $\frac{\lambda}{n_1}$ — длина световой волны в среде, в кото-

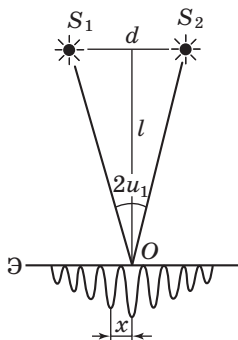


Рис. 39-1

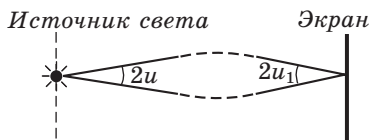


Рис. 39-2

рой находится экран; u_1 — половина угла между направлениями лучей S_1O и S_2O , образующих в данной точке экрана интерференционную картину.

Если $l \gg d$, $\cos u_1 \rightarrow 1$ и формула принимает вид

$$x = \frac{\lambda l}{n_1 d}.$$

2) Принято считать, что протяженный источник света (например, щель, сзади которой находится источник света) дает на экране достаточно четкую интерференционную картину, если интерференционные картины, образуемые крайними точками источника, сдвинуты одна по отношению к другой не более чем на 0,5 расстояния между интерференционными полосами. На основании этого для получения интерференционной картины необходимо выполнение следующего условия: линейные размеры источника света (например, ширина b щели) должны удовлетворять соотношению

$$b < \frac{\lambda}{4n \sin u},$$

где u — половина угла между направлениями лучей, исходящих из какой-либо точки источника света и сходящихся в некоторой точке экрана (рис. 39-2); n — показатель преломления среды, в которой находится источник света.

3) Эффективная оптическая разность хода лучей, отраженных под углом α от двух поверхностей тонкой пластинки толщиной d , по обе стороны которой находятся одинаковые среды, равна

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}.$$

4) Углы отклонения φ от нормали для главных максимумов, даваемых дифракционной решеткой при нормальном падении света на решетку, находящуюся в вакууме, определяются условием:

$$d \sin \varphi = k\lambda \quad (k = 0; 1; 2; \dots),$$

где d — постоянная решетки; k — порядок спектра.

Если лучи падают на решетку под углом α , то имеет место соотношение

$$d(\sin \varphi - \sin \alpha) = k\lambda.$$

5) Закон Брэгга—Вульфа для отражения рентгеновских лучей от кристалла:

$$k\lambda = 2d \sin \Theta,$$

где k — порядок спектра; λ — длина волны; d — постоянная кристаллической решетки; Θ — угол между направлением отраженного луча и гранью кристалла.

6) Разрешающая способность дифракционной решетки

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где N — общее число штрихов в дифракционной решетке.

7) Разрешающая способность оптического прибора определяется соотношением

$$b > \frac{\lambda}{2n \sin u},$$

где b — наименьшее расстояние между двумя штрихами на объекте, разрешаемое при наблюдении посредством прибора; n — показатель преломления среды, заполняющей пространство от объекта до прибора; u — половина угла между лучами, исходящими из точек объекта и попадающими в прибор.

8) Полная поляризация света, отраженного от диэлектрика, показатель преломления которого n_2 , в среду с показателем преломления n_1 , имеет место при угле падения φ (угле Брюстера), удовлетворяющем соотношению

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{n_2}{n_1}.$$

9) Интенсивность света, прошедшего сквозь поляризатор и анализатор, плоскости поляризации которых образуют угол α :

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I_0 — интенсивность поляризованного света, падающего на анализатор.

10) Угол поворота плоскости поляризации

$$\psi = \alpha d,$$

где α — постоянная вращения, зависящая от природы вещества и длины пути световых волн; d — длина пути светового луча в веществе.

Для растворов угол поворота определяется соотношением

$$\psi = [\alpha]dc,$$

где $[\alpha]$ — удельная постоянная вращения; d — длина пути луча в растворе; c — концентрация активного вещества (число граммов активного вещества в единице объема раствора).

● **39-1.** Длина волны красного луча в воде равна длине волны зеленого луча в воздухе. Вода освещена красным светом. Какой цвет видит при этом свете человек, открывший глаза под водой?

▲ **39-2.** Угол между зеркалами Френеля $\alpha = 10'$. На них падает свет от щели, находящейся на расстоянии $r = 10$ см от линии пересечения зеркал. Длина световых волн $\lambda = 0,6$ мкм. Отраженный от зеркал свет дает интерференционную картину на экране, отстоящем на расстоянии $L = 270$ см от линии пересечения зеркал.

а) Чему равно расстояние между интерференционными полосами на экране?

б) Что случится с интерференционной картиной на экране, если щель сдвинуть на расстояние $s = 2$ мм в таком направлении, что ее расстояние от линии пересечения зеркал не изменится?

в) Что случится с картиной на экране, если расстояние от щели до линии пересечения зеркал увеличить вдвое?

г) Покажите справедливость соотношения, указанного в пункте 2) введения, как условия наблюдаемости интерференционной картины, получаемой с помощью зеркал Френеля.

д) Определите наибольшую ширину щели, при которой интерференционная картина еще может наблюдаться.

е) Сколько интерференционных полос можно видеть на экране?

Примечание. Предварительно следует решить задачу 38-1.

▲ 39-3. На рисунке 39-3 изображена схема опыта с бипризмой Френеля. Лучи от источника света S (освещенная щель) проходят сквозь бипризму B и дают на экране $\mathcal{E}$ интерференционную картину. Чему равен тупой угол δ бипризмы, если при расстоянии $d = 50$ см от щели до бипризмы и расстоянии $L = 450$ см от бипризмы до экрана интерференционные полосы излучения натрия отстоят друг от друга на $x = 1,1$ мм? Показатель преломления данного сорта стекла (легкий флинт) $n = 1,578$. Длина волны света $\lambda = 590$ нм.

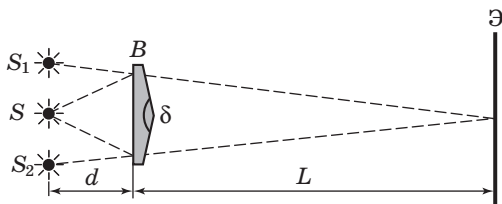


Рис. 39-3

▲ **39-4.** Лучи от источника света (накаленная нить) проходят сквозь разрезанную на две половины собирающую линзу (рис. 39-4). При этом на экране получают интерференционные полосы.

а) Объясните их происхождение.

б) Определите расстояние между темными полосами интерференции при таких данных: нить находится на расстоянии 20 см от разрезанной линзы; фокусное расстояние линзы 10 см; половинки линзы раздвинуты на расстояние 1 мм; экран находится на расстоянии 450 см от линзы; длина волны света 500 нм.

в) Каков должен быть диаметр нити для того, чтобы получилась интерференционная картина?

г) Сколько интерференционных полос видно на экране?

● **39-5.** Какова толщина мыльной пленки, если при наблюдении ее в отраженном свете она представляется зеленой ($\lambda = 500$ нм), когда угол между нормалью и лучом зрения равен 35° ? Показатель преломления мыльной воды принять равным 1,33.

▲ **39-6.** На изображении натриевого пламени ($\lambda = 589$ нм), наблюдаемом на вертикальной мыльной пленке (рис. 39-5), видны темные горизонтальные полосы. Расстояние между серединами темных полос $l = 5$ мм. Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$. Чему равен угол между поверхностями пленки?

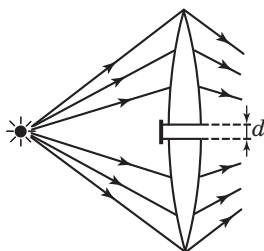


Рис. 39-4

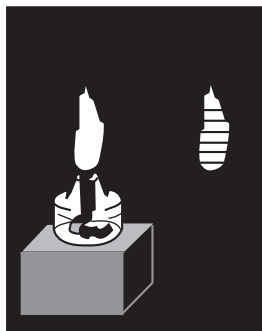


Рис. 39-5

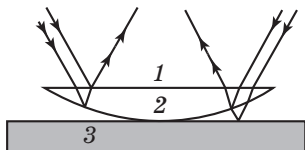


Рис. 39-6



Рис. 39-7

▲ **39-7.** а) Какова максимальная толщина d_m мыльной пленки, при которой наблюдается интерференционная картина, показанная на рисунке 39-5, если выполняются следующие условия: глаз наблюдателя находится на уровне пленки; натриевое пламя ($\lambda = 589$ нм) отстоит от наблюдаемого места пленки на расстоянии $a = 30$ см; высота пламени $b = 3$ см; свет от пламени падает на пленку под углом $\alpha = 45^\circ$?

б) Почему у свежеполученной пленки интерференционные полосы сперва не видны, а затем появляются в верхней части пленки и постепенно распространяются вниз?

в) Почему при освещении пленки белым светом видны окрашенные в разные цвета светлые полосы и при этом только в верхней части пленки?

● **39-8.** На рисунке 39-6 показано расположение линзы и пластинки из темного стекла в опыте по наблюдению колец Ньютона в отраженном свете. Свет может отразиться от следующих поверхностей: от верхней плоской поверхности 1 линзы; от выпуклой нижней поверхности 2 линзы; от плоской поверхности 3 пластинки. Почему при рассмотрении явления принимается во внимание возможность интерференции лучей, отразившихся от поверхностей 2 и 3, и не обсуждается возможность интерференции лучей, отразившихся от поверхностей 1 и 2?

▲ **39-9.** Собирающая линза положена на плоскую стеклянную пластинку, причем вследствие попадания пыли между линзой и пластинкой нет контакта (рис. 39-7). Диаметры 5-го и 15-го темных колец Ньютона, наблюдаемых в отраженном свете ($\lambda = 589$ нм), равны 0,7 и 1,7 мм. Определите радиус кривизны поверхности линзы, обращенной к пластинке.

▲ **39-10.** Стеклянная симметричная двояковыпуклая линза сложена с такой же двояковогнутой, причем получившаяся система имеет оптическую силу $D = 0,25$ дптр. Между линзами в некоторой точке имеет контакт, вокруг которого наблюдается в отраженном свете интерференционная картина.

а) Определите радиус пятого темного кольца ($k = 5$), если длина волны $\lambda = 0,6$ мкм.

б) Ответьте на тот же вопрос для случая, когда пространство между линзами заполнено водой.

▲ **39-11.** Наблюдатель отсчитывает ширину 10 колец Ньютона вдали от их центра. Она оказывается равной 0,7 мм. Ширина следующих 10 колец оказывается равной 0,4 мм. Наблюдение производится в отраженном свете при длине волны 589 нм. Определите радиус кривизны поверхности линзы.

● **39-12.** Какова будет форма интерференционных полос, если: а) цилиндрическую собирающую линзу положить на плоскую стеклянную пластинку? б) сложить две цилиндрические собирающие линзы так, чтобы их образующие составляли прямой угол?

● **39-13.** Желтая линия излучения натрия состоит из двух компонент с длинами волн 589,00 и 589,59 нм. Какое по счету темное кольцо Ньютона, соответствующее одной из этих компонент, совпадает со следующим по счету темным кольцом, соответствующим другой компоненте? Наблюдение производится в отраженном свете.

● **39-14.** На рисунке 39-8, а показана диаграмма амплитуды колебания, дошедшего до некоторой точки K от светящей точки S . Каждая половина витка спирали соответствует одной зоне Френеля. Направление прямой OM показывает фазу колебания, дошедшего от светящей точки до точки K по прямой. Отрезок OA показывает амплитуду колебания, дошедшего до точки K при полном отсутствии препятствий между точками S и K . На рисунке 39-8, б показана диаграмма, соответствующая случаю, когда между источником света S и точкой K помещена ширма с отверстием, диаметр которого со-

ответствует 2,4 первых зон Френеля. Сплошная часть спирали соответствует зонам, видимым сквозь отверстие, а пунктирная — закрытым; OB — амплитуда колебаний в точке K .

а) Начертите подобные диаграммы для случаев, когда ширма закрывает все зоны Френеля, кроме: 1) первой зоны; 2) двух первых зон; 3) трех с половиной первых зон. (Спираль следует воспроизводить приближенно.)

б) Покажите, что при отсутствии препятствий интенсивность света (освещенность) в точке K приблизительно в 4 раза меньше интенсивности света, прошедшего сквозь отверстие, пропускающее только первую зону Френеля.

в) Покажите, что интенсивность света, прошедшего сквозь отверстие, пропускающее только половину первой зоны, приблизительно в два раза больше интенсивности при полном отсутствии препятствий.

г) Начертите диаграммы, соответствующие случаям, когда: 1) первые 1,5 зоны закрыты круглым диском; 2) свет проходит сквозь кольцевое отверстие, открывающее третью и четвертую зоны; 3) третья и четвертая зоны закрыты непрозрачным кольцом.

▲ **39-15.** Точечный источник света S , излучающий свет длиной волны $\lambda = 550$ нм, освещает экран, расположенный на расстоянии $l = 11$ м от S . Между источником света S и экраном на расстоянии $a = 5$ м от экрана помещена ширма с круглым отверстием, диаметр которого $d = 4,2$ мм. Является ли освещенность в центре получающейся на экране дифракционной картины большей или меньшей, чем та, которая будет иметь место, если ширму убрать?

● **39-16.** Какова роль линзы в опытах с дифракционной решеткой?

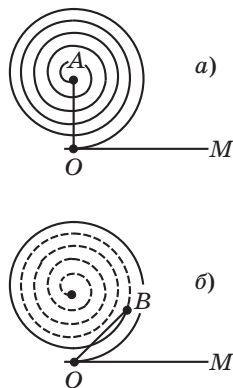


Рис. 39-8

▲ 39-17. Лучи света падают нормально на ту сторону стеклянной дифракционной решетки, где нанесены штрихи, а с другой стороны решетки производится наблюдение получающегося спектра и измерение длин волн. Лучи дифрагируют в стекле, проходят сквозь стеклянную пластинку и выходят в воздух. Следует ли отсюда, что измеряются длины волн в стекле?

▲ 39-18. Одна сторона плоскопараллельной прозрачной пластинки гладкая, а на другой имеются цилиндрические канавки одинаковой ширины (порядка 0,01 мм), вплотную прилегающие друг к другу, так что плоская поверхность отсутствует (рис. 39-9).



Рис. 39-9

а) Как влияет такая пластинка на свет, нормально падающий на ее поверхность?

б) Как изменится влияние пластинки на свет, если ее поместить в жидкость с таким же показателем преломления, как и вещество пластинки?

● 39-19. На дифракционную решетку нормально падает свет от натриевой лампы ($\lambda = 589$ нм). При этом для спектра третьего порядка получается угол отклонения $10^\circ 11'$. Какова длина волны, для которой угол отклонения во втором порядке равен $6^\circ 16'$?

● 39-20. На дифракционную решетку, имеющую 50 штрихов на 1 мм, падает нормально параллельный пучок белого света.

а) Какова разность углов отклонения конца первого и начала второго спектров? Длины крайних красных и крайних фиолетовых волн принять равными 760 нм и 400 нм.

б) Какова разность углов отклонения конца второго и начала третьего спектров?

▲ 39-21. На дифракционную решетку с постоянной 0,006 мм нормально падает монохроматический свет. Угол между спектрами первого и второго порядков равен $4^\circ 36'$. Определите длину световой волны.

● 39-22. Определите наибольший порядок спектра, который можно наблюдать с помощью дифракционной

решетки, имеющей 500 штрихов на 1 мм, если длина волны равна 590 нм. Рассмотрите два случая: а) свет падает на решетку нормально; б) свет падает под углом 30° .

▲ **39-23.** Если смотреть сквозь дифракционную решетку на отдаленную лампочку, то видна дифракционная картина. Объясните все явления, которые будут наблюдаться, если, оставляя решетку перед глазом: а) вращать ее вокруг оси, проходящей через середину решетки перпендикулярно ее плоскости; б) двигать решетку поступательно перпендикулярно прямой, направленной от лампочки к глазу, и вдоль этой прямой; в) вращать решетку вокруг оси, совпадающей с плоскостью решетки и параллельной ее штрихам; г) вращать решетку вокруг оси, совпадающей с плоскостью решетки и перпендикулярной ее штрихам.

▲ **39-24.** Две среды с показателями преломления n_1 и n_2 граничат по плоской поверхности, на которой нанесены штрихи, образующие дифракционную решетку с постоянной d . Покажите, что при длине волны, удовлетворяющей соотношению

$$\lambda > (n_1 + n_2)d,$$

лучи света проходят сквозь такую заштрихованную поверхность так же, как и сквозь гладкую.

■ **39-25.** Прозрачная пластинка покрыта с обеих сторон штрихами, образующими дифракционные решетки. На пластинку нормально падает монохроматический свет. Чем отличается влияние такой пластинки на свет по сравнению со стеклянной пластинкой такой же толщины, покрытой штрихами только с одной стороны? Рассмотрите два случая: а) толщина пластинки значительно больше постоянной решетки; б) толщина пластинки равна постоянной решетки.

▲ **39-26.** Рентгеновские лучи от палладиевого антикатада падают на грань (100) кристалла хлористого натрия и отражаются под углом $5,9^\circ$.

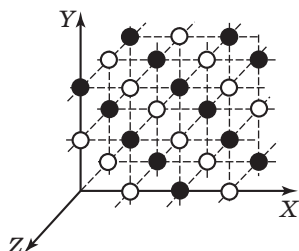


Рис. 39-10

а) Определите длину падающей волны, зная, что решетка хлористого натрия имеет вид, показанный на рисунке 39-10, на котором белые кружки соответствуют положениям центров ионов натрия, а черные — хлора. Грань (100) параллельна плоскости YZ .

б) Под каким углом должно происходить отражение первого порядка для грани (110)? (Эта грань параллельна оси Z и отсекает от осей X и Y равные отрезки.)

● **39-27.** Какой должна быть длина дифракционной решетки, имеющей 50 штрихов на 1 мм, чтобы в спектре второго порядка можно было раздельно различить две компоненты линии натрия длинами волн 580 нм и 589,6 нм?

● **39-28.** Диаметр зрачка человеческого глаза может меняться от 2 до 8 мм. Чем объяснить, что максимальная острота зрения имеет место при диаметре зрачка 3—4 мм?

● **39-29.** Человеческий глаз с нормальным зрением может видеть на расстоянии 10 м раздельно два параллельных штриха на белой бумаге, отстоящих друг от друга на 3 мм. При остром зрении расстояние между раздельно видимыми штрихами уменьшается до 2 мм. Соответствуют ли эти данные разрешающей способности глаза, вычисленной по формуле пункта 7 введения? Принять для расчета диаметр зрачка равным 3 мм, длину световых волн 600 нм.

● **39-30.** Предположим, что диаметр зрачка при наблюдении в призматический бинокль с 8-кратным увеличением равен 5 мм. Каким должен быть диаметр оправы объектива, чтобы увеличение разрешающей силы, получающейся при пользовании биноклем, по сравнению с невооруженным глазом было тоже 8-кратным?

● **39-31.** Определите показатель преломления в следующих случаях:

а) для непрозрачной эмали угол полной поляризации при отражении оказался равным 58° ;

б) для прозрачного вещества угол полной поляризации (при падении света извне) оказался равным предельному углу (наименьшему углу, при котором получается полное отражение).

▲ **39-32.** Найдите угол полной поляризации при отражении света от границы стекло — вода.

▲ **39-33.** Каким должен быть преломляющий угол у стеклянной призмы, чтобы углы входа и выхода луча из нее были равны углу полной поляризации? Каков при таком преломляющем угле угол наименьшего отклонения?

▲ **39-34.** Естественный луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку. Угол падения равен углу полной поляризации. При таком угле падения на стекло интенсивность отраженного луча 1 составляет примерно 0,1 от интенсивности падающего естественного света. Определите интенсивности естественного и поляризованного света в лучах, обозначенных цифрами 2, 3, 4 на рисунке 39-11, приняв интенсивность падающего луча за единицу. Поглощением света в пластинке пренебречь.

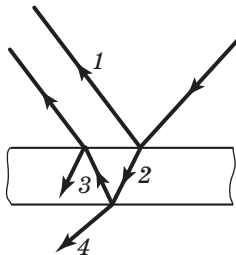


Рис. 39-11

● **39-35.** Пусть поглощение света в николе таково, что наибольшая интенсивность поляризованного света, прошедшего сквозь николь, равна 90% интенсивности поляризованного света, падающего на него.

а) Во сколько раз уменьшается интенсивность естественного света при прохождении его сквозь два николя, плоскости поляризации которых составляют угол 63° ?

б) Во сколько раз уменьшается интенсивность света, если, кроме двух николей, упомянутых в условии а), свет

проходит еще сквозь один николю, направление плоскости поляризации которого такое же, как для первого николя?

■ **39-36.** Две стопы стеклянных пластинок, используемые как поляризаторы, при параллельных плоскостях поляризации пропускают в $n = 16$ раз больше света, чем при скрещенных плоскостях.

а) Определите степень поляризации p (отношение интенсивности поляризованного света к общей интенсивности прошедшего света), которую создает каждая стопа в отдельности.

б) Какова будет степень поляризации p' , если число стеклянных пластинок в каждой стопе удвоить?

● **39-37.** Определите толщину кварцевой пластинки, для которой угол поворота плоскости поляризации света длиной волны 509 нм равен 180° . Постоянная вращения в кварце для этой длины волны $\alpha = 29,7 \text{ угл. град} \cdot \text{мм}^{-1}$.

▲ **39-38.** Монохроматический свет ($\lambda = 404,7 \text{ нм}$) проходит сквозь поляроид P (рис. 39-12) и падает на кварцевую пластинку K , имеющую форму клина, угол между гранями которого $\Theta = 7^\circ 48'$. Направление оптической оси в кварце показано штриховкой. Лучи света проходят в кварце пути порядка нескольких миллиметров. Постоянная вращения для указанной длины волны в

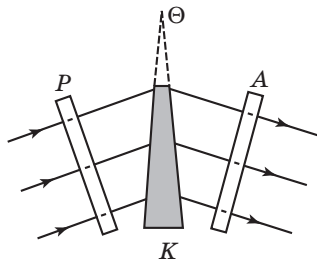


Рис. 39-12

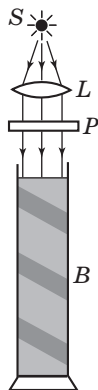


Рис. 39-13

кварце $\alpha = 48,9$ угл. град $\cdot$ мм $^{-1}$. Какая картина видна наблюдателю, который смотрит сквозь второй поляроид A ?

▲ 39-39. На рисунке 39-13 показана схема демонстрационного опыта выдающегося русского физика Н. А. Умова. Свет от источника S проходит сквозь поляризатор (поляроид) P , а затем идет сверху вниз сквозь слегка замутненный раствор сахара в стеклянном сосуде B . В сосуде видна темная винтообразно расположенная полоса.

а) Объясните явление.

б) Какова длина шага темного винта в растворе при следующих условиях: раствор содержит 650 г сахара на 1 л воды; плотность раствора 1,32 г/см ^{3} ; освещение раствора производится светом длиной волны 521 нм, для которого постоянная вращения $\alpha = 87$ угл. град $\cdot$ дм $^{-1}$?

§ 40. Квантовые явления в оптике

1) Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu,$$

где h — постоянная Планка; ν — частота.

2) Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - A,$$

где m и v — масса и скорость вылетевшего электрона; A — работа выхода электрона из металла.

3) Давление света при нормальном падении на поверхность с коэффициентом отражения r

$$p = \frac{I}{c}(1 + r),$$

где I — интенсивность света; c — скорость света.

4) Движению частицы со скоростью v соответствует волновой процесс, причем длина волны

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

где m — масса частицы.

5) Длина волны излучения водородоподобного иона с порядковым номером Z при переходе из состояния с главным квантовым числом n_2 в состояние с главным квантовым числом $n_1 < n_2$ определяется формулой Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где $R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3}$ — постоянная Ридберга (m — приведенная масса ядра и электрона); e — заряд электрона.

● 40-1. а) Определите энергию одного фотона: 1) для красного света ($\lambda = 600$ нм); 2) для жестких рентгеновских лучей ($\lambda = 0,1$ нм).

б) При каких температурах средняя энергия теплового движения (на одну степень свободы) молекул равна энергии указанных фотонов?

● 40-2. Лампочка карманного фонаря потребляет мощность 1 Вт. Приняв, что эта мощность рассеивается во всех направлениях в виде излучения и что средняя длина волны излучения лампочки равна 1 мкм, определите число фотонов, падающих на 1 см^2 площадки, поставленной перпендикулярно лучам на расстоянии 10 км, в течение 1 с.

● 40-3. Определите наибольшую длину световой волны, при которой наблюдается фотоэффект: а) для платины; б) для цезия.

● 40-4. Определите максимальную скорость электрона, вылетевшего из цезия при освещении его светом длиной волны 400 нм.

▲ 40-5. Селеновый фотоэлемент имеет чувствительность по току, равную 200 мкА/лм. Принимая, что такая же чувствительность имеет место при освещении фотоэлемента монохроматическим светом длиной волны 551 нм, определите, сколько фотонов приходится на 1 электрон, участвующий в фототоке.

Указание. Принять во внимание пункт 4 введения к § 37.

● **40-6.** Наименьшая длина рентгеновских лучей, получаемых с помощью трубки, работающей под напряжением U , вычисляется по формуле: $\lambda_0 = \frac{A}{U}$, где A — постоянная, зависящая от выбора единиц. Определите значение A при условии, что λ выражена в нм, а U — в кВ.

▲ **40-7.** Излучение рентгеновской трубки падает на кристалл кальцита (CaCO_3). Наименьший угол между плоскостью кристалла и пучком рентгеновских лучей, при котором можно наблюдать отражение, равен $2^\circ 36'$. Постоянная решетки кальцита равна $3,04 \cdot 10^{-8}$ см. Под каким напряжением работает рентгеновская трубка?

▲ **40-8.** а) Определите давление излучения Солнца на поверхность черного тела, помещенного на таком же расстоянии от Солнца, как и Земля. Угол падения равен нулю. Солнечная постоянная (интенсивность солнечной радиации за пределами атмосферы) равна $1,35 \cdot 10^3$ Вт/м².

б) Произведите тот же расчет: 1) для тела с идеально отражающей поверхностью; 2) для стеклянной пластинки, отражающей 4% и поглощающей 6% падающей на нее энергии.

▲ **40-9.** Часть стенки колбы электролампы накаливания, представляющей собой сферу радиусом 4 см, посеребрена. Лампа потребляет мощность 50 Вт, из которых 90% затрачивается на излучение. Что больше: давление газа в колбе ($1,33 \cdot 10^{-6}$ Па) или световое давление на стенки?

▲ **40-10.** Свет падает на плоскую пластинку под углом $\alpha \neq 0$. В каком направлении будет отталкиваться пластинка: а) если ее поверхность поглощает весь свет? б) если поверхность зеркально отражает свет?

■ **40-11.** В вакууме подвешена плоская металлическая пластинка, с одной стороны блестящая ($r = 1$), с другой зачерненная ($r = 0$). Ее освещают нормально падающим светом большой интенсивности. Найдите отношение сил, действующих на пластинку, при освещении блестящей и черной ее сторон.

▲ **40-12.** Предположим, что находящаяся в вакууме пылинка под давлением световых лучей движется с ускорением. За счет чего увеличивается ее кинетическая энергия? Рассмотрите случаи: а) пылинка отражает все лучи; б) пылинка поглощает все лучи.

● **40-13.** Определите длины волн для волновых процессов, соответствующих движению: а) альфа-частицы со скоростью 5000 км/с; б) молекул кислорода со средней скоростью, соответствующей температуре 27 °С.

● **40-14.** Электроны, падающие на алюминиевую фольгу, дают дифракционную картину, причем угловое отклонение спектра первого порядка равно $1,1^\circ$. Постоянная решетки алюминия равна 0,405 нм. Какова скорость электронов?

● **40-15.** В электронном микроскопе электроны ускоряются разностью потенциалов 90 кВ. Какова может быть апертура микроскопа, если требуется рассмотреть объект, детали которого имеют размеры примерно 1 нм?

▲ **40-16.** В 1913 г. Н. Бор предложил модель атома водорода, сыгравшую роль первого наброска современной теории строения атомов. По этой модели атом водорода состоит из положительно заряженного ядра (протон), вокруг которого обращается по окружности электрон. Устойчивым является движение электрона лишь по тем орбитам, для которых момент импульса равен или кратен постоянной Планка, деленной на 2π :

$$mvr = n \frac{h}{2\pi},$$

где m — масса электрона; v — его скорость; r — радиус орбиты; $n = 1; 2; 3$ и т. д. Каждой орбите соответствует определенный уровень энергии атома, так что при поглощении атомом энергии или при испускании ее электрон переходит с одной орбиты на другую.

а) Покажите, что приведенное выше условие устойчивости движения электрона равносильно требованию,

чтобы на орбите электрона укладывалось целое число стоячих волн де Бройля электрона.

б) Найдите радиус орбиты электрона, соответствующий наименьшему уровню энергии атома водорода.

в) Определите работу ионизации атома водорода, т. е. полного удаления электрона с первой орбиты.

г) Определите длину волны спектра испускания атомарного водорода λ_n , излучаемой при переходе электрона с орбиты с $n_2 = 4$ на орбиту с $n_1 = 2$. Каково изменение скорости атома водорода?

д) Определите длину волны спектра испускания ионизованного гелия, соответствующего переходу электрона с орбиты $n_2 = 4$ на орбиту с $n_1 = 2$.

● **40-17.** Пользуясь формулой Бальмера, рассчитайте коротковолновую и длинноволновую границы первых четырех серий спектра атомарного водорода (серий Лаймана, Бальмера, Пашена и Брэкетта).

● **40-18.** Сколько спектральных линий будет испускать атомарный водород, который возбуждают на четвертый уровень? В каком диапазоне длин волн лежат искомые линии?

▲ **40-19.** Учítывая, что в постоянную Ридберга R входит приведенная масса ядра и электрона, найдите разность длин волн головных линий серии Лаймана для атомов легкого и тяжелого водорода (дейтерия). На сколько электронвольт отличаются работы ионизации для этих атомов?

● **40-20.** В спектре некоторого атома известны длины волн трех линий, принадлежащих одной и той же серии: λ_1 , λ_2 и λ_3 ($\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$). Какие спектральные линии можно предсказать еще? Будут ли они принадлежать той же серии?

§ 41. Законы излучения

1) Тело, поглощающее падающий на него поток электромагнитных волн полностью, называется абсолютно черным телом или полным излучателем. Коэффициент

поглощения абсолютно черного тела равен единице для волн всех частот ($A = 1$).

Тела, поглощающие падающие на них потоки волн частично ($A < 1$), называются нечерными. У нечерных тел коэффициент A зависит от частоты. Воображаемые тела, у которых коэффициент A для всех частот имеет одно и то же значение, называются серыми.

2) Стенки замкнутой полости внутри любого тела являются абсолютно черными (полным излучателем), если температура их всюду одна и та же. Любое тело той же температуры внутри полости тоже является полным излучателем. Свойства стенок незамкнутой полости тем ближе к свойствам полного излучателя, чем меньше площадь отверстия по сравнению с общей площадью стенок полости.

3) Мощность излучения с единицы площади нечерного тела в интервале частот от ν до $\nu + \Delta\nu$

$$\Delta i_\nu = A \Delta J_\nu,$$

где A — коэффициент поглощения в том же интервале частот; ΔJ_ν — мощность излучения с единицы площади полного излучателя (абсолютно черного тела) в том же интервале (закон Кирхгофа).

4) Суммарная мощность излучения с единицы площади полного излучателя, имеющего температуру T (закон Стефана—Больцмана),

$$J = \sigma T^4,$$

где σ — постоянная Стефана—Больцмана.

5) Суммарная мощность излучения с единицы площади нечерного тела

$$J = \epsilon \sigma T^4,$$

где ϵ — коэффициент полного излучения данного тела, равный, согласно закону Кирхгофа, коэффициенту суммарного поглощения тела и зависящий от природы тела и его температуры. У серых тел ϵ не зависит от температуры.

6) Формула Планка для функции распределения мощности полного излучателя по интервалам частот

$$E(\nu) = \frac{\Delta J_\nu}{\Delta \nu} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)},$$

где h — постоянная Планка; k — постоянная Больцмана.

7) Связь между температурой полного излучателя и длиной волны, соответствующей максимуму функции распределения мощности полного излучателя по интервалам длин волн (закон смещения Вина):

$$\lambda_0 T = C,$$

где C — постоянная.

Указание. При решении задач об излучении вольфрама следует использовать сведения, приведенные в таблице XXIX.

● **41-1.** Мощность излучения с поверхности Земли в космос принимается равной $91 \cdot 10^4$ Вт/м².

а) Какова температура абсолютно черного тела, имеющего ту же мощность излучения?

б) Чему равен коэффициент полного излучения тела, если при температуре 15 °С (средняя температура поверхности Земли) оно имеет ту же мощность излучения?

● **41-2.** Вольфрамовая нить накаливается в вакууме током 1 А до температуры 1000 К. При какой силе тока нить накалится до 3000 К? При расчете пренебречь потерями энергии вследствие теплопроводности подвесов нити и обратным излучением окружающих тел.

● **41-3.** Вольфрамовая нить диаметром 0,1 мм соединена последовательно с другой вольфрамовой нитью. Нити накаливаются в вакууме током, причем первая нить имеет температуру 2000 К, а вторая — 3000 К. Каков диаметр второй нити?

▲ **41-4.** Температура волоска электрической лампы, питаемой переменным током, колеблется. Разница между наибольшей и наименьшей температурами накала

вольфрамового волоска электрической лампы (15 Вт, 120 В) при переменном токе (50 Гц) оценивается в 80 К. Во сколько раз изменяется общая мощность излучения вследствие колебания температуры, если среднее ее значение равно 2300 К? Принять, что вольфрам излучает как серое тело.

▲ 41-5. При работе радиоламп происходит разогревание анода вследствие бомбардировки его электронами. Рассеяние энергии происходит в основном в виде излучения, рассеяние посредством теплопроводности подводящих частей незначительно. Определите допустимую силу анодного тока в лампе, работающей под напряжением 400 В. Анод сделан из никеля; он имеет форму цилиндра длиной 4 см и диаметром 1 см. Принять, что энергия рассеивается только с наружной поверхности цилиндра и что нагревание анода до 1000 К является допустимым. При этой температуре коэффициент полного излучения никеля равен 0,2.

■ 41-6. Вольфрамовый волосок диаметром 0,1 мм находится в вакууме. Волосок накален до 2500 К.

а) На сколько температура волоска на его оси отличается от температуры его поверхности, если теплопроводность вольфрама при 2500 К равна $148 \text{ Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$?

б) Какой ток идет по волоску?

▲ 41-7. Интенсивность солнечной радиации вблизи Земли за пределами ее атмосферы (солнечная постоянная) равна $J = 1,35 \cdot 10^3 \text{ Вт}/\text{м}^2$. Принимая, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, определите температуру его излучающей поверхности.

▲ 41-8. Определите диаметр сферической космической частицы, если действующие на нее силы светового давления и притяжения к Солнцу взаимно уравновешиваются. Частица состоит из железа. Температуру Солнца принять равной $T_C = 6000 \text{ К}$.

▲ 41-9. Сплошной, проводящий теплоту шар расположен в другом, полом; коэффициент поглощения наружной поверхности второго шара равен нулю. Если температуры обоих шаров одинаковы, то второй излучает

энергии больше, чем первый, так как его излучающая поверхность больше. Как это согласуется со вторым началом термодинамики?

● **41-10.** Муфельная печь потребляет мощность 0,5 кВт. Температура ее внутренней поверхности при открытом отверстии диаметром 5 см равна 700 °С. Какая часть потребляемой мощности рассеивается стенками?

● **41-11.** Согласно определению в СИ 1 лм есть световой поток, излучаемый абсолютно черным телом с площади 0,5305 мм² при температуре затвердевающей платины (2042 К). Какая доля энергии этого излучателя приходится на видимую область спектра?

● **41-12.** Вольфрамовая нить диаметром 0,1 мм натянута в вакууме по оси трубки, длина которой во много раз больше ее диаметра. Температура трубки поддерживается равной 700 К. По нити течет ток, вследствие чего ее температура на 300 К выше температуры трубки. Определите силу тока.

При расчете принять, что интегральный коэффициент поглощения вольфрамом обратного излучения трубки равен коэффициенту полного излучения вольфрама при той же температуре.

▲ **41-13.** Колосниковая решетка площадью 2 м² окружена железными стенками. Температура угля на решетке равна 1300 К, температура стенок 600 К. Коэффициенты поглощения угля и окисленного железа можно считать равными 0,9. Вычислите количество теплоты, передаваемое от решетки к стенкам за 1 ч путем излучения.

■ **41-14.** Лучи Солнца собираются с помощью линзы светосилой $\frac{d}{f} = 0,5$ на маленькое

отверстие полости, стенки которой изнутри зачернены, а снаружи блестящие (рис. 41-1). Диаметр отверстия меньше диаметра изображения Солнца. Пренебрегая потерями энергии при прохождении солнечных лучей сквозь атмосферу и линзу, а также количе-



Рис. 41-1

ством теплоты, проходящим сквозь стенки полости, определите температуру T внутри полости. Температуру поверхности Солнца принять равной $T_C = 6000$ К.

■ **41-15.** Внутри солнечной системы на таком же расстоянии R от Солнца, как и Земля, находится частица сферической формы. Принимая, что Солнце излучает как абсолютно черное тело с температурой $T_C = 6000$ К и что температура T частицы во всех ее точках одинакова, определите ее температуру, исходя из следующих предположений:

- а) частица обладает свойствами серого тела;
- б) частица поглощает и излучает только лучи длиной волны, близкой к $\lambda = 500,0$ нм;
- в) частица поглощает и излучает только лучи длиной волны, близкой к $\lambda = 5$ мкм.

▲ **41-16.** В афелии Земля находится на 3,3% дальше от Солнца, чем в перигелии. Принимая Землю за серое тело со средней температурой 288 К, определите разность температур, которые Земля имеет в афелии и перигелии.

▲ **41-17.** В электрической лампе вольфрамовый волосок диаметром $d = 0,05$ мм накаливается при работе лампы до $T_1 = 2700$ К. Через какое время после выключения тока температура волоска упадет до $T_2 = 600$ К? При расчете принять, что волосок излучает как серое тело с коэффициентом поглощения $A = 0,3$. Пренебречь всеми другими причинами потери теплоты и обратным излучением стенок комнаты.

■ **41-18.** В каком случае лампа накаливания дает больше света: когда она работает на постоянном токе или на переменном, эффективное напряжение которого равно напряжению постоянного тока?

● **41-19.** Как изменилась бы энергия, излучаемая Солнцем, если бы одна часть его поверхности немного охладилась, а другая на столько же нагрелась?

▲ **41-20.** Напишите формулы, выражающие функции распределения излучения абсолютно черного тела:

а) по интервалам длин волн; б) по интервалам логарифмов частот; в) по интервалам логарифмов длин волн. Покажите, что при заданной температуре максимумы функций распределения по интервалам частот и по интервалам длин волн соответствуют разным длинам волн, а максимумы функций распределения по интервалам логарифмов этих величин соответствуют одинаковым длинам волн.

▲ **41-21.** Определите длины волн, соответствующих максимумам функции распределения по интервалам длин волн в следующих случаях:

а) Волосок софитной лампы (рис. 41-2) имеет длину $l = 15$ см и диаметр $d = 0,03$ мм. Потребляемая мощность $P = 10$ Вт, из нее вследствие теплопроводности рассеивается мощность P_1 , составляющая около 2 Вт. Принять, что волосок излучает как серое тело с коэффициентом поглощения $A = 0,3$.

б) Та же лампа помещается в металлический цилиндр, с поверхности которого, равной 150 см^2 , рассеивается указанная выше мощность. Принять, что потери на теплопроводность и коэффициент поглощения не изменились.



Рис. 41-2

▲ **41-22.** На экране получен спектр от положительного кратера вольтовой дуги, имеющего температуру 4000 К . Определите отношение x между мощностями излучения, падающего на участки экрана, соответствующие длинам волн от 695 до 705 нм (участок красного цвета) и от 395 до 405 нм (участок фиолетового цвета). Принять, что кратер излучает как черное тело. Поглощение в стекле и воздухе одинаково для красных и фиолетовых лучей.

■ **41-23.** В длинной ($L = 100 \text{ м}$) вращающейся печи диаметром $D = 1 \text{ м}$ поддерживается температура 1200 К на холодном конце трубы и 1300 К на горячем. Определите поток теплоты вдоль оси, обусловленный лучистым теплообменом. Стенки считать черными. Допустимо ограничиться приближенной оценкой ($\pm 50\%$ точности).

§ 42. Внутриядерные явления и теория относительности

1) Число радиоактивных атомов, распадающихся за промежуток времени dt , пропорционально числу имеющих атомов n и промежутку времени:

$$dn = -\lambda n dt = -\frac{\ln 2}{T} n dt,$$

где λ — постоянная распада; T — период полураспада.

Число материнских атомов убывает с течением времени по закону:

$$n = n_0 e^{-\lambda t}$$

(n_0 — начальное число материнских атомов).

2) Если количества материнского и дочернего радиоактивных веществ с течением времени не меняются (установилось радиоактивное равновесие), то имеет место соотношение

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2.$$

3) Активность радиоактивного препарата

$$A = \frac{dn}{dt} = A_0 e^{-\lambda t},$$

где $A_0 = \lambda n_0$ — начальная активность.

Единицей активности в СИ является беккерель (Бк); 1 Бк — это активность препарата, в котором происходит 1 распад в секунду. Часто употребляется внесистемная единица активности — Кюри (Ки):

$$1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}.$$

4) Радиус ядра с массовым числом A определяется эмпирической формулой

$$R = 1,4 \sqrt[3]{A} \text{ фм}$$

(1 фм = 10^{-15} м).

5) Изменение энергии E , соответствующее изменению массы на величину m ,

$$E = mc^2,$$

где c — скорость света.

5) Энергия связи атомного ядра с зарядовым числом Z и массовым числом A

$$E_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]c^2,$$

где m_p , m_n , $m_{\text{я}}$ — масса протона, нейтрона и ядра соответственно.

Для расчетов удобнее пользоваться формулой:

$$E_{\text{св}} = [Z\Delta_{\text{H}} + (A - Z)\Delta_n - \Delta] \cdot 931,502 \text{ МэВ},$$

где Δ_{H} , Δ_n и Δ — избытки масс атома водорода, нейтрона и атома, содержащего данное ядро. (Избыток массы — это разность между массой атома, выраженной в атомных единицах массы, и его массовым числом A .)

6) Поглощенная доза — энергия ионизирующего излучения, поглощенная единицей массы облученного тела.

● **42-1.** Вследствие радиоактивного распада уран ${}^{238}_{92}\text{U}$ превращается в свинец ${}^{206}_{82}\text{Pb}$. Сколько α - и β -превращений при этом испытывает уран?

● **42-2.** За какой промежуток времени из 10^7 атомов актиния распадается один атом?

▲ **42-3.** Определите среднюю продолжительность τ жизни изотопа атома полония ${}^{218}_{84}\text{Po}$ — одного из продуктов распада радия (рис. 42-1)

▲ **42-4.** Крупинка, содержащая радий, находится на расстоянии 1,2 см от флуоресцирующего экрана. Какое количество радия имеется в ней, если в течение 1 мин на площади экрана, равной $0,02 \text{ см}^2$, видно 47 сцинтил-

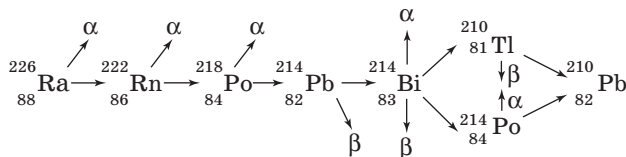


Рис. 42-1

лящий? Продукты распада радия очень быстро отсасываются насосом. Принять, что все испускаемые при распаде атомов радия α -частицы вылетают из крупинки.

▲ 42-5. Натрий $^{23}_{11}\text{Na}$, облучаемый дейтонами, превращается в радиоактивный изотоп натрия $^{24}_{11}\text{Na}$ с периодом полураспада 15,5 ч. Какая доля первоначального количества радиоактивного натрия останется через сутки, если прекратить облучение дейтонами?

● 42-6. Определите отношение количества радия к количеству урана в древних минералах.

▲ 42-7. На рисунке 42-1 показана схема превращения радия $^{226}_{88}\text{Ra}$ в свинец $^{210}_{82}\text{Pb}$. Сколько α -частиц испускает за 1 с смесь 1 мг радия со всеми продуктами распада, указанными на схеме, если установилось радиоактивное равновесие?

▲ 42-8. Определите объем радона, активность которого 1 Ки, при нормальных условиях.

▲ 42-9. Измерения показывают, что сила ионизационного тока насыщения в присутствии в воздухе радона активностью 1 мКи равна 0,92 мкА. Сколько ионов производит в воздухе каждая α -частица, испускаемая радоном?

● 42-10. Определите энергию, соответствующую массе покоящегося электрона (собственная энергия электрона).

● 42-11. Определите среднюю плотность ядра и среднюю объемную плотность его электрического заряда.

● 42-12. а) Определите энергии связи ядер гелия ^4_2He и дейтона ^2_1H .

б) Какую энергию надо затратить, чтобы расщепить ядро гелия на два дейтона?

▲ 42-13. Рассчитайте энергии связи нейтрона и протона в ядре изотопа бора $^{11}_5\text{B}$. Объясните причину их различия.

● **42-14.** Определите энергию, выделяющуюся при образовании двух α -частиц в результате синтеза ядер дейтерия ${}^2_1\text{H}$ и лития ${}^6_3\text{Li}$, если удельные (т. е. приходящиеся на один нуклон) энергии связи ядер дейтерия, гелия и лития равны соответственно 1,11, 7,08 и 5,33 МэВ.

● **42-15.** Исследуйте энергетическую возможность самопроизвольных распадов изотопов: а) бериллия ${}^8_4\text{Be}$ на две α -частицы; б) углерода ${}^{12}_6\text{C}$ на три α -частицы.

● **42-16.** Ядро протактиния ${}^{215}_{91}\text{Pa}$ испускает α -частицы с кинетической энергией 8,09 МэВ. Найдите скорость α -частицы и скорость отдачи дочернего ядра, а также энергию, выделяющуюся при α -распаде этого ядра.

▲ **42-17.** При бомбардировке лития протонами с энергией 1 МэВ образуются две α -частицы. Определите скорость этих частиц для случая, когда направления их вылета образуют одинаковые углы с направлением полета протона.

■ **42-18.** Мишень, содержащая дейтерий (такой мишенью может служить «тяжелый лед»), бомбардируется дейтонами. При ударе дейтона в ядро дейтерия к дейтерию присоединяется один электрон и образуются легкий изотоп гелия ${}^3_2\text{He}$ и нейтрон. Какова энергия E_2 нейтрона, если энергия дейтона перед ударом $E_1 = 0,6$ МэВ и если скорость нейтрона направлена перпендикулярно скорости ударяющего дейтона?

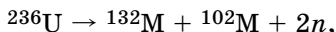
● **42-19.** Облучение нейтронами некоторых тяжелых атомов вызывает деление их ядер на две различные, близкие по массам, разлетающиеся с громадными скоростями частицы. В дальнейшем эти частицы, выбрасывая нейтроны и испытывая β -превращения, превращаются в ядра атомов со средними номерами.

а) Допустив в качестве примера, что в результате деления ядра изотопа урана ${}^{235}_{92}\text{U}$ появятся ядра рубидия

$^{85}_{37}\text{Rb}$ и цезия $^{133}_{55}\text{Cs}$, оцените выделяющуюся при этом энергию по изменению энергии электрического поля, рассматривая ядра атомов как шары с равномерно распределенным по их объему зарядом.

б) Приняв, что средняя энергия, выделяющаяся при делении одного атома $^{235}_{92}\text{U}$, равна 200 МэВ, определите количество угля теплотворной способностью $29,3 \cdot 10^6$ Дж/кг, эквивалентное энергии, выделяющейся при делении 1 кг урана.

● 42-20. Найдите энергию распада



если энергия связи на 1 нуклон составляет 7,6 МэВ для урана и 8,5 МэВ для элементов в середине периодической системы.

● 42-21. Определите дозу облучения при поглощении энергии γ -излучения ^{60}Co (энергию E кванта принять равной 1,3 МэВ) в объеме, содержащем массу вещества $m = 70$ кг. Время облучения $t = 1$ сут, активность поглощенного излучения $A = 100$ мКи (милликури).

■ 42-22. Вычислите разность энергий связи зеркальных ядер серы $^{33}_{16}\text{S}$ и хлора $^{33}_{17}\text{Cl}$, если известно, что масса атома ^{33}S меньше массы атома ^{33}Cl на $\Delta m = 0,00599$ а. е. м. Сравните полученное значение с разностью энергий кулоновского отталкивания в этих ядрах. Считать, что заряд распределен по объему ядер равномерно.

● 42-23. Критическая масса сплава, содержащего $^{235}_{92}\text{U}$, при температуре 15°C составляет 150 кг (рассматривается шар, помещенный в большом удалении от стенок комнаты). Линейный коэффициент расширения сплава $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Найдите критическую массу при 25°C .

● 42-24. Импульсный реактор для генерации незамедленных нейтронов деления состоит из двух выполненных из ^{239}Pu деталей, общая масса которых $m = 8$ кг.

Эти детали приводят в сближение, обеспечивающее надкритическое состояние. Цепная реакция прекращается из-за теплового расширения, когда температура ^{239}Pu повысится (в среднем по объему) на $\Delta t = 50^\circ\text{C}$. Сколько нейтронов выдает реактор за импульс? Удельную теплоемкость ^{239}Pu принять равной $c = 10^2 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Кинетическую энергию осколков деления принять равной $E = 170 \text{ МэВ}$; среднее число нейтронов деления $\nu = 3$.

▲ 42-25. Два самолета, летящие на одной высоте с одинаковой скоростью v_0 , одновременно вылетают из точки, расположенной на экваторе, и облетают Землю по экватору в противоположных направлениях — с востока на запад и с запада на восток. На борту самолетов установлены сверхточные атомные часы. Чему равна разность показаний часов к концу полета?

■ 42-26. Найдите конечную скорость ракеты, у которой скорость истечения газа из сопла равна c . Начальная масса ракеты с топливом m_0 , конечная масса m_1 . Начальная скорость ракеты равна нулю.

■ 42-27. Фотон с энергией E поглощается покоящимся протоном с образованием пары протон — антипротон по реакции

$$p + \gamma \rightarrow p + p + \bar{p}.$$

Найдите порог этой реакции.

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

К § 1

1-1. а) В течение времени от 0 до 10 с — ускоренное, от 10 с до 20 с — замедленное;

б) $t = 10$ с; г) 4 м/с и 5,4 м/с.

1-3. б) 150 м.

1-5. От 0 до 3,3 м — ускоренное, от 3,3 до 9 м — равномерное, далее замедленное.

1-6. б) Площадь, ограниченная кривой и осью абсцисс, показывает половину разностей квадратов скоростей, соответствующих конечному и начальному моментам движения.

в) Начальная и конечная скорости равны.

1-7. Нет.

1-8. а) Обозначим угол между направлением, в котором виден автомобиль, и направлением, по которому должен бежать человек, буквой α . Пусть человек прибежит к некоторому месту дороги через время τ_2 , а автомобиль приедет туда же через время τ_1 . Пользуясь рисунком 1-14, находим

$$\sin \alpha = \frac{hv_1\tau_1}{bv_2\tau_2}.$$

По условию $\tau_1 > \tau_2$, поэтому $\sin \alpha \geq \frac{hv_1}{bv_2}$. Отсюда $56,5^\circ < \alpha < 123,5^\circ$.

б) 2,5 м/с.

1-9. Уменьшалось.

1-10. +0,83 м/с² и -0,83 м/с².

1-11. $\tau_n = \tau_1(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}) = 0,8$ с.

1-12. -0,25 м/с².

1-13. 0,45 м/с; -0,3 м/с².

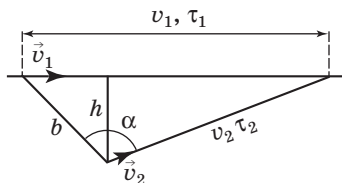


Рис. 1-14

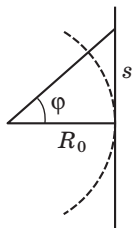


Рис. 1-15

1-14. Обозначив путь, который успеет пройти «зайчик» за время t , буквой s , имеем (см. рис. 1-15):

$$s = R_0 \operatorname{tg} \varphi = R_0 \operatorname{tg} 2\pi n t.$$

Отсюда

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{R_0 \cdot 2\pi n}{\cos^2 2\pi n t} = 10,4 \text{ м/с}.$$

1-15. Примерно в 10 раз.

1-16. $v_C = v \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}$; а) при $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$; б) при $\beta = 0$.

1-17. 225 км/ч; 4,4° к меридиану.

1-18. а), б) $v_2 > v_1$. в) Под углом 120° к скорости течения.

г) Для первой поездки время $t_1 = \frac{2sv_2}{v_2^2 - v_1^2} = 16$ мин, для второй

$$t_2 = \frac{2s}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}} = 13,86 \text{ мин}; \text{ д) При } v_2 = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} v_1 = 2,9 \text{ км/ч}.$$

1-19. Точка; прямая; окружность; спираль Архимеда.

1-20. 0,25 м/с²; 0,32 м/с².

1-21. 18,3 м/с²; 16,7 м/с²; 15,0 м/с².

1-22. $\omega = \frac{\pi}{nt} = 6,5 \text{ с}^{-1}$.

1-23. а) На круге будет видно четыре неподвижных размытых темных сектора, каждый около 67°. б) Секторы будут казаться вращающимися в сторону, противоположную вращению диска при $n = 0,5 \text{ с}^{-1}$.

1-24. а) Вертикально вниз; б) перпендикулярно оси.

1-25. -5,24 с⁻²; 375.

1-26. Через 10 с.

1-27. Движение шарика можно рассматривать как сумму двух движений: вращения вокруг горизонтальной оси OO (см. рис. 1-16), проходящей через центр шарика, и поступательного движения этой оси со скоростью $v_0 = \frac{s}{t}$. Угловую

скорость вращения ω найдем из условия отсутствия проскальзывания для точек A и B соприкосновения шарика с рейками: $v_A = v_B = v_0 - \omega r = 0$, где $r = \sqrt{R^2 - \frac{l^2}{4}}$ — расстояние от точек A и B

до оси OO . Таким образом, $\omega = \frac{v_0}{r}$. Ско-

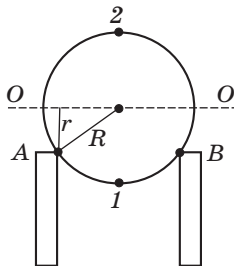


Рис. 1-16

рости нижней (1) и верхней (2) точек шарика равны соответственно

$$v_1 = v_0 - \omega R = v_0 \left(1 - \frac{R}{r}\right) = -0,2 \text{ м/с},$$

$$v_2 = v_0 + \omega R = v_0 \left(1 + \frac{R}{r}\right) = 1,4 \text{ м/с}.$$

1-28. $4,25 \text{ с}^{-1}$; 28° .

1-29. а) $0,29 \text{ м/с}^2$; б) $0,096 \text{ м/с}$ и $0,17 \text{ м/с}^2$.

1-30. а) $0,40 \text{ м/с}$; б) $0,30 \text{ м/с}$; в) $0,60 \text{ м/с}$; г) $0,63 \text{ м/с}$.

1-31. $4,7 \text{ см/с}^2$.

1-32. Радиус колеса значительно меньше длины шатуна.

1-33. Совершает гармонические колебания по направлению оси балансира.

1-34. а) $1,47 \text{ рад}$; б) 90 см/с .

1-35. $0,06 \text{ с}$.

1-36. Будут наблюдаться биения частотой $0,5 \text{ с}^{-1}$ и амплитудой $0,2 \text{ мм}$.

1-37. 8 Гц и 10 Гц ; 1 см .

К § 2

2-1. а) $20,4 \text{ м}$; б) $1,4 \cdot 10^{-9} \text{ м}$.

2-2. б) $g = 9,87 \text{ м/с}^2$.

2-3. 120 Гц .

2-4. $t = \frac{v_0 \mp \sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g}$. Камень может дважды побывать на

одной и той же высоте: при подъеме и при спуске. Верхний знак перед корнем соответствует подъему, нижний — спуску.
а) $t_1 = 0,98 \text{ с}$; $t_2 = 2,1 \text{ с}$; б) не будет.

2-5. $20,6 \text{ см}$.

2-6. а) Вниз со скоростью $12,4 \text{ м/с}$; б) вверх со скоростью $8,5 \text{ м/с}$.

2-7. а) $t = \frac{2v_0 - g\tau}{2g} = 2,25 \text{ с}$; $h = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\tau^2}{8} = 30,3 \text{ м}$.

2-9. $v_0 = s \sqrt{\frac{g}{2h}} \approx 11 \text{ м/с}$; $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \approx 12,6 \text{ м/с}$.

2-10. Правильно.

2-11. 3 м .

2-12. При упругом соударении с вертикальной плитой вертикальная составляющая скорости не меняется, а горизонталь-

ная составляющая изменяет направление на противоположное, оставаясь равной v_0 . Интервал времени τ между двумя последовательными соударениями будет постоянным и равным $\tau = \frac{l-d}{v_0}$. Общее время падения $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, поэтому число ударов

$$n = \frac{t}{\tau} = \frac{v_0}{l-d} \sqrt{\frac{2h}{g}} = 20.$$

2-13. 76° .

2-14. а) Минимальная скорость при данном расстоянии соответствует углу бросания $\alpha = 45^\circ$ и равна 22,83 м/с; б) на экваторе при такой начальной скорости и $\alpha = 45^\circ$ диск пролетел бы расстояние 53,3 м; в) следует указать: 1) высоту, с которой диск был брошен; 2) точное значение g для места метания; 3) угол, под которым диск был брошен.

2-15. Объем воды $V = St \sqrt{\frac{sg}{\sin 2\alpha}} = 69$ л.

2-16. Вертикальная прямая.

2-17. а) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0 \sin \alpha_0 - gt}{v_0 \cos \alpha_0}$; $\alpha_1 = 14,7^\circ$; $\alpha_2 = -35,7^\circ$; б) $t = \frac{v_0}{g} (\sin \alpha_0 \mp \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \alpha)$; верхний знак соответствует подъему, нижний — спуску; $t_1 \approx 0,747$ с; $t_2 \approx 2,788$ с; $h = \frac{v_0^2}{2g} (\sin^2 \alpha_0 - \cos^2 \alpha_0 \operatorname{tg}^2 \alpha) = 10,2$ м.

2-19. Навесная и настильная траектории соответствуют одинаковым дальностям полета s при одинаковых значениях начальных скоростей v_0 (рис. 2-6):

$$s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha_1}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha_2}{g},$$

откуда находим связь между углами бросания α_1 и α_2 :

$$2\alpha_1 = 180^\circ - 2\alpha_2, \quad \alpha_1 = 90^\circ - \alpha_2. \quad (1)$$

Так как времена полета t_2 и t_1 по навесной и настильной траекториям отличаются в n раз, получаем уравнение:

$$\frac{2v_0 \sin \alpha_2}{g} = n \frac{2v_0 \sin \alpha_1}{g}.$$

Решив его с учетом соотношения (1), получаем $\alpha_2 = \arctg n = 63^\circ 26'$; $\alpha_1 = 26^\circ 34'$.

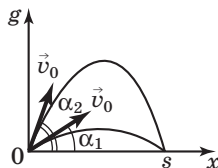


Рис. 2-6

$$2-20. v_0 = \frac{s}{2 \cos \alpha} \sqrt{\frac{2g}{s \operatorname{tg} \alpha + h}} = 19,8 \text{ м/с}; \tau = \sqrt{\frac{2(h + s \operatorname{tg} \alpha)}{g}} = 3 \text{ с};$$

$$h_{\max} = \frac{(2h + s \operatorname{tg} \alpha)^2}{4(h + s \operatorname{tg} \alpha)} = 12,1 \text{ м.}$$

$$2-21. s = 8h \sin \alpha = 96 \text{ см.}$$

$$2-22. R_1 = \frac{v_0^2 \cos \alpha}{g} = 10,2 \text{ м}; R_2 = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha} = 82 \text{ м.}$$

К § 3

3-1. а) $F = 5000 \text{ Н}$; $t = 4 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; б) Пуля пробьет доску и вылетит со скоростью 141 м/с ; $0,59 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

3-2. $7,7 \text{ м}$.

3-3. В начале подъема и спуска $10,3 \text{ Н}$. В середине подъема и спуска $9,8 \text{ Н}$. В конце подъема и спуска $9,3 \text{ Н}$.

$$3-4. h_1 = \frac{2n}{n+1} h_2 = 40 \text{ см.}$$

$$3-5. \text{ а) } a = \frac{n-1}{n+1} g \approx 0,47 \text{ м/с}^2; \text{ б) } 4,2 \text{ м.}$$

$$3-6. \text{ а) } F = g \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)}{m_1 + m_2} = 1,47 \text{ Н}; \text{ б) не изменится; в) } 2,08 \text{ Н.}$$

$$3-7. \text{ а) Нет; б) } \frac{a_2}{a_1} = \frac{(nm_1 - \mu m_2)(m_1 + m_2)}{(nm_1 + m_2)(m_1 + \mu m_2)} = 3,54; \text{ в) } 0,031.$$

$$3-8. a = g \frac{2(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2}; \text{ а) } 0,4 g; \text{ б) } 0; \text{ в) } -2g; \text{ г) } g.$$

$$3-11. \text{ а) } \operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{1}{\mu}; \alpha_0 = 45^\circ; 52^\circ; \text{ б) } \mu = 0,27.$$

$$3-12. \mu = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \operatorname{tg} \alpha = 0,1.$$

3-13. Уравнения движения тел в проекции на наклонную плоскость имеют вид (направления сил трения указаны на рис. 3-17):

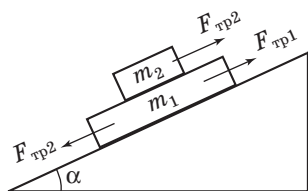


Рис. 3-17

$$m_1 g \sin \alpha + F_{\text{тр}2} - F_{\text{тр}1} = m_1 a_1,$$

$$m_2 g \sin \alpha - F_{\text{тр}2} = m_2 a_2,$$

причем $F_{\text{тр}2} \leq \mu_2 m_2 g \cos \alpha$, $F_{\text{тр}1} \leq \mu_1 (m_1 + m_2) g \cos \alpha$ (знак равенства — при скольжении, знак неравенства — при отсутствии скольжения между соприкасающимися поверхностями).

1) $\mu_1 > \mu_2$. Если $a_1 \neq 0$ и $a_2 > a_1$, то

$$F_{\text{тр}2} = \mu_2 m_2 g \cos \alpha, F_{\text{тр}1} = \mu_1 (m_1 + m_2) g \cos \alpha.$$

Решив систему уравнений, находим:

$$a_1 = g \left[\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha + \frac{m_2}{m_1} (\mu_2 - \mu_1) \cos \alpha \right];$$

$$a_2 = g (\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha).$$

Исследуем, при каких углах α такое движение возможно. Решив неравенство $a_1 > 0$, получаем

$$\operatorname{tg} \alpha > \mu_1 + \frac{m_2}{m_1} (\mu_1 - \mu_2).$$

При меньших углах $a_1 = 0$: доска покоится. Брусok же будет скользить по доске ($a_2 > 0$), если $\operatorname{tg} \alpha > \mu_2$. Таким образом, в зависимости от угла α возможны три варианта:

если $\operatorname{tg} \alpha < \mu_2$, то $a_1 = a_2 = 0$;

если $\mu_2 < \operatorname{tg} \alpha < \mu_1 + \frac{m_2}{m_1} (\mu_1 - \mu_2)$, то $a_1 = 0$; $a_2 > 0$;

если $\operatorname{tg} \alpha > \mu_1 + \frac{m_2}{m_1} (\mu_1 - \mu_2)$, то $a_2 > a_1 > 0$.

2) $\mu_1 < \mu_2$. Брусok не скользит относительно доски: $a_1 = a_2 = a$. Их общее движение описывается уравнением

$$(m_1 + m_2) g \sin \alpha - F_{\text{тр}1} = (m_1 + m_2) a.$$

Если $a > 0$, то $F_{\text{тр}1} = \mu_1 (m_1 + m_2) g \cos \alpha$. Тогда получаем для ускорения:

$$a = g (\sin \alpha - \mu_1 g \cos \alpha).$$

Это возможно при $\operatorname{tg} \alpha > \mu_1$. При этом сила трения

$$F_{\text{тр}2} = m_2 g \sin \alpha - m_2 a = \mu_1 m_2 g \cos \alpha,$$

что меньше максимального трения покоя $\mu_2 m_2 g \cos \alpha$.

Если же $\operatorname{tg} \alpha \leq \mu_1$, то $a = 0$.

3) $\mu_1 = \mu_2 = \mu$: движение с общим ускорением $a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ при $\operatorname{tg} \alpha > \mu$; равновесие ($a = 0$) при $\operatorname{tg} \alpha \leq \mu$.

3-14. 420 Н.

3-15. Втягивая воду в полость, каракатица получает равные, противоположно направленные импульсы, а потому остается на месте; выбрасывая воду, каракатица отдает некоторый импульс и движется с ускорением в противоположную сторону.

3-16. Надо рассматривать движение струны совместно с движением корпуса инструмента, на котором натянута струна.

3-17. Левая тележка пройдет расстояние в 9 раз большее.

3-18. Положим, что с момента пуска ракеты прошло время t . За промежуток от t до $t + dt$ выбрасывается масса газа μdt .

Согласно закону сохранения импульса

$$\mu dt \cdot v_1 = -(m - \mu t) dv,$$

откуда

$$t = \frac{m}{\mu} \left(1 - e^{\frac{v}{v_1}} \right).$$

а) Принимая во внимание, что векторы $\vec{v}$ и $\vec{v}_1$ направлены в противоположные стороны, имеем $t = 0,375$ с.

б) Полагая $\mu t = m_0$, имеем $v = v_1 \ln \frac{m}{m - m_0}$ (формула Циолковского); $v = 330$ м/с.

3-19. а) Центр шарика З.

б) Если ось X направить (см. рис. 3-9, б) по линии 4—3, а ось Y по линии 4—1, то $x_0 = 5$ см, $y_0 = 3$ см.

в) Если ось X направить (см. рис. 3-9, в) по линии 4—1, ось Y по линии 4—3, а ось Z по линии 4—2, то $x_0 = 1$ см, $y_0 = 3$ см, $z_0 = 2$ см.

3-20. а) На общей оси цилиндров на расстоянии 9,3 см от нижнего основания; б) на расстоянии 10,6 см.

3-21. Центр инерции находится на расстоянии 0,56 дм от центра диска.

3-22. 19,5°.

3-24. 7,5 м.

3-25. а) $a = g \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 = 109$ см/с²; б) 47 см/с.

3-26. а) 20 см; б) 20 см; в) 20 см и 0; г) влево; результирующая сила равна нулю.

3-27. Так как внешние силы в горизонтальном направлении на систему «лодка с рыбаками» не действуют (сопротивлением воды при медленном перемещении лодки можно пренебречь), то ее центр масс остается неподвижным относительно земли. Направим ось X вдоль лодки, совместим начало координат с первоначальным положением центра масс лодки; координата первого рыбака $x_1 = \frac{l}{2}$, второго — $x_2 = -\frac{l}{2}$. Центр масс всей системы имеет координату

$$x_0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2 + m} = \frac{m_1 \frac{l}{2} - m_2 \frac{l}{2}}{m_1 + m_2 + m}. \quad (1)$$

После перемещения рыбаков центр масс лодки сместился на некоторое расстояние x , тогда координаты рыбаков $x'_1 = -\left(\frac{l}{2} - x_0\right)$; $x'_2 = \frac{l}{2} + x_0$. Координата центра масс всей системы:

$$x_0 = \frac{m_1 x'_1 + m_2 x'_2 + m x}{m_1 + m_2 + m} = \frac{m_2 \left(\frac{l}{2} + x_0\right) - m_1 \left(\frac{l}{2} - x_0\right) + m x}{m_1 + m_2 + m}. \quad (2)$$

Приравняв (1) и (2), находим

$$x = \frac{(m_1 - m_2)l}{m_1 + m_2 + m} = 0,24 \text{ м.}$$

3-28. а) $5 \cdot 10^4$ кДж; б) $-16 \cdot 10^4$ кДж.

3-29. 9000 кВт; 2500 кВт.

3-30. а) $0,176 \text{ м/с}^2$; $0,026 \text{ м/с}^2$; б) 66 м/с .

3-31. 24,5 кВт.

3-32. $v_0 = 2 \cos \alpha \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2}$. Так как угол α уклона мал, то $v_0 = 4,2 \text{ м/с}$.

3-33. $\mu = \frac{2s}{gt^2} = 0,02$; $P = \frac{4ms^2}{t^3} = 46 \text{ Вт}$.

3-34. $-3,5 \text{ Дж}$.

3-35. $E_k = \frac{m}{2} \left(\frac{g^2 t^2}{4} + \frac{s^2}{t^2} \right) = 5,2 \text{ Дж}$.

3-38. а) $\left(\frac{n+1}{n-1}\right)^2 = 1,4$; б) $\frac{n+1}{n-1} = 1,2$; в) 9 раз и 3 раза.

3-39. $\Delta E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2$, где $(v_1 - v_2)$ есть относительная скорость движения шаров.

3-40. 93%.

3-41. а) $h_1 = l \frac{4m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} = 16 \text{ см}$; $h_2 = l \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} = 36 \text{ см}$;

б) больший шар поднимется на 36 см, меньший сделает полный оборот;

в) $m_1 : m_2 = 3 : 1$.

3-42. $-\frac{v}{5}$; $\frac{2\sqrt{3}}{5} v$.

3-45. а) 126 см/с и 63 см/с ; б) 60 см .

3-46. Цистерна первоначально движется вправо, так как

вода в цистерне перетекает влево, и суммарный импульс воды в цистерне и цистерны первоначально должен быть равен нулю. Вытекающая вода уносит при этом импульс, направленный вправо, поэтому цистерна приобретает скорость, направленную влево. Эта скорость остается у нее к моменту, когда вся вода вытечет, и уже больше не меняется.

Этот качественный ответ можно обосновать вычислениями.

Обозначим массу цистерны M_0 , скорость ее движения v_0 .

Пусть масса воды в цистерне $M(t)$, средняя скорость движения воды в цистерне относительно цистерны v . Смещение трубки относительно центра тяжести равно l ($l < 0$).

Предположим, что

$$v = -\frac{l}{M} \frac{dM}{dt}.$$

Закон сохранения импульса имеет вид:

$$M_0 \frac{d}{dt} v_0 + \frac{d}{dt} [M(v_0 + v)] - v_0 \frac{dM}{dt} = 0.$$

Отсюда

$$v_0 = l \int_0^t \frac{dt}{M + M_0} \frac{d^2 M}{dt^2};$$

v_0 меняется так, как описано выше. В частности, так как

$$\int_0^\infty dt \frac{d^2 M}{dt^2} = 0 \text{ и } \frac{1}{M + M_0} \text{ монотонно возрастает, } \frac{v_0^{(\infty)}}{l} > 0.$$

К § 4

4-1. а) 0,49 Н; б) 6,37 Н.

4-2. а) 9,814 Н; б) около 6,4 Н.

$$4-3. x = \frac{lR_2^3}{R_1^3 + R_2^3} = 2,4 \text{ см; } \Delta x = \frac{k g}{\omega^2} = 0,12 \text{ см.}$$

$$4-4. h = \frac{R}{3}.$$

$$4-5. \text{ а) } h_1 = \frac{2h + R}{3}; \text{ б) } h \geq 2,5R.$$

4-6. 0,29 Н.

4-7. а) Получается пространственная кривая.

б) Для решения следует определить векторную сумму сил, действующих на отдельные элементы одной из половин цепочки. Эта сумма равна удвоенной искомой силе. $F = mn^2 l = 4,8 \text{ Н}$.

4-8. 550 мм рт. ст.

4-9. а) $F = 2mg \cos^2 \alpha$; б) $F = 2mg(3 - 2\cos \alpha)$; в) $F = 2mg$.

4-10. $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$; $\alpha = 54,7^\circ$.

4-11. $\cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 n^2 l}$; $\alpha = 78,6^\circ$.

4-12. а) $v = \sqrt{R\mu g} = 19$ м/с; б) $\operatorname{tg} \alpha = \mu$; $\alpha = 21,8^\circ$.

4-13. а) $v = \sqrt{\frac{(0,5d-h)g}{\mu}} = 14$ м/с; б) $\alpha = 11^\circ$.

4-14. $n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{h}} = 0,4$ с⁻¹.

4-15. 0,96 с⁻¹.

4-16. 43 Н.

4-17. 7620 Н и 9380 Н.

4-18. а) $5 \cdot 10^3$ г · см²; б) $2 \cdot 10^3$ г · см²; в) $1 \cdot 10^3$ г · см²; г) $2 \cdot 10^3$ г · см².

4-19. а) ma^2 ; б) $ma^2(1 + \sin^2 \beta)$, где β — угол между осью и плоскостью.

4-20. а) $I_1 = \frac{1}{2} D\pi h(R^4 - 2r^4 - 4r^2 l^2) = 689$ г · см²; б) $I_2 = \frac{1}{4} D\pi h(R^4 - 2r^4) = 414$ г · см²; в) $I_3 = \frac{1}{4} D\pi h(R^4 - 2r^4 - 8r^2 l^2) = 275$ г · см², где D — плотность меди. Заметим, что $I_1 = I_2 + I_3$ (см. введение к § 4, пункт 10).

4-21. Нуль и $2,26 \cdot 10^{-2}$ кг · м² · с⁻¹.

4-22. а) Сила F_0 , приложенная к оси колеса, и противоположно направленная сила F_1 сцепления колеса с рельсом. Момент силы сцепления $M_1 = F_1 r$ и момент трения качения $M_2 = -kNr$ (r — радиус колеса, N — сила нормального давления, k — коэффициент трения качения). Если I — момент инерции колеса, a — линейное ускорение, то уравнение вращательного движения колеса имеет вид:

$$F_1 r - kNr = I \frac{a}{r},$$

а уравнение поступательного движения:

$$F_0 - F_1 = ma,$$

где m — масса колеса. Откуда находим: $F_1 = I \frac{a}{r^2} + kN$; $F_0 =$

$$= ma + I \frac{a}{r^2} + kN.$$

б) Те же моменты; так как $F_0 = 0$, то

$$a = -\frac{kN}{m + \frac{I}{r^2}}.$$

4-23. а) $g \sin \alpha$; б) $0,67g \sin \alpha$; в) $1,14g \sin \alpha$.

4-24. $a = 5g \sin \alpha \frac{4r^2 - d^2}{28r^2 - 5d^2} = 49,7 \text{ см/с}^2$.

4-25. а) Приложим мысленно в точке C две равные и противоположно направленные силы $F_1 = F_2 = F$ (рис. 4-19). Сила F_1 вызовет поступательное движение стержня с ускорением $a = \frac{F}{m}$.

Пара сил F и F_2 вызовет вращение с угловым ускорением $\varepsilon = \frac{Fs_1}{I_C}$ вокруг оси, проходящей через центр масс C . Вследствие вращения стержня точка O будет двигаться с линейным ускорением $\varepsilon s_2 = \frac{Fs_1 s_2}{I_C}$. Если точка O покоится, то

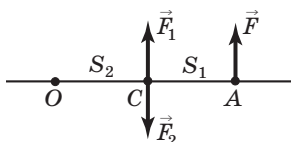


Рис. 4-19

откуда

$$\frac{Fs_1 s_2}{I_C} = \frac{F}{m},$$

$$s_1 s_2 = \frac{I_C}{m};$$

б) повернется вокруг вертикальной оси, проходящей через точку A ;

в) $s_2 = \frac{l}{6}$, где l — длина стержня.

4-26. 25 Вт.

4-27. 22,2 кДж.

4-28. а) $v = \sqrt{3gh} = 12 \text{ м/с}$; б) точка, находящаяся на высоте, равной $\frac{2}{3}$ высоты столба.

4-29. а) $F = \frac{m(g-a)}{2}$, где a — ускорение, с которым колесо опускается;

$$a = \varepsilon r = \frac{m(g-a)r}{I},$$

отсюда

$$a = \frac{mgr^3}{mr^2 + I}; \quad F = \frac{mgI}{2(mr^2 + I)} = 4,85 \text{ Н};$$

б) при подъеме — та же сила натяжения;

в) 4,90 Н.

4-30. Уравнения поступательного движения цилиндра и груза (рис. 4-20):

$$\begin{aligned} mg \sin \alpha - T &= ma_1; \\ mg \sin \alpha - T &= m \sin \alpha \cdot a_2. \end{aligned}$$

Уравнение вращательного движения цилиндра относительно его центра масс:

$$TR = I\varepsilon, \text{ где } I = mr^2/2.$$

Ускорения a_1 и a_2 связаны соотношением: $a_1 = \varepsilon R - a_2$. В самом деле, ускорение a_1 оси цилиндра относительно земли складывается из ее ускорения εR относительно точки A касания нити и цилиндра и ускорения $(-a_2)$ точки A .

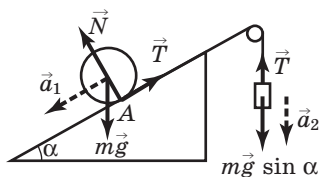


Рис. 4-20

Решив систему уравнений, получаем:
ускорение оси цилиндра

$$a_1 = g \frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + 3 \sin \alpha} = 1,96 \text{ м/с}^2;$$

ускорение груза

$$a_2 = \frac{a_1}{\sin \alpha} = 3,92 \text{ м/с}^2.$$

4-31. а) $\varepsilon = g \frac{2(m_1 - m_2)}{l(m_1 + m_2)}$, $F = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$; б) $\omega = 2 \sqrt{\frac{(m_1 - m_2)g}{(m_1 + m_2)l}}$,

$$F = g \frac{3(m_1^2 + m_2^2) - 2m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

4-32. а) $\omega = \frac{6m_1 v}{(m + 3m_1)l} = 29 \text{ с}^{-1}$; б) кинетическая энергия

стержня с застрявшей в нем пулей составляет $\frac{3m_1}{m + 3m_1}$ от начальной энергии системы, т. е. 3%.

4-33. а) Сумма кинетических энергий диска и грузиков уменьшается на величину совершенной силой трения работы; б) сумма импульсов диска и грузиков в любой момент равна нулю; в) момент импульса диска убывает, момент импульса грузиков на столько же возрастает.

$$4-34. A = \pi^2 m (l_1^2 - l_2^2) n_1 n_2 = 48 \text{ Дж.}$$

$$4-35. \text{ а) } \omega = \frac{I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2}{I_1 + I_2}; \text{ б) энергия уменьшается на величину, равную } \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2}; \text{ в) при соударении дисков часть}$$

кинетической энергии перешла в тепловую энергию.

4-36. а) Система, состоящая из дисков A и B , не является замкнутой, а потому закон сохранения момента импульса к ней не относится; б) центры масс гантелей движутся с антипараллельными скоростями, поэтому система двух гантелей имеет момент импульса, равный $2md \cdot 2v$ (здесь $2m$ — масса каждой гантели; d — расстояние между направлениями скоростей центров масс гантелей; $2v$ — относительная скорость гантелей). После удара скорость центра масс каждой из гантелей равна нулю, зато каждая гантель имеет момент импульса $2mdv$. Сумма моментов импульса обеих гантелей равна $4mdv$, т. е. моменту импульса всей системы до удара.

4-37. а) Момент импульса стержня до разрыва равен $\frac{1}{12} ml^2 \omega$ (m — масса стержня; l — длина; ω — угловая скорость). После разрыва каждая из половинок продолжает вращаться с той же угловой скоростью. Сумма моментов импульса обеих половинок равна $\frac{1}{48} ml^2 \omega$. Кроме того, так как центры масс половинок движутся с антипараллельными скоростями, система из двух половинок имеет момент импульса, равный $\frac{1}{16} ml^2 \omega$. Таким образом, суммарный момент импульса системы равен

$$\frac{ml^2 \omega}{48} + \frac{ml^2 \omega}{16} = \frac{ml^2 \omega}{12},$$

т. е. моменты импульса до и после разрыва равны.

$$\text{б) Кинетическая энергия стержня до разрыва равна } \frac{1}{24} ml^2 \omega^2.$$

$$\text{После разрыва энергия вращения половинок равна } \frac{ml^2 \omega^2}{96}.$$

$$\text{Энергия поступательного движения половинок равна } \frac{ml^2 \omega^2}{32}.$$

Общая сумма энергий после разрыва равна

$$\frac{ml^2 \omega^2}{96} + \frac{ml^2 \omega^2}{32} = \frac{ml^2 \omega^2}{24}.$$

4-38. а) $0,75mv^2$; б) $0,7mv^2$; в) $1,25mv^2$.

4-39. 1,3 см.

4-40. $a = \frac{kg}{1 + \frac{I}{mr^2}}$, отсюда $k = 0,05$.

4-41. $a < kg$.

4-42. Уравнение моментов относительно мгновенной оси вращения:

$$mgr \sin \alpha - Nkr = (I + mr^2) \frac{a}{r},$$

где $I = \frac{2}{5} mr^2$, откуда

$$a = \frac{g(\sin \alpha - k \cos \alpha)}{1 + \frac{I}{mr^2}} = \frac{5}{7} g(\sin \alpha - k \cos \alpha).$$

Уравнение поступательного движения:

$$mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = ma,$$

откуда

$$F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha - ma = mg \left(\frac{2}{7} \sin \alpha + \frac{5}{7} k \cos \alpha \right).$$

Учитывая, что трение сцепления $F_{\text{тр}} \leq \mu mg \cos \alpha$, получаем условие, при котором отсутствует проскальзывание:

$$\tan \alpha \leq 3,5\mu - 2,5k = 0,775, \alpha < 38^\circ.$$

4-43. 0,73 см/с; 12 с^{-1} .

4-44. 1000 кДж.

4-45. $h = 1,7(R - r)$.

4-46. 0,63 Н.

4-47. 1,67 кН.

4-48. а) Принимаем, что расстояние центра масс человека от пола мало. В таком случае высота центра масс человека над уровнем пола в середине равна (рис. 4-21)

$$y = \frac{x^2}{2p},$$

где p — полупараметр параболы;
 x — расстояние человека от оси.

Если угловая скорость $\omega = \sqrt{\frac{g}{p}}$, то

$$m\omega^2 x = mg \tan \beta,$$

т. е. результирующая силы тяжести и центробежной силы

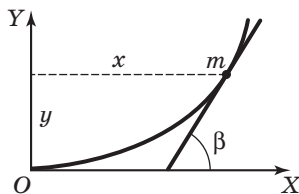


Рис. 4-21

инерции, действующей на человека, нормальна поверхности пола.

б) При удалении человека от оси вращения на расстояние x энергия системы возрастает на

$$\Delta E = \frac{mv^2}{2} + mgy.$$

Но $v = \omega x$ и $v^2 = \frac{gx^2}{p} = 2gy$, поэтому $\Delta E = 2mgy$.

в) Во время движения человека от оси вращения двигатель, вращающий сооружение, работает с большей мощностью, чем в случае, если человек не перемещается. Когда он идет по полу со скоростью $\frac{ds}{dt}$, действует сила Кориолиса

$$2m\omega \frac{ds}{dt} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 2m\omega \frac{dx}{dt},$$

поэтому при движении человека двигатель развивает дополнительную мощность $2m\omega^2 x \frac{dx}{dt}$. За время dt двигатель производит дополнительную работу $2m\omega^2 x dx$, а за все время движения человека производится дополнительная работа

$$m\omega^2 x^2 = 2mgy.$$

Итак, изменение энергии системы происходит за счет дополнительной работы двигателя при перемещении человека.

4-49. Нет.

$$\begin{aligned} 4-50. a &= -\frac{kN}{m + \frac{1}{r^2}} \quad (\text{см. ответ к задаче 4-22}); \quad a = -\frac{kg}{2} = \\ &= -4,9 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

$$4-51. F = \frac{P(k_1 + k_2)}{2} = 150 \text{ Н.}$$

К § 5

5-1. $5,9 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$

5-2. Нет.

5-3. а) Нет; б) 1,23%.

5-4. $2,34 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$

5-5. Шары притягиваются, если а) $D_1 > D_0$ и $D_2 > D_0$; б) $D_1 < D_0$ и $D_2 < D_0$. Шары отталкиваются, если $D_1 > D_0 > D_2$ или $D_1 < D_0 < D_2$.

5-6. а) $F = \frac{Gm_1m_2}{a(a+l)}$; б) уменьшится в 1,33 раза.

5-7. Примерно 120 Н.

5-8. См. рисунок 5-2: а) кривая I; б) кривая II.

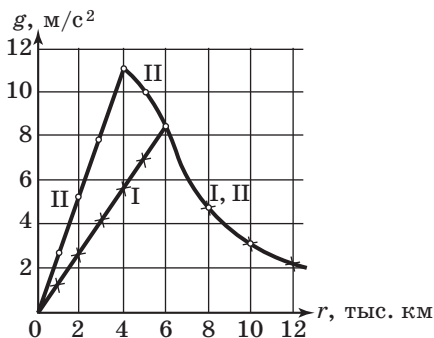


Рис. 5-2

5-9. $\frac{4}{3} G\pi D l$.

5-10. а) Задача допускает простое решение, если средняя плотность корабля $\langle D \rangle$ много меньше плотности воды $D_{\text{в}}$. В этом случае корабль почти весь находится вне воды, и средняя напряженность поля тяготения, действующего на корабль, меньше напряженности поля, действующего на воду, в $\frac{R^2}{(R+h)^2} \approx \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ раз, где R — радиус Земли.

Поэтому масса корабля больше массы вытесненной воды на

$$\Delta m = m \frac{2h}{R} = 16 \text{ кг.}$$

В общем случае Δm может быть в несколько раз меньше.

б) В том же предельном случае, когда $D_{\text{в}} \gg \langle D \rangle$, результирующая сила оказывается равной нулю, так как расстояние между центрами масс кораблей больше, чем расстояние между центрами масс вытесненной воды в $\left(\frac{R+h}{R}\right)$ раз.

5-11. 38 400 км от центра Луны.

5-12. ≈ 600 км; 7,7 км/с; $2,5 \cdot 10^6$ кДж.

5-13. $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = 0,85$.

5-14. Сила притяжения массы m_1 , находящейся на расстоянии x от центра Луны, равна $\frac{Gmm_1}{x^2}$, где m — масса Луны. Работа силы тяжести на пути dx есть $dA = \frac{Gmm_1}{x^2} dx$, а на пути из бесконечно удаленной точки до поверхности Луны

$$A = \int_R^{\infty} \frac{Gmm_1}{x^2} dx = \frac{Gmm_1}{R}.$$

Эта работа равна приросту кинетической энергии $\frac{m_1 v^2}{2}$, откуда

$$v = \sqrt{\frac{2Gm}{R}} = 2,38 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

5-15. 1600 км.

5-16. Радиус орбиты уменьшится на 2%, скорость увеличится на 1%, период обращения уменьшится на 3%.

5-17. Принимая, что потенциальная энергия тел, удаленных на бесконечное расстояние, равна нулю, найдем полную энергию:

$$E = \frac{Gmm_{\text{С}}}{2a},$$

где $m_{\text{С}}$ — масса Солнца.

5-18. Падение на Солнце можно рассматривать как предельный случай обращения вокруг Солнца по весьма вытянутому эллипсу, большая ось которого немного больше радиуса a орбиты Земли. Такой эллипс стало бы описывать вокруг общего центра тяжести тело, помещенное в пространстве на расстоянии a от центра и получившее одновременно небольшую скорость v по направлению, перпендикулярному прямой, соединяющей это тело с центром. В пределе, при $v = 0$, большая ось эллипса равна a (эллипс вытягивается в прямую). Обращение по такому эллипсу требует времени

$$\tau = T \sqrt{\frac{(0,5a)^3}{a^3}} = T \sqrt{0,125},$$

где T — период обращения Земли вокруг Солнца. Продолжительность же падения тела на Солнце равна $\frac{\tau}{2} = \frac{T \sqrt{0,125}}{2} = 64,6$ суток.

5-19. По закону сохранения момента импульса

$$v \rho_k = v_R R,$$

где R — радиус Земли; v_R — скорость метеорита вблизи поверхности Земли. Из закона сохранения энергии следует:

$$v_R^2 = v_0^2 + v^2,$$

где $v_0 = 11$ км/с — вторая космическая скорость.

Отсюда эффективное сечение захвата

$$\sigma = \pi R^2 \left(1 + \frac{v_0^2}{v^2} \right) = 5\pi R^2.$$

5-20. $\omega^2 = \frac{G(m_1 + m_2 + m_3)}{a^3}$, где a — сторона треугольника.

К § 6

6-1. а) 3,5 Н; б) 0,17 Н; в) 4,4 Н или 0,16 Н.

6-2. 212 Н.

6-3. $F_1 = \frac{mg \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = 20$ Н; $F_2 = 34$ Н.

6-4. Задача неопределенна. В этом случае силы зависят от обстоятельств, при которых шар был помещен в положение, показанное на рисунке 6-2.

6-5. $1,24 \cdot 10^4$ Н.

6-7. 650 Н и 750 Н.

6-8. 83,5 см.

6-9. $F_1 = \frac{mgR}{\sqrt{l^2 - 4R^2}} = 0,38$ Н = F_2 ; $F_3 = 0,29$ Н.

6-10. На опору A действует под углом к горизонту сила $1,13 \cdot 10^4$ Н; на опору B действует в горизонтальном направлении сила $9,15 \cdot 10^3$ Н.

6-11. а) 940 Н; 960 Н; б) 950 Н; 950 Н.

6-12. а) 8,7 Н и -2,7 Н; б) 6,5 Н.

6-13. а) $\tan \varphi = \frac{1}{2\mu}$; $\varphi = 45^\circ$. б) Если человек встанет на нижнюю ступеньку, то лестница не упадет; она упадет, когда человек перейдет через ее середину.

6-14. а) $\cos \alpha = \frac{h}{l} \sqrt{\frac{D_0}{D_0 - D}}$; $\alpha = 48^\circ$; б) $\alpha = 0$.

6-15. $A = \frac{\sqrt{2} - 1}{2} g \cdot \sqrt[3]{\frac{m^4}{D}} = 1,2 \cdot 10^2$ Дж.

6-16. 1,73 Дж.

6-17. При волочении работа равна $A_1 = mg\mu L$, где m — масса ящика. При кантовании ящик приходится опрокидывать $n = \frac{L}{a}$ раз (a — ребро ящика). Работа при одном опрокидывании равна разности потенциальных энергий ящика в положении неустойчивого равновесия (на ребре) и исходном положении: $mg a \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right) = 0,207 m g a$. При n опрокидываниях работа равна $A_2 = 0,207 m g L$; $A_1 = A_2$ при $\mu = 0,207$.

6-18. а) Условие отсутствия соскальзывания карандаша:

$$\operatorname{tg} \alpha < \mu.$$

Условие его возвращения в положение равновесия:

$$\operatorname{tg} \alpha < \frac{d_1}{d_2} \alpha - \frac{2b}{d_2},$$

где b — расстояние центра масс второго карандаша от вертикали, проходящей через ось первого карандаша при горизонтальном расположении второго. Это условие может иметь место только при $\frac{d_1}{d_2} > 1$.

б) Карандаш соскальзывает при $\alpha > 26^\circ$, а опрокидывается при $\alpha > 24^\circ$. Следовательно, предельное значение угла α равно 24° .

К § 7

7-1. 177 м.

7-2. а) $4,3 \cdot 10^6$ Па; б) $7,5 \cdot 10^5$ Па.

7-4. $n = \frac{\sqrt{2p_m}}{\pi l \sqrt{D}} = 82,5 \text{ с}^{-1}$.

7-5. На 0,32 см.

7-6. На 2,7 см.

7-7. Нет.

7-8. На $\frac{\pi d^3 p}{4Eb} = 1,06 \text{ см}^2$.

7-9. ≈ 200 м.

7-10. 56,5 л.

7-11. $\approx 10\%$.

7-12. $\Delta d = \frac{\pi^2 d^3 D n^2}{E} = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ см}.$

7-13. Нет. Удлинение будет равно $2\mu^2\Delta l$.

7-14. а) $\Delta V = \frac{l(1-2\mu)F}{E} = 8 \text{ мм}^3$; б) $\Delta S = \frac{4l(1-\mu)}{Ed} = 0,28 \text{ см}^2$.

7-15. 1,4 Дж.

7-16. $5,5 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3$.

7-17. $2,5 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3$.

7-18. На 4,2 см.

7-19. $6,9 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

7-22. Кинетическая энергия грузика равна разности изменения его потенциальной энергии в поле тяготения $mg l_1$ и работы растяжения нити $A = \frac{f(l_1 - l)}{2}$. Силу f в этом «поправочном» члене вычисляем приближенно, заменяя радиус кривизны и скорость движения грузика величинами, относящимися к нерастяжимой нити длиной l :

$$f \approx 3mg; \quad v \approx \sqrt{g(3l - l_1)} \approx 3,68 \text{ м/с}.$$

7-23. $2,5^\circ$.

7-24. Формула $E_{\pi} = \frac{F\Delta l}{2}$ относится к случаю, для которого справедлив закон Гука, т. е., в частности, когда нет гистерезиса.

К § 8

8-1. а) $2,5 \text{ с}^{-1}$; б) $a = g$.

8-2. 32 Н.

8-3. Уравнение движения песчинки (см. рис. 8-7):

$$ma = N - mg.$$

а) Условие ее отрыва: $N = 0$, т. е. при отрыве $a = -g$. На тех точках ножки камертона, у которых в процессе колебаний $|a_{\max}| < g$, песчинки не подсакаивают. Амплитуда колебаний A_0 в точке, на которой песчинки начинают подсакаивать, определяется из условия

$$|a_{\max}| = \omega^2 A_0 = g,$$

$$A_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g}{4\pi^2 f^2} = 10^{-4} \text{ см}.$$

б) Скорость песчинки в момент отрыва равна скорости ножки камертона в точке нахождения песчинки. Из закона движения этой точки $x = A \sin \omega t$ находим ее ско-

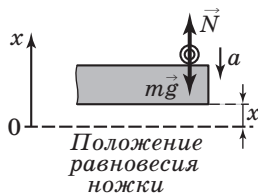


Рис. 8-7

рость: $v = \omega A \cos \omega t$ и ускорение: $a = -\omega^2 A \sin \omega t$. В момент отрыва t_1 :

$$a_1 = -\omega^2 A \sin \omega t_1 = -g,$$

$$v_1 = \omega A \cos \omega t_1 = \omega A \sqrt{1 - \frac{g^2}{x_0^2 \omega^4}}.$$

Так как начальная скорость отрыва песчинки v_1 , то она подскочит над точкой отрыва на высоту $\frac{v_1^2}{2g}$, а высота подскока по отношению к положению равновесия при покоящемся камертоне $h = x_1 + \frac{v_1^2}{2g}$, где $x_1 = A \sin \omega t_1 = \frac{g}{\omega^2}$. Подставив найденное выше значение v_1 , получаем: $h = \frac{\omega^2 A^2}{2g} + \frac{g}{2\omega^2}$, откуда

$$A = \frac{g}{\omega} \sqrt{\frac{2h}{g} - \frac{1}{\omega^2}} = \frac{g}{2\pi f} \sqrt{\frac{2h}{g} - \frac{1}{4\pi^2 f^2}} = 7,7 \cdot 10^{-3} \text{ см.}$$

8-4. 0,8 с.

8-5. 11,5 с.

8-6. В первом в 1,11 раза быстрее.

8-7. $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos 0,5\phi}{g}} = 1,7 \text{ с.}$

8-8. а) 1,419 с; б) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l^2}{g^2 + a^2}} = 1,397 \text{ с; в) } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos \alpha}} = 1,444 \text{ с.}$

8-9. $T = 2\pi \sqrt{\frac{l(n+1)}{g(n-1)}} = 2,1 \text{ с.}$

8-10. 1,74 с.

8-11. а) 0,63 с; б) 1,5 с.

8-12. а) $2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}}$; б) $\frac{l}{2\sqrt{3}}$; $2\pi \sqrt{\frac{l}{g\sqrt{3}}}$.

8-13. 2,2%.

8-14. $I = \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \frac{ml}{4\pi^2} (4\pi^2 l - T_2^2 g) = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$

8-15. $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2SDg}} = 0,77 \text{ с.}$

8-16. Уравнение моментов относительно мгновенной оси вращения А (см. рис. 8-8):

$$mgr \sin \phi = 1,4mr^2\epsilon, \quad (1)$$

где ε — угловое ускорение вращения шарика относительно этой оси. Центр шарика O совершает вращательные гармонические колебания относительно центра кривизны чашки O_1 ; при этом скорость центра шарика

$$v_0 = -(R - r) \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2)$$

Эта же скорость v_0 связана с угловой скоростью ω вращения шарика относительно мгновенной оси A соотношением

$$v_0 = \omega r. \quad (3)$$

Приравняв выражения (2) и (3), получаем:

$$\omega = -\frac{(R - r)}{r} \frac{d\varphi}{dt}, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -\frac{(R - r)}{r} \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Подставив выражение для ε в (1) и учитывая, что при малых углах $\sin \varphi \approx \varphi$, получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{1,4(R - r)} \varphi = 0,$$

решением которого являются гармонические колебания часто-

той $\omega = \sqrt{\frac{g}{1,4(R - r)}}$ и периодом $T = 2\pi \sqrt{\frac{1,4(R - r)}{g}}$.

$$8-17. \tau = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3\pi}{GD}} = 21 \text{ мин.}$$

$$8-18. \text{ а) } T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}}}; \text{ б) период колебаний увеличится}$$

$$\text{в } \sqrt{\frac{I_1 + I_2}{I_2}} \text{ раз.}$$

$$8-19. 1,55 \text{ с.}$$

$$8-20. \text{ а) Колебания шара гармоничны при малых } h; \text{ б) } A > \frac{mgl}{ES} = 0,12 \text{ см; в) } T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{ES}} = 0,07 \text{ с.}$$

8-21. При отклонении спицы в сторону равнодействующая сил трения направлена противоположно смещению x центра тяжести от середины расстояния между блоками и равна

$$F = -\frac{2mg\mu x}{d},$$

$$\text{отсюда } T = \pi \sqrt{\frac{2d}{\mu g}} = 0,9 \text{ с.}$$

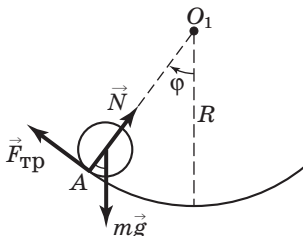


Рис. 8-8

8-22. 21 с.

$$8-23. n_0 = \frac{n_1 n_3 - n_2^2}{n_1 + n_3 - 2n_2^2} = 10,4.$$

8-24. 0,014.

$$8-25. t = \frac{\ln \sqrt{n}}{\vartheta f} = 14 \text{ с.}$$

8-26. 2 м.

$$8-27. \text{ а) } 1,5\%; \text{ б) } \operatorname{tg} \omega t = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{2\pi}{\ln 3}; \omega t = 80^\circ 5'; \text{ в) } \omega t = 160^\circ 10'.$$

8-28. а) Нет; б) да; в) в случаях б) декременты затухания равны 19 и 1 (декремент 19 надо признать лишенным реального смысла).

8-29. 21 м/с.

$$8-30. f = \sqrt{f_1 f_2} = 245 \text{ Гц.}$$

$$8-31. f = \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{2}} = 255 \text{ Гц.}$$

$$8-32. \alpha = \frac{\pi \Delta f}{\sqrt{3}} = 36 \text{ с}^{-1}.$$

$$8-33. s = \frac{s_0}{2} \left(\frac{2\pi}{\vartheta} + \frac{\vartheta}{2\pi} \right); \text{ при } \vartheta < 1 \text{ можно принять, что } s = \frac{\pi s_0}{\vartheta},$$

$$\text{откуда } \vartheta = \frac{\pi s_0}{s} = 0,4.$$

8-34. Принимая во внимание пункт 8) введения, находим коэффициент затухания колебаний струны:

$$\alpha = \frac{f^2 - f_0^2}{4\sqrt{n-1} \cdot \pi f},$$

где n — отношение мощностей при частотах f_0 и f . Отсюда $\tau = 43 \text{ с.}$

8-35. 170 Дж.

$$8-36. T = 4 \sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{2 \cos \alpha}} = 4 \sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{2(u-u^3)}}.$$

Заменяя приближенно $2(u - u^3)$ на $3(u - u^2)$ (коэффициент выбран так, что $\int_0^1 2(u - u^3) du = \int_0^1 3(u - u^2) du$), имеем $T \approx \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{l}{g}}$, т. е. на 15% больше периода малых колебаний.

К § 9

9-1. а) $v = \sqrt{2gh} = 242$ см/с; б) $v = \sqrt{2gh} = 242$ см/с; в) $v = \sqrt{2(g+a)h} = 257$ см/с и $v = \sqrt{2(g-a)h} = 227$ см/с; г) $v = \sqrt{2gh(3 - 2\cos 60^\circ)} = 171$ см/с и $v = \sqrt{2gh \cos 60^\circ} = 342$ см/с.

9-2. 46 см.

9-3. в) На половине расстояния от поверхности стола до уровня воды в сосуде.

9-4. а) Если h — высота уровня воды в некоторый момент времени, то скорость истечения воды в этот момент $v = \sqrt{2gh}$. За время dt уровень понизится на $dh = -v \frac{\sigma}{S} dt$, где σ — площадь отверстия, S — площадь поверхности воды. Получаем дифференциальное уравнение:

$$dh = -\sqrt{2gh} \frac{\sigma}{S} \sqrt{2} dt.$$

Разделяя переменные и интегрируя, находим:

$$2(\sqrt{h} - \sqrt{H}) = -\frac{\sigma}{S} \sqrt{2g} \cdot t,$$

где H — начальная высота уровня. Таким образом,

$$h = \left(\sqrt{H} - \frac{\sigma}{2S} \sqrt{2g} \cdot t \right)^2 = H - \left(\frac{\sigma}{S} \sqrt{2gH} \cdot t - \frac{\sigma^2}{2S^2} gt^2 \right)^2.$$

Это — уравнение равнозамедленного движения с начальной скоростью $\frac{\sigma}{S} \sqrt{2gH}$ и ускорением $-\frac{g\sigma^2}{S^2}$;

б) $h = 0$ при $t = \frac{S}{\sigma} \sqrt{\frac{2H}{g}} = 227$ с;

в) $h = 0,5 H$ при $t = \frac{S}{\sigma} \sqrt{\frac{2H}{g}} (1 - \sqrt{0,5}) = 67$ с;

г) увеличится.

9-6. Пренебрегая значением S_2^2 по сравнению с S_1^2 , получаем

$$t = \frac{lS_1}{S_2} \sqrt{\frac{S_1 D}{2F}} = 0,53 \text{ с.}$$

$$9-7. v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{16V^2}{\pi^2 l^2 d^4}}} = 32 \text{ км/ч.}$$

9-8. а) На уровне нижнего конца трубки В; б) выше нижнего конца трубки В.

9-9. а) На $2,94 \cdot 10^4$ Па.

$$9-10. m = \pi d_1^2 d_2^2 t \sqrt{\frac{\Delta p D}{8(d_1^4 - d_2^4)}} = 107 \text{ кг.}$$

9-11. Поднимается.

9-12. а) $Re = 5,4 \cdot 10^{-6}$; предположение правильно; б) 4,5 мм.

9-14. 12,5 кВт.

9-15. а) 10^5 ; б) 720 м/с^2 .

9-16. а) $16,5 \text{ см/с}$; б) $5,4 \text{ мм рт. ст.}$

$$9-17. V = \frac{Dgh\pi t}{128\eta \left(\frac{l_1}{d_1^4} + \frac{l_2}{d_2^4} \right)} = 0,004 \text{ см}^3.$$

К § 10

10-1. Общий объем брусков не изменится; длина увеличится, если более холодный брусок имеет меньшую площадь сечения, параллельного плоскости соприкосновения брусков.

10-2. Да.

10-3. а) 420°C ; б) 140°C .

10-4. При условии $2\alpha_2 = \alpha_1$ (например, алюминий и железо).

10-6. На 16 с.

10-7. $\omega = \omega_0 \frac{1}{(1 + \alpha t)^2}$, где α — коэффициент линейного расширения. Кинетическая энергия уменьшится на величину $\approx I_0 \omega_0^2 \alpha t$.

10-8. Результат зависит от формы сообщающихся сосудов. Пусть сосуд А расширяется кверху (рис. 10-2). При его нагревании вследствие объемного расширения уровень жидкости в нем поднимется на $dh = \frac{dV}{S} = \frac{\beta t V_0}{S}$ (где S — площадь сечения на

высоте h_0) и плотность жидкости

уменьшится: $D = \frac{D_0}{1 + \beta t}$. Давление на

дно сосуда A станет равным

$$p = Dgh = \frac{D_0 g(h + dh)}{1 + \beta t} =$$

$$= \frac{D_0 g h_0 \left(1 + \frac{\beta t V_0}{S h_0}\right)}{1 + \beta t} = p_0 \frac{1 + \frac{\beta t V_0}{S h_0}}{1 + \beta t}.$$

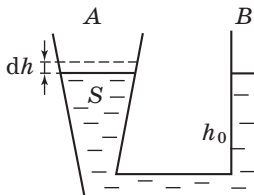


Рис. 10-2

Так как для расширяющегося сосуда $\frac{V_0}{S h_0} < 1$, то $p < p_0$, поэтому жидкость перетекает из сосуда B в сосуд A и ее уровень в сосуде B понижается.

В случае, если сосуд A сужается сверху, уровень жидкости в сосуде B , наоборот, повышается. При цилиндрическом сосуде A уровень жидкости в сосуде B остается неизменным.

10-9. $\approx 47^\circ \text{C}$.

10-10. $\beta_2 = \frac{m_2 - m_1 + \beta_1 t(m_2 - m_0)}{(m_1 - m_0)t} = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, где β_1 —

коэффициент объемного расширения ртути.

10-11. 754,6 мм.

10-12. 173°C .

К § 11

11-1. 79.

11-2. 751 мм рт. ст.

11-3. а) $x = 3,5$ см; б) $l > 95$ см.

11-4. $3,9 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст.

11-5. $D = \frac{m h_2}{V(h_2 - h_1)} = 1,2 \text{ г/см}^3$.

11-6. $7,2 \cdot 10^6$ Па.

11-7. 150 см^3 .

11-8. 637.

11-9. 554 л.

11-10. $1,57 \cdot 10^5$ Па.

11-11. $1,82 \text{ м}^3/\text{кг}$.

11-12. 1,32 кг.

11-13. 1,48 г.

11-14. $u = \frac{mRT}{MpS\tau} = 0,9 \text{ м/с}$ ($M = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$).

11-15. 3 см/с.

11-16. а) Подъемная сила

$$F = -(m_1 - m_2)g = m_1 g \left(1 - \frac{m_2}{m_1} \right),$$

где m_1 и m_2 — массы водорода и вытесненного воздуха, соответственно. Но $\frac{m_2}{m_1} = \frac{M_2}{M_1}$, поскольку давление, температуру и объем воздуха и водорода можно считать равными. Пока m_1 неизменно (газ не вытекает из оболочки), F постоянна; б) 2 кг.

11-17. 29,3 м.

11-18. 2,4.

11-19. 2 атм.

$$11-20. M = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}} = 30,2 \text{ г/моль.}$$

11-21. 0,48 кг/м³.11-22. 1,45 м³/кг.

11-23. 1950 м.

11-24. 20 Н.

11-25. Рассмотрим элемент объема воздуха $S dx$, находящийся в трубке на расстоянии x от оси вращения (рис. 11-4). Результирующая сил давления $S dp$ направлена к оси вращения и сообщает ему центростремительное ускорение $\omega^2 x$:

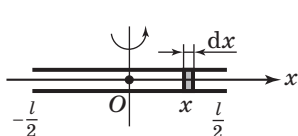


Рис. 11-4

$$DS dx \omega^2 x = -S dp, \quad \text{где } D = \frac{\rho M}{RT}.$$

Получаем дифференциальное уравнение, определяющее зависимость p от x :

$$\frac{\rho M}{RT} \omega^2 x dx = -dp.$$

Разделяя переменные и интегрируя по x от 0 до $\frac{l}{2}$, по p — от p_0 (в центре) до $p_{\text{атм}}$ (у концов), получаем:

$$\ln \frac{p_0}{p_{\text{атм}}} = -\frac{M \omega^2 l^2}{8RT}, \quad p_0 = p_{\text{атм}} \exp \left(-\frac{M \omega^2 l^2}{8RT} \right).$$

Разность давлений на краях трубки и в центре

$$p_0 - p_{\text{атм}} \approx -p_{\text{атм}} \frac{M \omega^2 l^2}{8RT} \approx -2 \text{ мм рт. ст.}$$

Таким образом, $p_0 \approx 758 \text{ мм рт. ст.}$

К § 12

12-1. а) $c_p = 649 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $c_V = 908 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. б) $c_p = 1040 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $c_V = 741 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

12-2. $\gamma = 1,47$.

12-3. $Q = \frac{p_1 V \Delta T}{T_1(\gamma - 1)} = 5950 \text{ Дж}$.

12-4. $t_2 = t_1 + \frac{M v^2}{2 C_V} = 21,8^\circ \text{C}$.

12-5. $3,15 \cdot 10^7 \text{ Дж}$.

12-6. $\approx 5 \text{ м}^3$ и $\approx 5,5 \text{ м}^3$.

12-7. Сначала определим массу продуктов горения

$$m = \frac{pVM}{RT} = 35,8 \text{ г}.$$

При сгорании выделится количество теплоты

$$Q = qm_0$$

и температура газа в камере станет равной

$$t_2 = t_1 + \frac{Q}{mc_V} = 1690^\circ \text{C}.$$

При этом создается давление

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = 20,3 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

12-8. $Q = 1,66 \cdot 10^4 \text{ Дж}$; $\Delta U = 1,18 \cdot 10^4 \text{ Дж}$; $A = 4,8 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.

12-9. $A = p_0 S \left(h_1 - h_0 \ln \frac{h_0 + h_1}{h_0} \right) = 2,37 \text{ Дж}$.

12-10. а) $\Delta U = 2,5 \text{ л} \cdot \text{атм} = 253,25 \text{ Дж}$; $Q = -6,5 \text{ л} \cdot \text{атм} = -658,45 \text{ Дж}$; $A = -9 \text{ л} \cdot \text{атм} = -911,7 \text{ Дж}$.

б) $\Delta U = 2,5 \text{ л} \cdot \text{атм} = 253,25 \text{ Дж}$; $Q = -0,5 \text{ л} \cdot \text{атм} = -50,65 \text{ Дж}$; $A = -3 \text{ л} \cdot \text{атм} = -303,9 \text{ Дж}$.

12-11. $\frac{A_2}{A_1} = \frac{1 - n^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{(\gamma-1) \ln n}$; а) 1,5; б) 0,8.

12-12. 450°C .

12-13. $\Delta T = -\frac{g}{c_p} \Delta h = -5^\circ$.

12-14. $p = 32,4 \text{ атм}$; $t = 491^\circ \text{C}$; $A = 4300 \text{ Дж}$.

12-15. а) $\Delta U = 2,5 \text{ л} \cdot \text{атм} = 253,25 \text{ Дж}$; $Q = -3 \text{ л} \cdot \text{атм} = -303,9 \text{ Дж}$; $A = -5,5 \text{ л} \cdot \text{атм} = -557,15 \text{ Дж}$;

б) $\Delta U = 2,5 \text{ л} \cdot \text{атм} = 253,25 \text{ Дж}$; $Q = -2,11 \text{ л} \cdot \text{атм} = -213,74 \text{ Дж}$; $A = -4,61 \text{ л} \cdot \text{атм} = -467 \text{ Дж}$.

12-16. При отклонении поршня на малое расстояние x от положения равновесия давление по одну сторону поршня увеличится: $p_1 = p_0 \left(\frac{l+x}{l} \right)^\gamma \approx p_0 \left(1 + \frac{\gamma}{l} x \right)$, а по другую сторону уменьшится: $p_2 \approx p_0 \left(1 - \frac{\gamma}{l} x \right)$. Вследствие разности давлений $p_1 - p_2$ возникает возвращающая сила $F \approx -Sp_0 \frac{2\gamma}{l} x$. Уравнение движения поршня:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{2Sp_0\gamma}{l} x.$$

Период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{2Sp_0\gamma}} = 0,065 \text{ с}.$$

12-17. См. рисунок 12-8.

$$\text{12-18. } p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}; \quad T = \frac{\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2}}{\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2}}.$$

12-19. Работа компрессора за один цикл численно равна сумме площадей $ABGF$ и $BCOG$ минус площадь $ADOF$, опре-

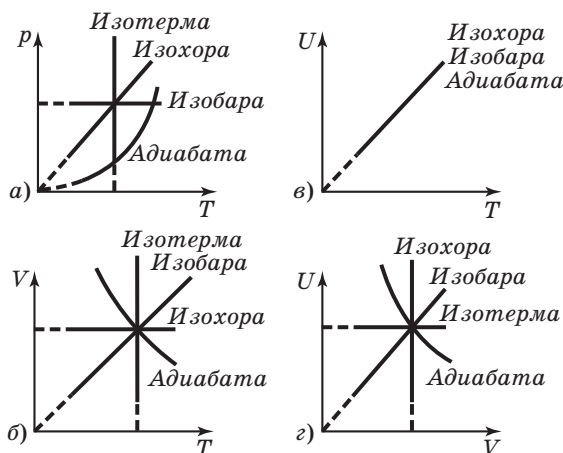


Рис. 12-8

деляющая работу по продвижению поршня назад. Так как $S_{\square BCOG} = p_2 V_2 = p_1 V_1 = S_{\square ADOF}$, то

$$S_{\square ABGF} + S_{\square BCOG} - S_{\square ADOF} = S_{\square ABGF}.$$

12-20. а) 37,8 кВт; б) 3250 кг/ч.

12-21. Расчет можно производить для 1 г газа; $\eta = \frac{A}{Q_1}$. Ра-

бота A равна разности работ при двух адиабатных процессах; количество теплоты Q_1 принимаем равным количеству теплоты, необходимому для нагревания газа от T_2 до T_3 . Итак, получаем

$$\eta = \frac{c_V(T_3 - T_4) + c_V(T_1 - T_2)}{c_V(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

По уравнению адиабаты

$$T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1}; \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1},$$

откуда

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Поэтому

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = 0,34.$$

12-22. б) $c = c_V \frac{n-\gamma}{n-1}$. Поскольку c_V , n и γ постоянны, постоянно и c .

в) 1) Работа при повышении температуры газа на 1К по мере поднятия поршня уменьшается, уравнение процесса в нижней части цилиндра

$$p \frac{q - 2V}{q - V_0} = \text{const}$$

(q — общий объем газа в цилиндре) не может быть приведено к виду $pV^n = \text{const}$. Процесс не политропный.

2) Уравнение процесса в газе

$$\frac{p - p_0}{V - V_0} = \text{const},$$

где p_0 — атмосферное давление; V_0 — объем газа при положении поршня, показанном на рисунке 12-6 пунктиром. Процесс не политропный.

3) Уравнение процесса в газе имеет такой же вид, как и в случае 2), V_0 означает объем газа в левой части трубки при равенстве уровней жидкостей в левой и правой частях. Процесс не политропный.

4) Уравнение процесса в газе

$$pV^{\frac{\gamma+1}{2}} = \text{const.}$$

Процесс политропный.

г) В случаях 1)–3) удельные теплоемкости газов при повышении температуры уменьшаются. В случае 4) удельная теплоемкость газа постоянна и равна $-c_V$. Знак минус получился потому, что в данном процессе газ при повышении температуры отдает теплоту вовне.

К § 13

13-1. $8 \cdot 10^{16}$.

$$13-2. n = \frac{N_A}{M_2 - M_1} \left(\frac{PM_2}{RT} - D \right) = 4,25 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}.$$

13-3. 0,23 мм рт. ст.

13-4. Из формулы $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ имеем: $\langle v^2 \rangle_2 - \langle v^2 \rangle_1 = \frac{3R\Delta T}{M}$, где $\langle v^2 \rangle_2$ и $\langle v^2 \rangle_1$ — квадраты среднеквадратичных скоростей после остановки и до остановки, соответственно. Подставляя $\Delta T = \frac{Mu^2}{2C_V}$ (см. ответ к задаче 12-4) и принимая во

внимание, что $C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$, получаем: $\langle v^2 \rangle_2 - \langle v^2 \rangle_1 = \frac{3}{2} u^2 (\gamma - 1)$.

Отсюда а) $\langle v^2 \rangle_2 - \langle v^2 \rangle_1 = u^2$; б) $\langle v^2 \rangle_2 - \langle v^2 \rangle_1 = 0,6u^2$.

Физический смысл полученного результата заключается в следующем. В одноатомном газе вся энергия поступательного движения идет на увеличение энергии поступательного движения молекул. В двухатомном газе на увеличение энергии поступательного движения молекул затрачивается 0,6 энергии; 0,4 энергии — на увеличение энергии вращательного движения молекул.

13-5. а) 562 м/с; б) 25 м/с.

13-6. -203°C .

$$13-7. v_{\text{KB}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{kT}{\pi D r^3}} = 169 \text{ см/с, где } D \text{ — плотность воды.}$$

13-8. а) Это видно из несимметричного вида кривой: ордината точки, соответствующей скорости, большей наиболее вероятной, более ординаты точки, соответствующей скорости, меньшей наиболее вероятной на такую же величину.

б) Единице.

в) Изменить абсциссы в $\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$ раз, а ординаты в $\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$ раз.

13-9. а) $\langle v \rangle = 518$ м/с; $v_{\text{вер}} = 459$ м/с.

13-10. Нулю.

13-11. Поскольку энергия поступательного движения молекулы $\epsilon = \frac{mv^2}{2}$, имеем:

$$\Delta n = n \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{\epsilon^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{3}{2}} v_{\text{вер}}^3} e^{-\frac{2\epsilon}{mv_{\text{вер}}^2}} \Delta \epsilon = n \phi(\epsilon) \Delta \epsilon.$$

а) максимум функции $\phi(\epsilon)$ соответствует энергии

$$\epsilon_0 = \frac{mv_{\text{вер}}^2}{3},$$

откуда скорость, соответствующая максимуму функции распределения, равна

$$v_0 = \frac{v_{\text{вер}}}{\sqrt{2}}.$$

13-12. а) $\frac{\Delta n}{n} = \frac{4}{e\sqrt{\pi}} \cdot 0,02 = 1,66\%$; б) $1,85\%$.

13-13. Искомое число молекул равно

$$N = n \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{v_{\text{вер}}}^c \frac{v^2}{v_{\text{вер}}^3} e^{-\frac{v^2}{v_{\text{вер}}^2}} dv.$$

Заменим переменную: $\frac{v^2}{v_{\text{вер}}^2} = x$; тогда $\frac{3v^2 dv}{v_{\text{вер}}^3} = dx$. Верхний

предел интегрирования станет равен $\frac{c^3}{v_{\text{вер}}^3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3/2}$, нижний

предел станет равен 1, т. е. пределы станут независимыми от T .

Подынтегральное выражение будет равным $\frac{1}{3} e^{-x^{3/2}} dx$, т. е. тоже независимым от T . Значит, N не зависит от T .

13-14. Уменьшится в 2,3 раза.

13-15. а) $1,75 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; б) $9,95 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

13-16. 55°C .

13-18. $4,6 \cdot 10^{-2} \text{ мм рт. ст.}$

13-19. $6 \cdot 10^{-3} \text{ мм рт. ст.}$

13-20. $9,3 \cdot 10^{-8} \text{ с.}$

13-21. $7 \cdot 10^{28} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$.

13-22. а) $6 \cdot 10^{-6} \text{ см}$; б) $12,5 \cdot 10^{-6} \text{ см}$; в) $9,4 \cdot 10^{-7} \text{ см}$.

13-23. а) Не изменится; б) уменьшится в 1,41 раза; в) увеличится в 1,15 раза.

13-24. $9,5 \cdot 10^{-6} \text{ см.}$

13-25. $6 \cdot 10^{-6} \text{ см.}$

13-26. $2,8 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$.

13-27. Уменьшится в $2^{\frac{\gamma+1}{2}} = 2,3$ раза.

13-28. $\tau = \frac{\sqrt{2\pi RMT}}{NpS} = 0,31 \text{ с.}$

К § 14

14-1. $p + \frac{a}{V_m^2}$ — давление, которое имело бы место, если бы

все молекулы одного моля газа находились в объеме $V_m - b$ и не притягивались друг к другу.

14-2. а) 24,6 атм; б) 23,3 атм; в) 25,4 атм; г) 24,1 атм.

14-3. 25,6 атм; 29,5 атм.

14-4. 21°C ; 0°C .

14-5. $b = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$; $a = 0,135 \text{ Па} \cdot \text{м}^6/\text{моль}^2$.

14-6. а) Более сжимаем при $T > \frac{a}{Rb}$; б) 1020 К (углекислый газ); 112 К (водород).

14-7. а) 5,71 кДж/моль; б) 5,75 кДж/моль.

14-8. б) Выражая $p_1 V_1$ и $p_2 V_2$ по формуле Ван-дер-Ваальса и полагая $U_1 = U_2$, имеем

$$R\Delta T = (RTb - a)\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right).$$

Чтобы выполнить приближенный расчет, величину $\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}$ можно вычислить по формуле Клапейрона—Менделеева:

$$\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} = \frac{p_1 - p_2}{RT}.$$

Отсюда

$$\Delta T = \left(Tb - \frac{a}{R} \right) \frac{p_1 - p_2}{RT}.$$

1) $-1,3$ К; 2) $+0,2$ К; эти числа близки к экспериментальным результатам.

14-9. $0,2 \text{ г/см}^3 = 200 \text{ кг/м}^3$.

14-10. $\approx 53 \text{ атм}$; 157 К .

14-11. $a = 0,365 \text{ Па} \cdot \text{м}^6/\text{моль}^2$; $b = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

14-12. а) Масса эфира, имеющая критический объем V_0 ,

$$m = \frac{M}{V_K} V_0 = \frac{8Mp_K}{3RT_K} V_0.$$

Ее объем при $t = 20^\circ\text{C}$ (массой паров эфира над жидким эфиром можно пренебречь)

$$V = \frac{m}{D} = \frac{8Mp_K V_0}{3RT_K D},$$

отсюда $\frac{V}{V_0} = 0,26$.

б) Если температура по всему объему трубки одинакова, то критическое состояние возможно лишь в том случае, если критический объем взятой массы эфира равен объему полости трубки. При меньшем количестве эфира вся жидкость в нагреваемой трубке испаряется до достижения критической температуры; при большем количестве вся трубка заполняется жидкостью до достижения критической температуры, после чего давление в трубке быстро повышается. Это видно на рисунке 14-4; при $V = V_1$ наблюдается критическое состояние; при $V = V_2$ вся жидкость испарится; при $V = V_3$ весь объем заполняется жидкостью.

в) См. рисунок 14-5; кривая 1 — объем трубки равен критическому объему; 2 — меньше критического объема; 3 — больше критического объема.

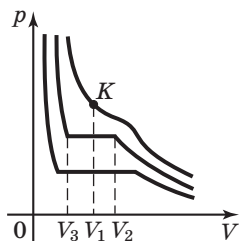


Рис. 14-4

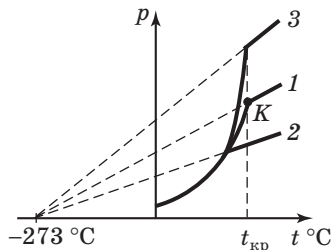


Рис. 14-5

14-13. См. рисунок 14-6.

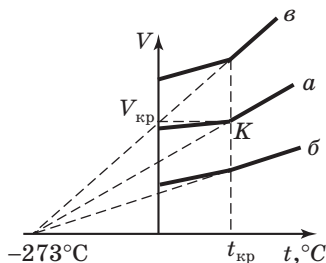


Рис. 14-6

К § 15

15-1. $\approx 1007 \text{ кг/м}^3$.

15-2. $2,6 \text{ см}^3/\text{с}$.

15-3. а) $5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$; б) $2,3 \text{ Па}$.

15-4. Пренебрегаем поверхностью первоначальной капли по сравнению с суммой поверхностей всех мелких капелек. Тогда

$$A = \frac{6m\sigma}{dD} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

15-5. б) 6 см .

15-6. $\Delta R \approx \frac{Dgd^3}{8\sigma} = 0,14 \text{ мм}$.

15-7. На рисунке 15-8 черные кружки изображают сечения проволочек сита. При равновесии внутри жидкости вблизи точки А давление равно $p_0 + Dgh$ (p_0 — атмосферное давление).

Разность давлений внутри и вне жидкости (Dgh) равна $\frac{2\sigma}{R}$, где

R — радиус кривизны вблизи точки А. Если при прикосновении пальцем получится поверхность с бóльшим радиусом кривизны (показана пунктиром справа; $R_1 > R$), равновесие нарушится и жидкость будет вытекать, как показано на рисунке. Кроме того, поверхностное натяжение жидкости может уменьшиться вследствие загрязнения ее пальцем.

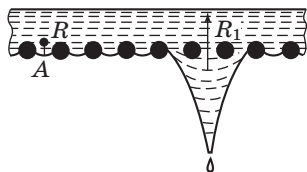


Рис. 15-8

15-8. а) Формы кривых поверхностей жидкости на рисунке 15-9 удовлетворяют соотношению $\frac{\sigma}{R} = Dgh$,

где R — радиус кривизны; h — высота рассматриваемой точки над поверхностью жидкости; на рисунке 15-9, z показано положение пластинки, соответствующее моменту ее отрыва. Максимальное натяжение пружины соответствует несколько меньшей высоте h .

б) На основании указанных в задаче предположений имеем $\frac{2\sigma}{h} =$

$= Dg\frac{h}{2}$, откуда

$$h = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{Dg}}. \quad (1)$$

Заметим, что эта формула может быть выведена без упрощающих предположений, приведенных в тексте задачи. Обозначая элемент длины образующей поверхности dS , угол наклона поверхности φ , имеем выражение для кривизны

$$\frac{d\varphi}{dS} = \frac{ghD}{\sigma}.$$

Очевидно,

$$\frac{dh}{dS} = \sin \varphi.$$

Деля эти два уравнения друг на друга, находим

$$hdh = \frac{\sigma}{gD} \sin \varphi d\varphi.$$

Интегрируя, получаем

$$\frac{h^2}{2} = \frac{\sigma}{Dg} (1 - \cos \varphi).$$

Если $\cos \varphi = -1$, то мы имеем формулу (1).

Так как поверхность воды в положении, показанном на рисунке 15-9, z , направлена вдоль поверхности пластинки, и результирующая сил поверхностного натяжения, действующих на пластинку, равна нулю, то сила, действующая на пластинку, равна весу столба жидкостей под ней:

$$F = ShDg = 2S \sqrt{\sigma Dg} = 0,105 \text{ Н.}$$

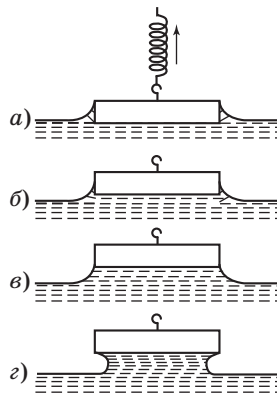


Рис. 15-9

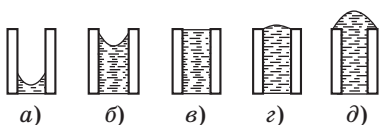


Рис. 15-10

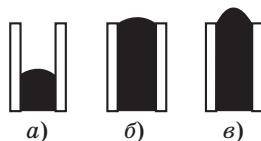


Рис. 15-11

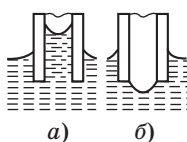


Рис. 15-12

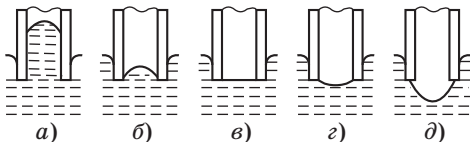


Рис. 15-13

15-9. а) См. рисунки 15-10 и 15-11. Положения δ на рисунке 15-10 и ϵ на рисунке 15-11 соответствуют наибольшей разности уровней в трубках; б) 41 мм; в) 27 мм.

15-10. а) См. рисунки 15-12 и 15-13. Положения δ на рисунке 15-12 и δ на рисунке 15-13 соответствуют наибольшему давлению воздуха в капилляре;

$$\text{б) } p_1 = Dgh_1 + \frac{4\sigma}{d_1} = 550 \text{ Па (радиусом пузырька по сравнению с глубиной погружения можно, очевидно, пренебречь);}$$

нию с глубиной погружения можно, очевидно, пренебречь);

$$\text{в) } 4300 \text{ Па.}$$

$$\text{15-11. } P = \pi\sigma d = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

15-12. Уровень воды в трубке будет совпадать с уровнем воды в сосуде до тех пор, пока не дойдет до более узкого места. Затем уровень воды в трубке будет подниматься вместе с трубкой и поднимется до 14 см, после чего упадет до уровня воды в сосуде. По достижении следующего узкого места картина повторится, и т. д.

15-13. При условии, если давление воздуха в узком колене на 3,5 мм рт. ст. больше, чем в широком.

15-14. Столб жидкости, вес которого

$$\frac{Dg \cdot \pi(d_1^2 - d_2^2)h}{4}, \text{ удерживается силами}$$

поверхностного натяжения F_H , сумма которых равна $\sigma(\pi d_1 + \pi d_2)$ (см. рис. 15-14).

Отсюда находим

$$h = \frac{4\sigma}{Dg(d_1 - d_2)} = 5,7 \text{ см.}$$

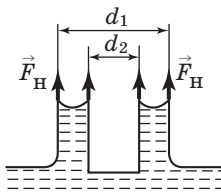


Рис. 15-14

15-15. Если внутреннее трение отсутствует, то жидкость по инерции поднимется на вдвое большую высоту, а затем в трубке начнутся колебания уровня жидкости с амплитудой $h = \frac{2\sigma}{Dgr}$. При наличии трения вместо этого увеличивается внутренняя энергия системы — происходит нагревание.

15-16. 13 см.

$$\mathbf{15-17.} \ x = \frac{4h_0\sigma}{p_0d + 4\sigma} = 2,8 \text{ мм.}$$

15-18. а) 17,8 см; б) 20 см.

15-19. Справедливо лишь при условии, что поверхностное натяжение на границе между жидкостями равно разности поверхностных натяжений жидкостей на границе жидкость — пар (для каждой жидкости отдельно).

К § 16

16-1. При адиабатном расширении и охлаждении влажного воздуха в восходящих воздушных потоках происходит выпадение дождя. Освобожденный от части влаги воздух адиабатно нагревается в нисходящих потоках и оказывается ненасыщенным.

16-2. 2,8 см.

16-3. 0,0052 мм рт. ст.

16-4. 922 г.

16-5. 1,14 кг/м³.

16-6. Сначала найдем давление воздуха в сосуде при 14 °С. Пар при этой температуре будет насыщенным, так как испарится не вся вода (масса испарившейся воды равна $DV = 12,1 \text{ г/м}^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 0,0242 \text{ г}$; здесь D — плотность насыщенного пара, см. табл. XVII). Давление пара при этой температуре (табл. XVII) составит 11,99 мм рт. ст., поэтому давление воздуха равно $760 - 11,99 \approx 748 \text{ мм рт. ст.}$

а) Выясним, испарится ли вся вода при 90 °С. Масса пара, насыщающего данный объем, равна $DV = 0,4219 \text{ кг/м}^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 0,84 \text{ г} < 1 \text{ г}$. Испарится не вся вода, следовательно, пар насыщенный, его давление при 90 °С равно $0,70098 \cdot 10^5 \text{ Па}$ (см. табл. XVIII). Давление воздуха пропорционально абсолютной температуре T и равно 946 мм рт. ст. $= 1,26 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Полное давление в сосуде $p = 1,96 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

б) Масса пара, насыщающего данный объем при 100 °С, равна $DV = 1,2 \text{ г} > 1 \text{ г}$, так что пар в сосуде будет ненасыщенным. Давление пара вычисляем с помощью уравнения Кла-

пейрона—Менделеева и получаем $0,86 \cdot 10^5$ Па. Давление воздуха при 100°C составит $1,30 \cdot 10^5$ Па. Общее давление в сосуде $p = 2,16 \cdot 10^5$ Па.

16-7. а) 30°C ; б) 29°C .

16-8. а) $0,0145$ г пара и $0,9855$ г воды; б) приблизительно при 116°C .

16-9. $19,8$ г.

16-10. $q_{\text{внеш}} = p(v_{\text{пар}} - v_{\text{жид}})$; а) $q_{\text{внеш}} = 134$ кДж/кг; б) 197 кДж/кг.

16-11. $3201,5$ Дж.

16-12. 778 мм рт. ст.

16-13. $0,013$ мм. Равновесие неустойчиво. Пузырьки меньшего размера исчезают, а большего бурно увеличиваются и поднимаются.

16-14. $9,41$ мм рт. ст.

16-15. а) Плотность пара $D_{\text{п}} = 8,3$ г/м³. Относительно плоской поверхности пар становится насыщенным при $t_0 = 8^\circ\text{C}$, при этом его давление $p_0 = 8,05$ мм рт. ст. Однако относительно маленьких капелек пар будет ненасыщенным, так как давление насыщенных паров над сферической поверхностью диаметром d больше на $\Delta p = \frac{4\sigma}{d} \frac{D_{\text{п}}}{D_{\text{ж}}} = 0,177$ мм рт. ст. ($D_{\text{ж}}$ — плот-

ность жидкости). Чтобы началась конденсация на капельках диаметром d , пар в окружающем пространстве должен быть перенасыщен на $\Delta p = 0,177$ мм рт. ст. Для этого его температура должна быть ниже t_0 на $0,33^\circ\text{C}$ (вблизи 8°C понижение температуры на 1°C соответствует уменьшению давления на $0,54$ мм рт. ст.) Следовательно, температура воздуха должна быть равной $7,67^\circ\text{C}$.

б) Давление насыщенного пара внутри каналов на $0,177$ мм рт. ст. меньше, и конденсация начнется при более высокой температуре, т. е. при $8,33^\circ\text{C}$.

16-16. $3,5$ кг/(с · м²).

К § 17

17-1. $p_0 = 12$ атм.

17-2. $p_0 = 2,3$ атм.

17-3. $0,26$ г.

17-4. $m = \frac{DghMS(h + h_1)}{RT} = 3,7$ мг.

17-6. В предыдущей задаче показано, что давление паров над раствором меньше, чем над чистым растворителем, на величину

$$\Delta p = \frac{D_1 m R T}{D_2 M V} = 1,2 \text{ мм рт. ст.},$$

где D_1 — средняя плотность пара; M — молярная масса сахара.

Следовательно, давление паров воды над раствором равно 758,8 мм рт. ст.

17-7. Если стенки сосуда, в котором кипит раствор, и другие тела, с которыми соприкасается пар, выделяющийся из раствора, имеют температуру, равную температуре раствора или более высокую, то пар имеет температуру раствора. Если же стенки сосуда или термометр, опущенный в пар, имеют более низкую температуру, то пар конденсируется на них до тех пор, пока они не прогреются до температуры, которая соответствует температуре насыщенного пара при атмосферном давлении. Таким образом, при отсутствии термометра температура пара равна температуре кипящего раствора. При наличии термометра пар конденсируется, и температура его при нормальном атмосферном давлении равна 100 °С.

17-8. $M = 283 \text{ г/моль}$.

17-9. На 0,13 °С.

17-10. $7,76 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$.

17-11. 750 мм рт. ст.

К § 18

18-1. Нет. Изменение температуры не является единственным результатом процесса: уменьшается потенциальная энергия жидкости.

18-2. 2,6 Дж/К.

18-3. а) $-0,199 \text{ Дж/К}$; б) $-0,277 \text{ Дж/К}$.

18-4. $\Delta S = -0,836 \text{ Дж/К}$ для всех описанных процессов.

18-5. а) $-2,9 \text{ Дж/К}$; б) $+2,9 \text{ Дж/К}$.

18-6. 14,4 кДж/К.

18-7. Это видно из следующих соображений:

а) температура смеси $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$; изменение энтропии

$$\Delta S = m \ln \frac{T}{T_1} + m \ln \frac{T}{T_2} = m \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} > 0,$$

так как $(T_1 + T_2)^2 > 4T_1 T_2$;

б) внутренние энергии газа в сосудах:

$$\text{до смешения } \frac{p_1 V}{\gamma - 1} \text{ и } \frac{p_2 V}{\gamma - 1};$$

$$\text{после смешения } 2 \frac{pV}{\gamma - 1},$$

где γ — отношение теплоемкостей c_p и c_V .

Отсюда, так как обмен теплотой с окружающими телами отсутствует, получим $p = \frac{p_1 + p_2}{2}$. Таким образом,

$$\Delta S = m \left(c_V \ln \frac{p}{p_1} + c_V \ln \frac{p}{p_2} \right) = m c_V \ln \frac{(p_1 + p_2)^2}{4 p_1 p_2} > 0.$$

18-8. Увеличивается на 3,26 Дж/К.

$$\text{18-9. } \Delta S = \frac{p}{T} \left(V_1 \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1} + V_2 \ln \frac{V_1 + V_2}{V_2} \right) = 1,79 \text{ Дж/К.}$$

18-10. +2,21 Дж/К.

18-11. Решение основано на том, что изменение энтропии системы зависит только от начального и конечного состояний системы. Изменение удельной энтропии пара при постоянном объеме при повышении температуры от T_1 до T_2 равно

$$c_V \ln \frac{T_2}{T_1}. \text{ С другой стороны, процесс нагревания пара в постоянном объеме можно заменить следующим рядом процессов:}$$

1) пар превращается в воду той же температуры; 2) получившаяся вода нагревается от T_1 до T_2 ; 3) вода превращается в пар; 4) получившийся пар изотермически расширяется до начального объема; так как в условиях задачи плотность пара невелика, то процесс расширения можно рассчитывать по формулам для идеального газа. Приравняв изменения удельной энтропии при описанных процессах, получаем:

$$c_V \ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{r_1}{T_1} + c_0 \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{r_2}{T_2} + \frac{R}{M} \ln \frac{v_1}{v_2},$$

где c_0 — удельная теплоемкость воды (в указанном интервале температур ее можно принять равной 4,185 Дж/(кг · К)). Подставляя данные из таблицы XVIII, найдем

$$c_V = 1,31 \text{ кДж/(кг · К).}$$

Отметим, что согласно молекулярно-кинетической теории идеальных газов удельная теплоемкость многоатомного газа равна $c_V = \frac{3R}{M} = 1,385 \text{ кДж/(кг · К)}$ и не зависит от температуры.

18-12. Обозначим процентное содержание конденсированного пара через x , абсолютную температуру и удельную теплоту парообразования при давлении $2 \cdot 10^5$ Па соответственно через T_1 и r_1 , при $0,2 \cdot 10^5$ Па — через T_2 и r_2 . В таком случае изменение энтропии системы (см. решение задачи 18-11)

$$\Delta S = S_2 - S_1 = -\frac{r_1}{T_1} - c \ln \frac{T_1}{T_2} + \frac{r_2}{T_2} (1 - x),$$

где c — удельная теплоемкость воды (в этом диапазоне температур ее можно принять равной $4,2$ кДж/(кг · К)).

При адиабатном процессе $\Delta S = 0$. Отсюда

$$x = \frac{\frac{r_2}{T_2} - \frac{r_1}{T_1} - c \ln \frac{T_1}{T_2}}{\frac{r_2}{T_2}} = 10,5\%.$$

18-13. На $-0,0075$ К.

18-14. ≈ 2270 кДж/кг.

18-15. Полагая (ввиду малости высоты h) $\Delta p = D_2 g h$, имеем

$$\Delta T = \frac{g h T \left(1 - \frac{D_2}{D_1}\right)}{r},$$

или, поскольку $\frac{D_2}{D_1} \ll 1$,

$$\Delta T = \frac{g h T}{r} = 0,0012 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

18-16. 114 мДж/м².

18-17. $r = \pi d^2 \frac{m}{M} N \sigma = 660$ Дж/г, где d — диаметр молекулы. Опыт дает около 2250 Дж/г. Расхождение объясняется неправомерностью применения по отношению к отдельным молекулам понятий, касающихся макроскопических систем.

18-18. $0,352$ кДж.

18-19. $Q = A \frac{T_2}{T_2 - T_1} = 12,5$ кДж.

18-20. Вода в отопительной системе, являясь холодным телом в двигателе, получает количество теплоты $H \frac{T_3}{T_1}$; та же вода является горячим телом в холодильной машине и потому получает количество теплоты $q \frac{T_1 - T_3}{T_1} \frac{T_3}{T_3 - T_2}$. Итого, ко-

личество теплоты, получаемое водой при сжигании 1 кг топлива,

$$Q = q \frac{T_3(T_1 - T_2)}{T_1(T_3 - T_2)} = 6 \cdot 10^4 \text{ кДж/кг.}$$

$$18-22. V = \frac{kT \ln \frac{n_2}{n_1}}{gh(D - D_0)} = 1,9 \cdot 10^{-13} \text{ см}^3, \text{ где } D \text{ и } D_0 — \text{плот-}$$

ности гуммигута и воды.

К § 19

$$19-1. 5,69 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

$$19-2. 0,36 \text{ }^\circ\text{C.}$$

$$19-3. t = \frac{\frac{\lambda_1}{b_1} t_1 + \frac{\lambda_2}{b_2} t_2}{\frac{\lambda_1}{b_1} + \frac{\lambda_2}{b_2}} = 28,6 \text{ }^\circ\text{C.}$$

$$19-4. \lambda = \frac{b}{\frac{b_1}{\lambda_1} + \frac{b_2}{\lambda_2}} = 120 \text{ Дж/(м} \cdot \text{с} \cdot \text{К)}$$

19-5. Примем, что ребро кубика равно l . Обозначим число пар пластинок и их толщины n , b_1 и b_2 . Тогда

$$n(b_1 + b_2) = l; \quad \lambda_{\perp} = \frac{l}{n\left(\frac{b_1}{\lambda_1} + \frac{b_2}{\lambda_2}\right)}; \quad \lambda_{\parallel} = \frac{n}{l} (b_1 \lambda_1 + b_2 \lambda_2);$$

$$\frac{\lambda_{\parallel}}{\lambda_{\perp}} = \frac{n^2}{l^2} \left[b_1^2 + b_2^2 + b_1 b_2 \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{\lambda_1 \lambda_2} \right] > 1,$$

так как

$$\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{\lambda_1 \lambda_2} > 2.$$

19-6. Градиент температуры у верхней стенки меньше.

$$19-7. Q = \frac{2\pi\lambda\tau(t_2 - t_1)l}{\ln \frac{d_1}{d_2}} = 8,3 \cdot 10^5 \text{ кДж.}$$

19-8. Количество теплоты, передаваемое за время τ через цилиндрическую поверхность произвольного радиуса r ($R \leq r \leq R_1$,

где R — радиус трубы, $R_1 = 2R$ — внешний радиус первого слоя изоляции),

$$Q = -\lambda_1 \frac{dT}{dr} \cdot 2\pi r l \tau.$$

Разделяя переменные T , r и интегрируя, находим температуру T_1 на внешней границе первого слоя изоляции:

$$T_1 = T_0 - \frac{Q}{2\pi l \tau \lambda_1} \ln \frac{R_1}{R},$$

где T_0 — температура трубы.

Аналогично находим температуру T_2 на внешней границе второго слоя ($R_2 = 3R$ — радиус этой границы):

$$T_2 = T_1 - \frac{Q}{2\pi l \tau \lambda_2} \ln \frac{R_2}{R_1} = T_0 - \frac{Q}{2\pi l \tau} \left(\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{R_1}{R} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{R_2}{R_1} \right).$$

Таким образом, при фиксированных температурах T_0 и T_2 количество передаваемой через теплоизоляцию теплоты

$$Q = \frac{(T_0 - T_2) \cdot 2\pi l \tau}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{R_1}{R} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{R_2}{R_1}}.$$

Зная, что $\lambda_1/\lambda_2 = 2$ для трубы I, а $\lambda_1/\lambda_2 = 1/2$ для трубы II, находим

$$\frac{Q_I}{Q_{II}} = \frac{\ln 2 + 0,5 \ln 1,5}{0,5 \ln 2 + \ln 1,5} = 1,2,$$

т. е. труба I отдает в окружающую среду в 1,2 раза больше теплоты.

19-9. $4,446 \cdot 10^3$ кДж.

19-10. а) 50000 кДж; б) температура слоя сажи 400—200 °С; железа 200—195 °С; накипи 195—183 °С.

К § 20

20-1. $2,3 \cdot 10^{-8}$ Кл.

20-2. 0,076 мм.

20-3. Шарики соприкоснутся, а затем установятся на расстоянии 3,1 см друг от друга.

20-4. $\varepsilon = 2,2$.

20-5. $1,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

20-6. а) Под электроном на расстоянии $1,2 \cdot 10^{-6}$ м; б) 2,3 см.

20-7. Расстояние от заряда q_1 равно

$$x = l \frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1} \pm \sqrt{q_2}}.$$

Знак «-» соответствует разноименным зарядам, знак «+» одноименным.

20-8. а) 0; б) 0, $\frac{2q}{4\pi\epsilon_0\epsilon a^2}$ или $\frac{4q}{4\pi\epsilon_0\epsilon a^2}$ в зависимости от расположения зарядов.

20-9. $4,3 \cdot 10^{11}$ В/м; $4,2 \cdot 10^{11}$ В/м.

20-10. а) $3,9 \cdot 10^{-11}$ м; б) $4,6 \cdot 10^6$ В/м и $2 \cdot 10^6$ В/м; в) $6,6 \times 10^{-13}$ Н и $3,3 \cdot 10^{-13}$ Н, 10^{-21} Н · м и нуль.

20-11. а) $2 \cdot 10^{-12}$ Н; б) $1,3 \cdot 10^{-19}$ Дж; в) $2,1 \cdot 10^6$ Дж/кг.

20-12. Диполь A находится в поле диполя B напряженностью $\frac{p}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3}$; вектор напряженности перпендикулярен вектору электрического момента $\vec{p}_A$. Момент сил (относительно центра диполя A) примерно равен $\frac{p^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3}$ и направлен по нормали к плоскости рисунка 20-3 («на нас»).

Диполь B находится в поле диполя A напряженностью $\frac{2p}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3}$; вектор напряженности перпендикулярен $\vec{p}_B$. Момент сил (относительно центра диполя B) примерно равен $\frac{2p^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3}$ и направлен также «на нас».

На первый взгляд кажется странным, что сумма этих двух моментов сил отлична от нуля, хотя система замкнута. Дело в том, что эти моменты рассчитаны относительно разных точек (начал). Между тем силы, действующие на каждый из зарядов диполя со стороны другого диполя, не образуют точную пару сил, поэтому создаваемый ими вращающий момент зависит от выбора начала. Суммарный же момент сил, действующих на всю систему, равен нулю относительно произвольно выбранного общего начала.

20-13. $5,9 \cdot 10^4$ Кл.

20-14. 10^{-10} Кл.

20-15. а) Электрическое смещение останется без изменения, а напряженность уменьшится в 2 раза;

б) Электрическое смещение увеличится в два раза, а напряженность останется без изменения.

20-16. а) $q = \sqrt{2\epsilon_0 SF} = 9,4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$; б) $4,7 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2$ и $2,7 \cdot 10^5 \text{ В/м}$.

20-17. Не изменится.

20-18. $3,4 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$.

20-19. $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 RR_0} = 6000 \text{ В/м}$.

20-20. а) 0; б) $E = \frac{qh}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{(R^2 + h^2)^3}} = 1,3 \cdot 10^4 \text{ В/м}$; в) максимальная напряженность имеет место в точке, отстоящей от кольца на расстоянии $h_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}$; $E_{\max} = 2,8 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}$.

20-21. а) Исходим из решения предыдущей задачи. Разделяем пластинку на ряд бесконечно тонких колец (рис. 20-4). Заряд на кольце радиусом x равен

$$\gamma = \sigma \cdot 2\pi x dx.$$

Тогда

$$dE = \frac{2\pi\sigma b x dx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}};$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}} \right) = 45,2 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

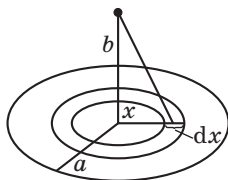


Рис. 20-4

б) При $b \rightarrow 0$ второй член в скобках равен нулю и

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Если $a \ll b$, то

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}} \approx 1 - \frac{a^2}{2b^2}.$$

При этом

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 b^2}.$$

20-22. Решение легко получается как следствие решения задачи **20-21** и принципа суперпозиции:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}}.$$

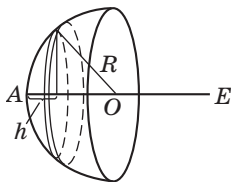


Рис. 20-5

20-23. Разбиваем полусферу на ряд бесконечно узких колец (рис. 20-5). Площадь каждого кольца $2\pi R dh$. Заряд на кольце $\sigma 2\pi R dh$. Из соображений симметрии ясно, что напряженность поля направлена по линии OA . Поэтому напряженность поля, создаваемая зарядом кольца, равна

$$dE = \frac{\sigma \cdot 2\pi R dh}{4\pi\epsilon_0 R^2} \frac{R-h}{R}.$$

Проинтегрировав, находим

$$E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}.$$

20-24. а) $2 \cdot 10^5$ В/м; б) $-7,2 \cdot 10^4$ В/м.

20-25. а) 0; б) $2,53 \cdot 10^4$ В/м; в) $8,47 \cdot 10^4$ В/м.

20-26. $E = 6,7 \cdot 10^4$ В/м.

20-27. См. рисунок 20-6.

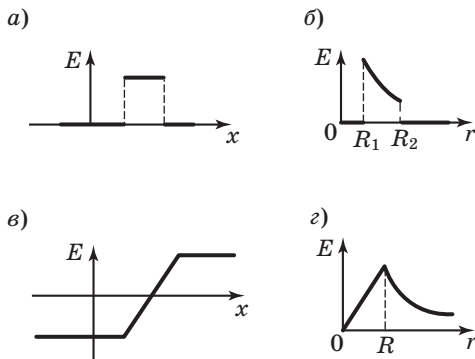


Рис. 20-6

К § 21

21-2. а) Нет, так как направление напряженности поля во всех точках вполне определено.

б) Нет.

21-4. Ситуация не является электростатической. Заряд стекает с шара через бумажные полоски. Таким образом, по полоскам течет слабый ток, причем линии тока совпадают с линиями напряженности электрического поля.

21-5. а) 2,8 эВ; б) $3,5 \cdot 10^{-2}$ эВ; в) 0,434 эВ; г) 18 эВ.

21-6. 40 электронов.

21-7. $1,6 \cdot 10^{-17}$ Кл.

21-8. $F = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d^2} = 2,5 \cdot 10^{-4}$ Н.

21-9. а) При постоянстве напряжения между пластинами;
б) при постоянстве зарядов.

21-11. а) $6 \cdot 10^{-7}$ Дж; б) 0; в) 0 и -10^{-6} Дж.

21-12. а) $2,5 \cdot 10^{-6}$ Дж; б) 0.

21-13. а) $U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon\sqrt{R^2 + h^2}}$; б) $E = \frac{qh}{4\pi\epsilon_0\epsilon\sqrt{(R^2 + h^2)^3}}$;

в) $U_1 = 360$ В, $E_1 = 0$; $U_2 = 161$ В, $E_2 = 1,3 \cdot 10^4$ В/м.

21-14. $U = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} (\sqrt{a^2 + b^2} - b)$.

21-15. а) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$; б) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$; в) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R + a)}$.

21-16. См. рисунок 21-8.

21-17. -3000 В; -3600 В.

21-18. а) $\gamma = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon U}{\ln \frac{R_2}{R_1}} = 2,08 \cdot 10^{-8}$ Кл/м;

б) $\sigma_1 = \frac{\gamma}{2\pi R_1} = 1,1 \cdot 10^{-7}$ Кл/м²; $\sigma_2 = \frac{\gamma}{2\pi R_2} = 0,33 \cdot 10^{-7}$ Кл/м²;

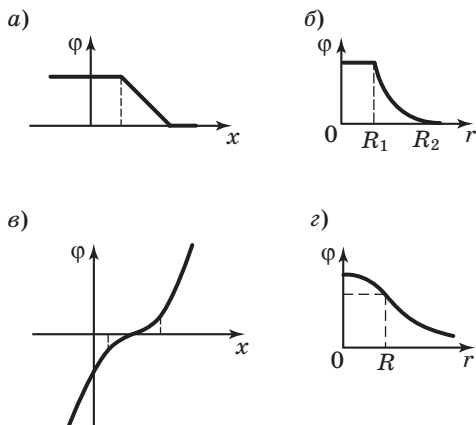


Рис. 21-8

$$\text{в) } E = \frac{U}{R \ln \frac{R_2}{R_1}}; 125 \text{ В/см}; 57,5 \text{ В/см}; 37,4 \text{ В/см.}$$

$$\mathbf{21-19. } 10^{17} \text{ см/с}^2; 5 \cdot 10^8 \text{ см/с.}$$

21-20. Пробьется лишь после введения стеклянной пластинки, так как в этом случае напряженность в воздухе будет 31,4 кВ/см, а после пробоя воздуха напряженность в стекле будет 130 кВ/см, так что пробьется и стекло.

21-21. Напряженность в слое диэлектрика в цилиндрическом конденсаторе наиболее велика у внутренней его поверхности. При достижении напряжения, соответствующего пробоя в данном диэлектрике, мы имеем условия:

$$\frac{\gamma}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1 r_1} = E_1; \quad \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2 r_2} = E_2,$$

где r_1 и r_2 — внутренние радиусы диэлектрических цилиндров. Отсюда

$$E_1 r_1 \epsilon_1 = E_2 r_2 \epsilon_2.$$

21-22. а) Из соотношения между напряженностями пробоя в изолирующих слоях и их внутренними радиусами (см. решение задачи **21-21**)

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\epsilon_1 r_1}{\epsilon_2 r_2}$$

следует, что при повышении напряжения на конденсаторе будет пробит сначала бумажный, а затем стеклянный слой. Исходя из этого, можно подсчитать, что пробой произойдет при напряжении 45 кВ; б) в этом случае тоже сначала будет пробит бумажный слой при напряжении 48 кВ.

$$\mathbf{21-23. а) } E = \frac{2U}{l \cdot \ln \frac{l-r}{r}} = 40 \text{ В/см}; \text{ б) складывая векторно,}$$

имеем:

$$E = \frac{U l}{2R_1 R_2 \ln \frac{l-r}{r}} = 3 \text{ В/см.}$$

$$\mathbf{21-24. } \Delta\varphi = \frac{\rho d^2}{8\epsilon_0\epsilon} = 118 \text{ В.}$$

21-25. Линии напряженности имеют вид, показанный на рисунке 21-9.

В левой части поля скорости электронов увеличиваются, причем углы наклона векторов скорости по отношению к оси уменьшаются. В правой части поля электроны отклоняются от

оси, но в меньшей мере, чем отклонялись к оси в левой части (так как скорости их стали больше). Таким образом, поле оказывает фокусирующее действие (делает расходящийся пучок менее расходящимся или сходящимся).

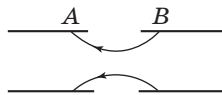


Рис. 21-9

$$21-26. U = 2U_0 \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

$$21-27. v = \sqrt{\frac{eUb}{dms} \left(\frac{b}{2} + l \right)} = 1,58 \cdot 10^9 \text{ см/с}.$$

$$21-28. U_2 = \frac{2d^2 U_1}{b^2} = 400 \text{ В}.$$

21-29. Под действием поля в конденсаторе электрон сместился на расстояние $s = \frac{eUb^2}{2dmv_0^2}$; работа сил электриче-

ского поля равна $\frac{eU}{d} s = \frac{e^2 U^2 b^2}{2d^2 m v_0^2}$. Она равна разности энергий

электрона $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$; эту разность ввиду незначительности прироста $v - v_0$ можно принять равной $(v - v_0)v_0 m$. Отсюда

$$v - v_0 = \frac{e^2 U^2 b^2}{2d^2 m^2 v_0^3} = 5,6 \cdot 10^6 \text{ см/с}.$$

К § 22

22-1. а) Одна и та же разность потенциалов, равная $\frac{U}{3}$. Нет.

Одна и та же напряженность, равная $\frac{U}{d}$.

б) Между пластинами A и C и между B и D разность потенциалов $\frac{U}{3}$. Между пластинами C и D разность потенциалов равна нулю. На пластинках C и D отрицательный и положительный заряды такой же величины, как и на пластинках A и B . Напряженность поля между A и C и между B и D равна $\frac{U}{d}$, между C и D равна нулю.

в) Разность потенциалов и напряженность между A и C и между B и D равны $\frac{U}{9}$ и $\frac{U}{3d}$, между C и D эти величины равны соответственно $-\frac{2U}{9}$ и $\frac{2U}{3d} \cdot H$.

г) На вопросы пункта а) ответы прежние; б) между A и C и между D и B разность потенциалов равна $\frac{U}{2}$; между C и D равна нулю. Напряженность поля между A и C и между D и B равна $\frac{3U}{2d}$; между C и D равна нулю; в) разность потенциалов и напряженность поля между C и D равны $-\frac{U}{3}$ и $-\frac{U}{d}$.

22-2. а) Индуцированные заряды остаются без изменения; б) увеличивается в 2 раза.

22-3. а) Силы, действующие на заряды, никак не изменяются; не меняется и напряженность поля во всех точках пространства;

б) напряженность поля между оболочками равна нулю; напряженность поля в остальном пространстве и силы остаются прежними.

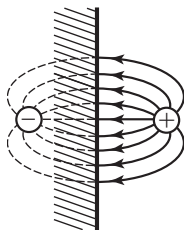


Рис. 22-5

22-4. Расположение линий напряженности в случае шарика и заземленной стены таково же, как и в случае двух разноименных шариков, находящихся на удвоенном расстоянии (рис. 22-5). Поэтому сила взаимодействия

$$F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon(2a)^2} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

22-5. Это следует из результата предыдущей задачи.

22-6. а) $F = \frac{q_1^2 - q_2^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon(d_1 - d_2)^2} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Н.}$

б) Сила не изменится.

22-7. $E = \frac{2qh}{4\pi\epsilon_0\epsilon\sqrt{(h^2 + s^2)^3}} = 114 \text{ В/см.}$

22-8. а) $\sigma = -\frac{q}{2\pi a^2} = -3,5 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$;

б) на основании таких же соображений $\sigma = -\frac{qa}{2\pi r^3} = -0,76 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$;

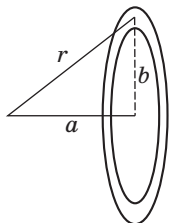


Рис. 22-6

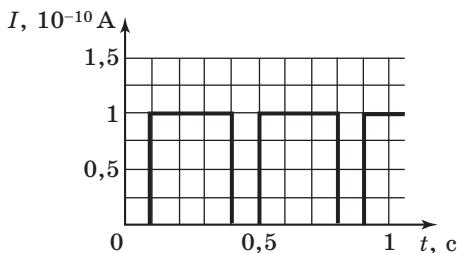


Рис. 22-7

в) рассмотрим (рис. 22-6) бесконечно узкое кольцо радиусом b . Его площадь $dS = 2\pi b db$. Заряд на нем

$$dq' = \sigma dS = -\frac{qab \cdot db}{\sqrt{(a^2 + b^2)^3}}.$$

Полный заряд на всей стенке

$$q' = -\frac{qa}{2} \int_0^\infty \frac{2b \cdot db}{\sqrt{(a^2 + b^2)^3}} = -q = -2 \text{ нКл}.$$

22-9. Пылинки, заряженные положительно, и пылинки незаряженные будут при всех условиях двигаться к проволоке. Пылинки, заряженные отрицательно, будут двигаться к трубе, если они находятся вдали от проволоки, и к проволоке, если они находятся ближе определенного расстояния, так как благодаря индуцированному электрическому моменту пылинки втягиваются в область более сильного поля.

22-10. Энергия увеличивается за счет механической работы при переносе заряда от более низкого потенциала к более высокому. Поэтому при первых переносах, пока потенциалы близки, работа мала.

22-11. См. рисунок 22-7.

22-12. Расстояние между противоположными точками цилиндров вблизи точки наименьшего расстояния ($x = y = 0$) равно

$$l = \Delta + \frac{x^2 + y^2}{2R};$$

напряженность электрического поля $E = \frac{U}{l}$; поверхностная

плотность силы $f = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$. Сила притяжения цилиндров

$$F = 2\pi \int_0^\infty r f dr = \pi \epsilon_0 U^2 \int_0^\infty \frac{r dr}{l^2} = \pi \epsilon_0 U^2 \frac{R}{\Delta} = 12,5 \cdot 10^{-5} \text{ Н}.$$

К § 23

23-1. $\kappa = 0,48$.

23-2. $1,06 \cdot 10^{-8}$ Кл/см².

23-3. а) $78^\circ 46'$; б) 131 В/см; в) $0,011$ нКл/см².

23-4. а) Условие равенства нормальных составляющих электрического смещения в воздухе и в керосине дает

$$\varepsilon \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 h^2} - \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} \right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 h^2} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}.$$

Отсюда

$$\sigma_1 = \frac{q}{2\pi h^2} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2;$$

$$\text{б) } \sigma_1 = \frac{qh}{2\pi r^3} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} = 0,25 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2.$$

Общая величина связанного заряда на поверхности (см. ответ к задаче 22-8):

$$q_1 = q \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} = 6,7 \text{ нКл.}$$

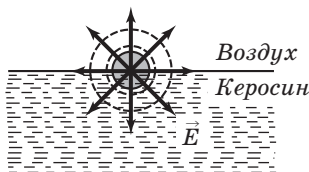


Рис. 23-3

23-5. а) См. рисунок 23-3.

23-6. Сила, действующая на верхнюю пластину, такая же, какая была бы в отсутствие диэлектрика:

$$F_1 = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S} = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ Н.}$$

Сила, действующая на нижнюю пластину вместе с прилегающим к ней слоем жидкого диэлектрика, равна сумме сил притяжения суммарного заряда $q + q_1$ (где q_1 — связанный заряд на поверхности диэлектрика) к зарядам $-q$ верхней пластины и зарядам $-q_1$ верхней поверхности диэлектрика:

$$F_2 = (q + q_1) \left(\frac{q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q_1}{2\varepsilon_0 S} \right) = \frac{(q + q_1)^2}{2\varepsilon_0 S}.$$

Учитывая, что $q_1 = q \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$, получаем

$$q + q_1 = \frac{q}{\varepsilon} \quad \text{и} \quad F_2 = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon^2 S} = 8,37 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$$

Верхний слой жидкости находится в поле, создаваемом обеими обкладками конденсатора, а также связанными заря-

дами нижней поверхности жидкого диэлектрика. Поэтому сила, действующая на него, равна

$$F_3 = q_1 \left(\frac{q}{\epsilon_0 S} + \frac{q_1}{2\epsilon_0 S} \right) = \frac{q^2(\epsilon^2 - 1)}{2\epsilon_0 \epsilon^2 S} = 6,7 \cdot 10^{-2} \text{ Н.}$$

К § 24

24-1. Нет.

24-2. 15 В.

24-4. $3,5 \cdot 10^{-9}$ Ф.

24-5. Емкость системы двух соприкасающихся шаров, очевидно, меньше суммы емкостей двух изолированных шаров. При удалении шаров друг от друга емкость большего увеличивается на меньшую величину, поэтому потенциал большего уменьшается на меньшую величину.

24-6. 740 пФ.

24-7. Рабочая площадь пластины такого конденсатора равна сумме площадей двух одинаковых сегментов. Площадь S_0 одного сегмента (см. рис. 24-9) находим как разность площадей сектора с углом $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ и

треугольника: $S_0 = r^2 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$. Тогда емкость

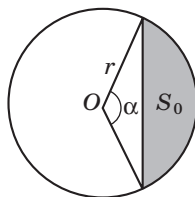


Рис. 24-9

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon \cdot 2S_0}{d} \approx 390 \text{ пФ,}$$

где d — толщина парафинированной бумаги.

24-8. Емкость половины конденсаторов, составляющих систему, увеличилась и составляет $\frac{3}{2}$ от прежнего значения. Обозначая емкость до сдвигания пластин C , получим, что емкость этой половины равна $\frac{3}{4}C$. Емкость другой половины уменьшилась и равна $\frac{3}{8}C$. Относительное изменение емкости равно

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{8} \right) C - C}{C} = 0,125.$$

Таким образом, емкость увеличилась на 12,5%.

24-9. Увеличивается почти вдвое.

24-10. $2,6 \cdot 10^{-8}$ А.

24-11. Электроёмкость такого шара

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 R}{2} + \frac{4\pi\epsilon_0 \epsilon R}{2} = 2\pi\epsilon_0 R(1 + \epsilon).$$

Тогда

$$q = C\varphi = 2\pi\epsilon_0 R\varphi(1 + \epsilon) = 9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

24-12. а) $C = \frac{\pi\epsilon_0 d(2l - d)}{2(l - d)} = 0,29 \text{ пФ;}$ б) $C = \frac{\pi\epsilon_0 d(4l - d)}{2l - d} = 0,57 \text{ пФ.}$

24-13. а) 7500 В; 4500 В; б) $2,25 \cdot 10^{-6}$ Кл.

24-14. 44 пФ.

24-16. Да; будет пробит сначала второй конденсатор, а затем первый.

24-17. а) $C = \frac{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}; C' = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} + \frac{C_2 C_4}{C_2 + C_4}.$

б) Положим, $C_3 = kC_1; C_4 = kC_2$; тогда

$$C = \frac{(C_1 + C_2)^2 k}{(C_1 + C_2)(1 + k)} = \frac{(C_1 + C_2)k}{1 + k};$$

$$C' = \frac{kC_1^2}{C_1(1 + k)} + \frac{kC_2^2}{C_2(1 + k)} = \frac{(C_1 + C_2)k}{1 + k} = C.$$

24-18. $C = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_0 S}{\epsilon_2 d_1 + 2\epsilon_1 d_2} = 5,16 \cdot 10^{-10} \text{ Ф,}$ где ϵ_1 и ϵ_2 — диэлектрические проницаемости стекла и парафина, соответственно.

24-19. $C_1 \approx 1190 \text{ пФ; } C_2 \approx 1220 \text{ пФ.}$

24-20. а) 0,05 мкФ; б) увеличится в 1,75 раза.

24-21. 0,54 Дж.

24-22. а) При одинаковых конденсаторах перетекания зарядов не происходит и энергия системы остается без изменения.

Это можно показать еще так: при переводе из последовательного соединения в параллельное напряжение уменьшается в n раз, а емкость увеличивается в n^2 раз. Следовательно, энергия остается без изменения.

В случае различной емкости конденсаторов при переключении происходит перетекание зарядов, т. е. частичный разряд. Энергия системы уменьшается.

б) Энергия системы остается без изменения. Однако если соединить крайние обкладки конденсаторов батареи, то про-

изойдет лишь частичный разряд батареи, так как средние конденсаторы останутся частично заряженными.

24-23. Если при замыкании ключа K происходит перетекание зарядов, то энергия системы уменьшается; отсюда следует, что емкость ее увеличилась. Если перетекания нет, то емкость остается без изменения.

$$\mathbf{24-24.} \ A = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S U^2}{2d} (\varepsilon - 1) = 2,79 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

$$\mathbf{24-25.} \ 1,19 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

24-26. а) Изменение энергии положительно и совершается за счет механической работы при раздвигании пластин или при вытаскивании изолятора.

б) Изменение энергии отрицательно. Производится положительная механическая работа и вдвое большая по модулю отрицательная работа в источнике тока.

24-27. После соединения образуется конденсатор, емкость которого $C = 2C_1$, где C_1 — емкость одной лейденской банки. Полный заряд системы остается неизменным, значит, энергия уменьшается вдвое. Половина первоначальной энергии рассеивается в виде электромагнитных и звуковых волн, а также тратится на нагревание воздуха и электродов.

24-28. Керосин поляризуется и втягивается в пространство между электродами. При этом электростатическими силами производится механическая работа, которая в конечном итоге приводит к нагреванию системы.

24-29. Удельная теплоемкость диэлектрика, находящегося в электрическом поле, иная, чем у диэлектрика в отсутствии поля. Количество теплоты, отданное при охлаждении, равно изменению энергии конденсатора.

$$\mathbf{24-30.} \ Q = \frac{C_1 C_2 U^2 (C_1 - C_2)^2}{2(C_1 + C_2)^3} = 0,047 \text{ Дж.}$$

$$\mathbf{24-31.} \ Q = \frac{C U^2 (\varepsilon - 1)^2}{2\varepsilon(\varepsilon + 1)} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

$$\mathbf{24-32.} \ \Delta W = -\frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (U_1 - U_2)^2 = -8,4 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

24-33. Элементарная работа при повороте пластин на угол $d\alpha$ равна изменению dW энергии конденсатора: $dA = Md\alpha = dW$, откуда вращающий момент $M = \frac{dW}{d\alpha}$. Энергия конденсатора при произвольном угле α в случае а):

$$W(\alpha) = \frac{q^2}{2C(\alpha)},$$

где $q = C_1 U$, $C(\alpha) = C_1 - \frac{C_1 - C_2}{\pi} \alpha$, откуда

$$M = \frac{dW}{d\alpha} = \frac{C_1^2 U^2 (C_1 - C_2)}{2\pi C^2(\alpha)};$$

при $\alpha = 0$ имеем $M = 4,33 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м}$; при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ получим $M = 1,64 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м}$; при $\alpha = \pi$ $M = 5,15 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$.

В случае б)

$$W(\alpha) = \frac{C(\alpha) U^2}{2};$$

$$M = \frac{dW}{d\alpha} = \frac{U^2 (C_1 - C_2)}{2\pi} = 4,33 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м};$$

M не зависит от α .

24-34. Емкости батареи до и после пробоя равны, соответственно, $\frac{C}{n}$ и $\frac{C}{n-1}$; энергия батареи до и после пробоя $\frac{CU^2}{2n}$ и $\frac{CU^2}{2(n-1)}$.

а) Изменение энергии

$$\Delta W = \frac{CU^2}{2} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \right) = \frac{CU^2}{2n(n-1)} = 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ Дж};$$

$$\text{б) } A = \frac{CU^2}{n(n-1)} = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

24-35. $9,4 \cdot 10^{13} \text{ Дж/м}^3$.

24-36. а) 0; б) $0,028 \text{ Дж/м}^3$.

24-37. а) 1) Напряженность электрического поля внутри шара на расстоянии r от центра

$$E_1 = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3};$$

энергия поля внутри шара

$$W_1 = \int_0^R \frac{\epsilon_0 E_1^2}{2} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{1}{10} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

2) Напряженность поля вне шара

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2};$$

энергия поля вне шара

$$W_2 = \int_R^\infty \frac{\epsilon_0 E_2^2}{2} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

$$3) W = W_1 + W_2 = \frac{3}{5} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

б) При разделении на два одинаковых шара радиусами $\frac{R}{\sqrt[3]{2}}$

энергия уменьшилась на $0,222 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R}.$

К § 25

25-1. а) 15 Кл; б) 0,26 Кл.

25-2. 44 000 А/см².

25-3. $3,8 \cdot 10^{-4}$ А/см² и 0,19 А/см².

25-4. 2,5 м.

25-5. 57 Ом.

25-6. $R = \frac{\rho}{2\pi d} = 160$ Ом.

25-7. Нет, так как температурный коэффициент сопротивления имеет порядок 10^{-3} К^{-1} , а коэффициент линейного расширения — порядок $10^{-5}—10^{-6} \text{ К}^{-1}$.

25-8. а) В вольфрамовом волоске ток при включении значительно больше, чем в установившемся режиме, а в угольном — наоборот;

б) плотность тока в вольфрамовом волоске в середине меньше, чем по краям; в угольном — наоборот.

25-9. 44 °С.

25-10. 0,0049 К⁻¹.

25-11. Угольный стержень должен быть в 44 раза короче.

25-12. Для того чтобы температура не влияла на показания вольтметра, необходимо, чтобы ток, от которого зависит вращающий момент подвижной катушки, изменялся пропорционально изменению упругости пружинки. Температурный коэффициент манганинового сопротивления и сопротивления катушек равен

$$\alpha = \alpha_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Компенсация получится при условии $\frac{1}{1 + \alpha t} = 1 + \beta t$, что ввиду малости β может быть заменено соотношением $\alpha = -\beta$, отсюда

$$\alpha_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -\beta; \quad R_2 = 9R_1.$$

25-13. а) 45 В и 15 В; б) 20 В и 40 В; в) 60 В и 0.

25-14. $U = j_0 \pi d \rho w = 6,4 \text{ В}$.

25-15. $R_x = R \frac{(U_0 - U_2)U_1}{(U_0 - U_1)U_2} = 78\,600 \text{ Ом}$.

25-16. 77 мА.

25-17. 4,1 В и 0,05 Ом.

25-18. а) –2 В; знак минус указывает, что ЭДС включена против тока; б) 3,2 В.

25-19. 0,47 А.

25-20. а) $\mathcal{E}_1 > 2\mathcal{E}_2$; б) $\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_2$; в) $\mathcal{E}_1 < 2\mathcal{E}_2$.

25-21. Стрелка первого вольтметра отклонится вправо и покажет 1,75 В; стрелка второго вольтметра отклонится влево и покажет 1,5 В.

25-22. а) Нуль; б) нуль; в) разность потенциалов между проводами через нечетное число элементов равна $\mathcal{E}_1$ ($\mathcal{E}_1$ — ЭДС одного элемента), через четное — нулю.

25-23. $q = I \rho \varepsilon \varepsilon_0 = 1,79 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}^2$.

25-24. На поверхности электролита, а также на дне и стенках кюветы образуются свободные или связанные заряды, меняющие картину линий напряженности электрического поля.

25-25. В области сужения больше плотность свободных зарядов на поверхности проводника, что и обуславливает увеличение напряженности поля в узкой части.

25-26. На поверхности трубки (или провода) имеются связанные (или свободные) заряды, благодаря которым линии напряженности поля следуют всем изгибам трубки (или провода).

25-27. а) 1) $1,3 \cdot 10^{-2} \text{ А/см}^2$; 2) $5,7 \cdot 10^{-3} \text{ А/см}^2$; б) 4,1 А.

25-28. а) Это явствует из следующего рассуждения. На основании закона Ома (который можно применять ввиду малости получающихся при этом плотностей тока) отношение напряженностей E_1 и E_2 электрических полей в слоях диэлектриков при протекании постоянного тока должно быть равно

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2},$$

что отличается от отношения напряженностей в слоистом конденсаторе $\frac{E'_1}{E'_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$, если $\frac{\rho_1}{\rho_2} \neq \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$.

Вследствие этого равновесное состояние установится только тогда, когда на границах диэлектриков будут находиться такие заряды, при которых имеет место соотношение

$$\frac{E'_1}{E'_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

Очевидно, что при наличии проводимости и при условии $\frac{\rho_1}{\rho_2} \neq \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ емкость конденсатора больше, чем при отсутствии проводимости.

б) Величину этих зарядов можно подсчитать так. Если U — полное напряжение на конденсаторе, то по закону Ома

$$E_1 = \frac{U\rho_1}{\rho_1 d_1 + \rho_2 d_2}; \quad E_2 = \frac{U\rho_2}{\rho_1 d_1 + \rho_2 d_2}.$$

С другой стороны, при равновесии

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} \quad \text{и} \quad E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_2},$$

где σ_1 и σ_2 — плотности свободных зарядов на границе диэлектриков; суммарная плотность свободных зарядов

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_2 - \sigma_1 = \varepsilon_0(\varepsilon_2 E_2 - \varepsilon_1 E_1) = \varepsilon_0 U \frac{\rho_2 \varepsilon_2 - \rho_1 \varepsilon_1}{\rho_2 \varepsilon_2 + \rho_1 \varepsilon_1} = \\ &= 2,94 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/м}^2. \end{aligned}$$

в) При разряде внешние заряды на обкладках конденсаторов перемещаются так, что на обкладках остаются одноименные заряды, в сумме равные σS (но не равные, вообще говоря, между собой). Получаются как бы два последовательно соединенных конденсатора, заряженных в противоположных направлениях, так что их противоположные обкладки (т. е. обкладки слоистого конденсатора) находятся при одном потенциале. Так как один из конденсаторов разряжается быстрее другого, то появляется разность потенциалов между обкладками слоистого конденсатора и возможен разряд.

$$25-29. t = CR \ln \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E} - U} = 0,046 \text{ с.}$$

$$25-30. \rho = \frac{t}{\varepsilon \varepsilon_0 \ln \frac{q_0}{q}} = 1,48 \cdot 10^{12} \text{ Ом} \cdot \text{м.}$$

К § 26

26-1. 1,3 Ом.

26-2. а) 0,8 Ом; б) 1 Ом.

26-3. $R = r\sqrt{3}$ для схемы рис. 26-2; $R = \frac{r}{\sqrt{3}}$ для схемы

рис. 26-3.

26-4. 261 Ом.

26-5. а) $+0,1\%$; б) $+11\%$.

26-6. а) $-0,3\%$; б) -30% .

$$26-7. R = \frac{U_2}{I_2} - \frac{U_2 - U_1}{I_1} = 25,6 \text{ Ом.}$$

26-8. $0,025 \text{ А.}$

26-9. а) 1 А ; б) $R_1 = (2 \pm \sqrt{3})R_2$.

26-10. $x = 6,40 \text{ км.}$

$$26-11. \text{ а) } \gamma \frac{(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b+2\sqrt{a^2+b^2}}; \text{ б) } \gamma \frac{2ab+(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b+2\sqrt{a^2+b^2}}.$$

$$26-12. I = \frac{UR_1}{R_2R_1 + R(R_2 + R_1)} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

$$26-13. R_1 = \frac{R(U - U_1 - U_2)}{U_2} = 204 \text{ 000 Ом;}$$

$$R_2 = \frac{R(U - U_1 - U_2)}{U_1} = 255 \text{ 000 Ом.}$$

26-14. а) 108 В и 72 В ; б) 99 В и 81 В ; в) $R_1 : R_2 = 2 : 3$.

$$26-15. U_1 = U \frac{xrl}{Rxl + rl^2 - Rx^2};$$

$$\text{а) } U_1 = 0; \text{ б) } U_1 = U; \text{ в) } U_1 = U \frac{2r}{R + 4r} < \frac{1}{2}U; \text{ г) } U_1 \approx U \frac{x}{l}.$$

26-16. $1,58 \text{ А}$ и $3,65 \text{ А.}$

26-17. $\frac{1}{3} \text{ А}$; $\frac{2}{3} \text{ А}$; 1 А.

26-18. а) $U_1 = 0,27 \text{ В}$; $U_2 = 1,27 \text{ В}$; $U_3 = -2,23 \text{ В}$; б) $0,73 \text{ В.}$

26-19. $0,5 \text{ Ом}$; $0,33 \text{ Ом}$; $0,5 \text{ Ом.}$

26-20. $I_1 = 1,5 \text{ А}$; $I_2 = 2,5 \text{ А}$; $I_3 = 4 \text{ А.}$

26-21. Без вычислений видно, что $I_4 = 0$, так как резистор R_4 закорочен. Приняв это во внимание, находим $I_1 = 0,4 \text{ мА}$; $I_2 = 0,7 \text{ мА}$; $I_3 = 1,1 \text{ мА.}$

$$26-22. \Delta t = \frac{RU}{R_V e} = 3,2 \text{ }^\circ\text{C.}$$

26-23. $n_1 = 2$; $n_2 = 200$.

$$26-24. \text{ а) } I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + R(\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}; I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 + R(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}; I = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 + \mathcal{E}_1 r_2}{r_2 r_1 + R(r_1 + r_2)};$$

$$\text{б) } r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}; \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2};$$

в) $I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1}$; $I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$, т. е. токи таковы же, как и при корот-

ком замыкании отдельных элементов;

г) второй элемент не будет работать: 1) если $r_2 \rightarrow \infty$. В этом случае ток через первый элемент

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + R} = I;$$

2) если $\mathcal{E}_2 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + R} R$. Это значит, что $\mathcal{E}_2$ равно напряжению во внешней цепи.

д) $R = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1}{2(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)}$. Возможно в следующих случаях: 1) при

$\frac{\mathcal{E}_1}{r_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$; 2) при $\frac{\mathcal{E}_1}{r_1} \geq \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$ и $\mathcal{E}_2 \geq \mathcal{E}_1$.

26-25. В случае б) показание амперметра уменьшается, в случае в) — увеличивается.

26-26. Используем симметрию задачи. Обозначим потенциалы точек A_0, A_1, A_2 и B_0, B_1, B_2 через a_0, a_1, a_2 и, соответственно, b_0, b_1, b_2 . Если $a_0 = -b_0$, то $a_1 = -b_1$ и $a_2 = -b_2$. Составляем два уравнения баланса токов в точках A_1 и A_2 для определения двух неизвестных величин a_1 и a_2 , полагая $a_0 = -b_0 = \frac{1}{2}b$. Находим суммарную силу тока $\frac{11}{15}A$, т. е. сопротивление равно $\frac{15}{11}$ Ом.

К § 27

27-1. При включении ваттметра по схеме рис. 27-1 напряжение на тонкой обмотке равно сумме напряжений на нагрузке и на толстой обмотке, т. е.

$$U_1 = U_{\text{н}} + U_{\text{толст.}}$$

Ток I_1 , текущий по толстой обмотке, равен току через нагрузку. Мощность P_1 , измеряемая ваттметром, равна

$$P_1 = I_1 U_1 = I_1 U_{\text{н}} + I_1 U_{\text{толст.}} = P_{\text{н}} + P_{\text{толст.}}$$

При включении по схеме рис. 27-2 ток I_2 , текущий по толстой обмотке, равен сумме токов в нагрузке и в тонкой обмотке:

$$I_2 = I'_{\text{н}} + I'_{\text{тонк.}}$$

Напряжение на тонкой обмотке равно напряжению на нагрузке. Мощность P_2 , измеряемая ваттметром, равна

$$P_2 = I_2 U_H = I_H U_H + I_{\text{тонк}} U_H = P_H + P_{\text{тонк}}.$$

27-2. 23.

27-3. 53,5 т.

27-4. 0,2 °C.

27-5. а) $I = \frac{n\mathcal{E} \mp \sqrt{n^2\mathcal{E}^2 - 4Pnr}}{2rn}$; $I_1 = 2\frac{2}{3}$ А; $I_2 = 2$ А;

б) $P_{\max} = \frac{n\mathcal{E}^2}{4r} = 8\frac{1}{6}$ Вт.

27-6. 23,3 Ом.

27-7. $A = \frac{1}{3} tR(I_1^2 + I_2^2 + I_1 I_2) = 2480$ Дж.

27-8. а) +2 Дж; +2 Дж; б) +2 Дж; +0,7 Дж;

в) -2 Дж; +0,6 Дж.

27-9. а) $\eta = \eta_0 \frac{\mathcal{E}(I_1 + I_2) - UI_2}{UI_1} = 67\%$; б) 70%.

27-10. а) $Q_1 = \frac{q^2 R}{\tau} = 225$ Дж; б) $Q_2 = \frac{4q^2 R}{3\tau} = 300$ Дж; в) $Q_3 =$
 $= \frac{\ln 2 \cdot q^2 \cdot R}{2\tau} = 78$ Дж.

27-11. 7 мин.

27-12. 133.

27-13. а) 30 мин; б) 6 мин 40 с.

27-14. На основании указанного в задаче предположения можно написать

$$\frac{U_1^2}{R} \tau_1 - k\tau_1 = \frac{U_2^2}{R} \tau_2 - k\tau_2 = \frac{U_3^2}{R} \tau_3 - k\tau_3,$$

откуда

$$\tau_3 = \tau_1 \tau_2 \frac{U_1^2 - U_2^2}{U_3^2(\tau_2 - \tau_1) + U_1^2 \tau_1 - U_2^2 \tau_2} = 2,64 \cdot 10^3 \text{ с} = 44 \text{ мин.}$$

27-15. а) $R_1 R_2 = r^2$; б) $R_1 R_2 > r^2$.

27-16. $Q = \frac{I^2}{2\pi d} \rho t \ln \frac{R}{r} = 16,7$ Дж.

27-17. а) $\tau = \frac{Dl^2 ct \rho_0 (1 + 0,5\alpha t)}{U^2} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ с}$, где $\rho_0(1 + 0,5\alpha t)$ —

среднее удельное сопротивление свинца при изменении его

температуры от 0°C до точки плавления t ; D и c — соответственно плотность и удельная теплоемкость свинца;

$$\text{б) } \tau = \frac{\pi^2 d^4 D c \ln(1 + \alpha t)}{16 I^2 \rho \alpha} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$$

27-18. Предельный ток для данного предохранителя определяется условием, чтобы температура при установившемся режиме была равна температуре плавления. Количество теплоты, теряемое проволокой через боковую поверхность площадью S за 1 с, равно

$$Q = Sf(t),$$

где функция $f(t)$ учитывает зависимость потери теплоты от температуры. При установившемся состоянии для первой проволоочки

$$\frac{I_1^2 \rho (1 + \alpha t) l \cdot 4}{\pi d_1^2} = \pi l d_1 \cdot f(t);$$

для второй проволоочки

$$\frac{I_2^2 \rho (1 + \alpha t) l \cdot 4}{\pi d_2^2} = \pi l d_2 \cdot f(t).$$

Отсюда

$$\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{d_1^3}{d_2^3}; \quad I_2 = I_1 \sqrt[3]{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3} = 23 \text{ А.}$$

27-19. Вследствие одинаковости температуры накала волосков площади боковых поверхностей волосков должны быть пропорциональны мощности ламп. Отсюда получаем:

$$d_2 = d_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{P_2 U_1^2}{P_1 U_2^2}} = 0,0131 \text{ мм}; \quad l_2 = l_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{P_2 U_2^2}{P_1 U_1^2}} = 614 \text{ мм.}$$

27-20. 4 В; 0,55 А.

27-21. При установившемся состоянии количество теплоты, выделяемое током за 1 с, равно количеству теплоты, рассеиваемому в воздухе:

$$I_2 R = kS(t_1 - t_0),$$

где k — коэффициент теплоотдачи.

Далее

$$\Delta l = l_0 \alpha (t_1 - t_0),$$

где α — коэффициент линейного расширения.

Отсюда

$$I^2 R = \frac{k S \Delta l}{l_0 \alpha}; \quad \frac{\Delta l}{l_0} = k_1 I^2,$$

где k_1 — коэффициент пропорциональности, равный

$$k_1 = \frac{4 \alpha \rho}{\pi^2 d^3 k},$$

обратно пропорционален кубу диаметра проволоочки.

27-22. По участку EC течет ток I_1 , прямо пропорциональный напряжению U : $I_1 = k_1 U$. По участку AC течет ток $I_2 = k_2 I$ (пропорциональный нагрузочному току) минус ток $\frac{I_1}{2}$,

т. е. $I_2 - \frac{I_1}{2}$. По участку CB течет ток $I_2 + \frac{I_1}{2}$. Удлинение участка AC пропорционально квадрату силы тока (см. решение задачи **27-21**), т. е. равно $c \left(I_2 - \frac{I_1}{2} \right)^2$, где c — коэффициент пропорциональности, зависящий от размеров и материала проволоочки. Удлинение участка CB равно $c \left(I_2 + \frac{I_1}{2} \right)^2$. Разность удлинений, обуславливающая поворот стрелки, равна

$$2c I_1 I_2 = 2ck_1 k_2 IU = kP.$$

К § 28

28-1. $I = \frac{Nev}{l}$, где N — общее число свободных электронов в проводе; v — скорость их упорядоченного движения. Отсюда

$$p = \frac{I l m}{e} = 2,27 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

28-2. а) 240 лет; б) $9,8 \cdot 10^4$ Н.

28-3. $2,8 \cdot 10^{-11}$ В.

28-4. $1,1 \cdot 10^{-10}$ Кл.

28-5. Наибольшая (теоретически) работа термопары

$$A = Q \frac{T_1 - T_2}{T_2}.$$

Заряд, протекший по цепи,

$$q = \frac{A}{\mathcal{E}} = \frac{Q(T_1 - T_2)}{\mathcal{E} T_1} = 1480 \text{ Кл}.$$

28-7. При приближении к волоску положительного заряда по направлению к нему двигаются электроны, испускаемые накалившимся волоском. Осаждаясь на стенке колбы, они создают внутри нее поле, компенсирующее внешнее поле, и волосок остается в покое. По удалении положительного заряда волосок притягивается к отрицательному заряду на стенке колбы.

При слабом накале волосок испускает слишком мало электронов.

При сильном накале электроны, летящие от одного из электродов к другому, ионизируют остатки газа. Благодаря наличию ионов внутренний объем колбы обращается в проводник, поэтому электрическое поле внутри него отсутствует.

28-8. 3,1 эВ.

28-9. 0,15 А.

28-10. 0,12 В.

К § 29

29-1. $v \geq 2 \sqrt{\frac{\phi e}{m}} = 1,28 \cdot 10^4 \text{ м/с.}$

29-2. а) $U \geq \phi = 13,56 \text{ В}$, где ϕ — потенциал ионизации молекулы кислорода; б) $U \geq \phi(n+1) = 67,8 \text{ В}$.

29-3. Полоска сначала притягивается, потому что на ней вследствие электризации образуется заряд, по знаку противоположный заряду на острие. Затем, когда напряженность поля вблизи острия достигает такого значения, что энергия ионов, соответствующая работе электрических сил на длине свободного пробега, оказывается достаточной для ионизации молекул воздуха, возникает ионный «ветер», полоска заряжается зарядом того же знака, как и острие, а потому отталкивается.

29-4. Задача о движении двух частиц относительно их центра масс, как известно, сводится к задаче о движении одной частицы, масса которой равна приведенной массе $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$,

а длина радиус-вектора — расстоянию r между частицами. Считая заряды ионов противоположными по знаку и равными по модулю заряду электрона e , можно записать уравнение для вращения относительно центра масс с угловой скоростью ω :

$$\mu \omega^2 r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

По условию, кинетическая энергия их вращения $\frac{\mu \omega^2 r^2}{2}$ равна средней энергии поступательного движения молекул $\frac{3}{2} kT$. Таким образом находим, что

$$r = \frac{e^2}{12\pi\epsilon_0 kT} \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$$

29-5. $3,4 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$.

29-6. $4,78 \text{ мкА/км}^2$.

29-7. При силе тока, равной силе тока насыщения, все N пар ионов, образующихся в единицу времени в объеме $V = Sd$, достигают пластин (S — площадь одной пластины, d — расстояние между ними). Значит, сила тока насыщения $I = NSdq$, где q — заряд одного иона. Для однозарядных ионов $q = e$. Тогда

$$N = \frac{I}{dSe} = 2,5 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}.$$

29-8. Число столкновений ионов в единице объема в единицу времени $z_1 = \alpha n^2$, где n — концентрация ионов, α — коэффициент рекомбинации. Число столкновений нейтральных молекул при такой же концентрации $z_2 = z \frac{n}{2}$, где $z = \pi \sigma^2 n u \sqrt{2}$ — число столкновений, испытываемых одной молекулой в единицу времени, $u = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ — средняя скорость молекул в случае максвелловского распределения. Таким образом,

$$z_2 = 2\sigma^2 n^2 \sqrt{\frac{\pi RT}{M}} \quad \text{и} \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{\alpha \sqrt{M}}{2\sigma^2 \sqrt{8RT}} = 1,73 \cdot 10^4,$$

где M — молярная масса.

29-9. а) Над океаном число образующихся пар ионов в единице объема в единицу времени равно $N_1 = 1 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. Число рекомбинирующих ионов равно αn_1^2 . В установившемся состоянии концентрация ионов не изменяется, т. е. $N_1 = \alpha n_1^2$, откуда

$$n_1 = \sqrt{\frac{N_1}{\alpha}} = 790 \text{ см}^{-3}.$$

Аналогично над сушей

$$N_2 = \beta n_2 \quad (N_2 = 8 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}), \text{ откуда } n_2 = \frac{N_2}{\beta} = 800 \text{ см}^{-3}.$$

б) Над океаном на 14 м и 19,7 м; над сушей на 1,78 м и 2,48 м.

29-10. а) Скорость изменения концентрации ионов при включенном ионизаторе определяется уравнением

$$\frac{dn}{dt} = N - \alpha n^2,$$

где N — число пар ионов, образуемых ионизатором в единице объема за 1 с.

При выключении ионизатора $N = 0$. Тогда $\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2$. Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$\int_{n_0}^n \frac{dn}{n^2} = -\alpha \int_0^\tau dt,$$

тогда $\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} = \alpha\tau$, откуда

$$\tau = \frac{1}{\alpha n_0} \left(\frac{n_0}{n} - 1 \right) = 62 \text{ с.}$$

б) $\frac{dn}{dt} = N - \beta n$. При $N = 0$ имеем

$$\frac{dn}{n} = -\beta dt, \text{ или } \int_{n_0}^n \frac{dn}{n} = -\beta \int_0^\tau dt,$$

откуда

$$\tau = \frac{1}{\beta} \ln \frac{n_0}{n} = 460 \text{ с.}$$

29-11. а) Ширина зоны A , откуда все образующиеся отрицательные ионы попадают на анод (рис. 29-4), равна

$$\frac{U}{d} \tau k_+ = \frac{Un}{dN} k_+;$$

ширина зоны C равна

$$\frac{Un}{dN} k_-.$$

В средней зоне B рекомбинация имеет место.

При получении насыщения зона B исчезает и общая ширина зон A и C становится равной d . Отсюда

$$\frac{U}{d} = \frac{Nd}{n(k_+ + k_-)}. \quad (1)$$

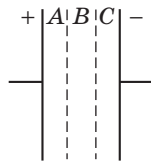


Рис. 29-4

Подставляя (1) в формулу для плотности тока

$$j = en(k_+ + k_-)\frac{U}{d},$$

имеем

$$j = eNd,$$

что и требовалось доказать;

$$\text{б) } U_0 = \frac{d^2 N}{n(k_+ + k_-)} = \frac{d^2 \sqrt{N\alpha}}{k_+ + k_-} = 11 \text{ В.}$$

Этот результат неточен, потому что мы не приняли во внимание влияния пространственных зарядов и того обстоятельства, что $\tau = \frac{n}{N}$ есть лишь средняя продолжительность существования ионов. На деле насыщение получается при более высоких напряжениях, чем следует по найденной формуле.

29-14. Результирующая сила равна нулю, так как электроны, увеличивая свою скорость, притягивают к себе анод.

К § 30

30-1. Движение иона есть результат наложения дрейфа вдоль линии напряженности электрического поля и теплового хаотического движения.

30-2. $15,5 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$

30-3. $0,203 \text{ г.}$

30-4. $m = \frac{MIt}{2F} = 0,045 \text{ г, где } M \text{ — молярная масса воды.}$

30-5. Число молекул соли в 1 см^3 раствора $n = \frac{N_A c}{M}$, где M — молярная масса; N_A — постоянная Авогадро; $\alpha = 0,77$.

30-6. $31,3 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$.

30-7. $2,8 \cdot 10^{-8} \text{ см.}$

30-8. а) $4,6 \cdot 10^4 \text{ Н; б) } 6 \cdot 10^{-6} \text{ м/с.}$

30-9. $2,9 \cdot 10^4 \text{ Дж/моль.}$

К § 31

31-1. $1,42 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м.}$

31-2. а) $6 \text{ А} \cdot \text{м}^2$; б) $4,2 \text{ А} \cdot \text{м}^2$; в) $2 \text{ А} \cdot \text{м}^2$; г) 0 .

31-3. $p = I(w_1 S_1 + w_2 S_2 \cos \alpha)$, где α — угол, образованный осями большой и малой спиралей.

31-4. 700 А/м.

31-5. Уменьшится в 2 раза.

31-6. а) Нет, так как после замыкания ключа K момент импульса электронов будет равен моменту импульса системы ионов, находящихся в узлах кристаллической решетки. Последний противоположен по направлению моменту импульса электронов. б) $L = \frac{2pm}{e} = 5,6 \cdot 10^{-11} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$, где m и e — соответственно масса и заряд электрона.

31-7. Наличие железных опилок изменяет магнитное поле: появляется составляющая магнитной индукции, перпендикулярная первоначальному ее направлению. Эта составляющая и обуславливает радиальную (направленную к проводу) силу, действующую на опилки.

31-8. Если провод, по которому идет ток I_3 , расположен посередине, то решение невозможно. Если этот провод расположен с краю, то искомая прямая расположена между проводами с токами I_1 и I_2 на расстоянии 1 см от среднего провода.

31-9. На расстоянии 4 см к востоку от провода.

31-10. а) На 2,1 см ниже провода и на 5,6 см южнее; б) 72 А/м и 50 А/м.

31-11. 56 А/м.

31-12. $H = \frac{I}{4\pi r} = 80 \text{ А/м}$.

31-13. $H = \frac{I}{2\pi a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}} = 356 \text{ А/м}$.

31-14. $H = \frac{2I\sqrt{a^2 + b^2}}{\pi ab} = 28 \text{ А/м}$.

31-15. $H = \frac{I\sqrt{3}}{4\pi a} = 2,3 \text{ А/м}$.

31-16. а) 64 А/м; б) $H = \frac{IR^2}{2\sqrt{(a^2 + R^2)^3}} = 26 \text{ А/м}$.

31-17. Нулю.

31-18. а) 7000 А/м; б) 3500 А/м.

31-19. Воспользуемся ответом к задаче 31-16, б). Обратив внимание, что на участке длиной dx (рис. 31-22) сила тока равна $Iw_1 dx$, и приняв для упрощения вычислений

$$\frac{R}{\sqrt{x^2 + R^2}} = \sin \alpha \quad \text{и} \quad x = R \operatorname{ctg} \alpha,$$

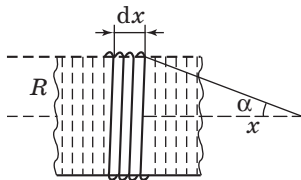


Рис. 31-22

получаем: для случая а) $H = \frac{w_1 l}{\sqrt{1+n^2}} = 485 \text{ А/м}$ для случая

$$\text{б) } H = \frac{w_1 l}{\sqrt{4+n^2}} = 450 \text{ А/м.}$$

31-20. Решение легко получается из ответа к задаче 31-16 б), если принять во внимание, что $a \gg R$:

$$H = \frac{P}{2\pi\mu_0 a^3} = 7,7 \cdot 10^{-2} \text{ А/м.}$$

$$\text{31-21. } \Phi = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} b I w \ln \frac{R_2}{R_1} = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ Вб.}$$

31-22. Отличие от нуля циркуляции напряженности магнитного поля Земли есть доказательство существования вертикальных электрических токов в атмосфере. Для тех областей, в которых циркуляция при обходе горизонтально расположенного контура по часовой стрелке положительна, сумма токов, текущих сверху вниз, больше суммы токов, текущих снизу вверх.

31-23. а) 8 А; б) 16 А; в) 0.

31-24. Для доказательства надо воспользоваться теоремой о циркуляции напряженности.

31-25. а) Поле вокруг тонкой проволоки и поле вне трубы такие же, как и поле при наличии тока в длинной тонкой проволоке; поле внутри трубы отсутствует; б) вне шара имеется поле, обусловленное наличием тока в проводе, по которому ток идет к шару; ток, идущий от шара через проводящую среду, магнитного поля не создает.

$$\text{31-26. } \Phi = \frac{1}{2\pi} \mu_0 I l \ln \frac{R_2}{R_1} = 3,13 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

$$\text{31-27. а) } H = \frac{I r}{2\pi R^2} = 1 \cdot 10^3 \text{ А/м; б) } \Phi = \frac{1}{4\pi} \cdot \mu_0 \mu I l = 1,5 \times 10^{-4} \text{ Вб.}$$

31-28. $\vec{H} = \frac{[\vec{j}, \vec{d}]}{2}$. Поле в полости однородно. Вектор $\vec{d}$ направлен от оси цилиндра к оси полости.

31-29. а) $5 \cdot 10^3 \text{ А/м}$; б) 20 А/м ; в) линии индукции замкнуты или уходят в бесконечность.

$$\text{31-30. } B = \frac{2SDg \operatorname{tg} \alpha}{I} = 9,35 \cdot 10^{-3} \text{ Тл } (D \text{ — плотность меди}).$$

31-31. Не разорвется. Для разрыва кольца требуется магнитное поле индукцией

$$B = \frac{2Sp_0}{Id} = 4 \text{ Тл.}$$

31-32. 120 Н.

31-34. Утверждение, сформулированное в условии задачи 31-33, относится к случаю одинаковой плотности тока по всему сечению проводника. Так как это трудно осуществить в толстых проводах, следует пользоваться тонкими проводами.

31-35. Сила, действующая на вторую катушку, $F = p_2 \frac{dB_1}{dR}$,

где B_1 — индукция магнитного поля на оси первой катушки в

месте расположения второй: $B_1 = \frac{\mu_0 p_1}{2\pi R^3}$; тогда

$$\frac{dB_1}{dR} = \frac{3\mu_0 p_1}{2\pi R^4} \text{ и } F = \frac{3\mu_0 p_1 p_2}{2\pi R^4} = 5,76 \cdot 10^{-9} \text{ Н.}$$

31-36. Катушки стремятся расположиться так, чтобы их магнитные поля совпадали по направлению. В случае значительной разницы диаметров катушек совпадение полей имеет место только внутри неподвижной и вне подвижной катушек, а в пространстве между ними поля имеют противоположные направления. Поэтому при большой разнице диаметров сила взаимодействия заметно меньше, чем при малой разнице.

31-37. Угол отклонения: а) не изменится; б) уменьшится, если размеры стрелки сравнимы с расстоянием до провода; в) не изменится.

31-38. Индукция B_0 равна намагниченности при насыщении, умноженной на μ_0 , т. е. $B_0 = \mu_0 J_{\text{нас}}$.

31-39. Искомые значения B и H определяются точкой касания касательной, проведенной из начала координат к кривой намагничивания. В данном случае $B = 0,88$ Тл, $H = 1,2$ кА/м.

31-40. 4000 А/м.

31-41. Сначала определяем H , затем по графику на рис. 31-3 находим B . а) $H = 1,6$ кА/м; $B = 1,39$ Тл; б) $H = 1,3$ кА/м; $B = 1,33$ Тл.

31-42. а) Сначала вычисляем H при силе тока 0,6 А, затем по графику на рисунке 31-3 определяем B , после чего находим $\Phi = 8,0 \cdot 10^{-4}$ Вб; б) 0,75 А.

$$\textbf{31-43. } \mu = \frac{Bk(l - l_1)}{\mu_0 wI - Bl_1} = 1480.$$

31-44. Определяем напряженность магнитного поля в первом кольце

$$H = \frac{wI_1}{\pi d} = 640 \text{ А/м.}$$

По кривой на рисунке 31-3 находим $B = 1,14$ Тл, тогда

$$I_2 = \frac{(\pi d - d_1)H\mu_0 + Bd_1}{w\mu_0} = 11 \text{ А.}$$

31-45. а) 1 Тл; б) 396.

31-46. Правый.

31-48. $3,7 \cdot 10^7$ м/с; 3900 эВ.

31-49. $v = \frac{eB}{2\pi m} \sqrt{h^2 + 4\pi^2 R} = 7,6 \cdot 10^8$ см/с.

31-50. Скорость электрона должна быть направлена перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$, и равна по модулю $v = \frac{E}{B} = 3 \cdot 10^6$ м/с.

31-51. а) $a_n = 0$; $a_t = \frac{eE}{m}$; б) $a_t = 0$; $a_n = \frac{e}{m} \sqrt{B^2 v^2 + E^2}$.

31-52. б) $B = \frac{\sqrt{2Wm}}{eR} = 0,48$ Тл; в) $t = \frac{\sqrt{2Wm}}{2eU} (\pi R + 2d) = 1,4 \cdot 10^{-5}$ с.

31-53. Сила равна нулю.

К § 32

32-1. $1,57 \cdot 10^{-4}$ Дж.

32-2. Никак.

32-3. Во втором случае больше.

32-4. За счет работы аккумулятора.

32-5. а) Одинаковые; б) в первом случае больше.

32-6. Стрелка гальванометра, присоединенного так, как показано пунктиром на рис. 32-2, отклоняется больше.

32-7. По наружному контуру идет индукционный ток. В радиальных проводниках токов нет.

32-8. а) Диэлектрик поляризуется; б) в сверхпроводящем кольце образуется ток, магнитный поток которого в сумме с потоком магнита равен нулю.

32-9. $U = \frac{1}{3} \pi B l^2 n = 38$ мкВ.

32-10. $1,4 \cdot 10^6$ с⁻¹.

32-11. а) $I_1 = 10^{-3}$ А; $I_2 = 0$; $I_3 = 10^{-3}$ А; б) $I_1 = I_2 = 2,8 \cdot 10^{-4}$ А; $I_3 = 5,6 \cdot 10^{-4}$ А; в) $I_1 = 0$; $I_2 = I_3 = 10^{-3}$ А.

32-12. $7,4 \cdot 10^{-4}$ А.

32-13. В случае б) выделяется теплоты на 14%, а в случае в) — на 2% больше, чем в случае а).

32-14. 0,007 Кл.

32-15. $q = \frac{\mu_0 \mathcal{E} S^2}{4\pi \rho^2 l} = 1,38 \cdot 10^{-2}$ Кл (ρ — удельное сопротивление меди).

$$32-16. q = \frac{B_r m}{4\rho\pi D} = 0,053 \text{ Кл, где } D — \text{плотность меди, } \rho —$$

ее удельное сопротивление.

$$32-17. 3 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

32-18. Увеличивается.

32-19. Вдали от катушки поле слабое. Следовательно, изменение этого поля мало влияет на индуктивность.

$$32-20. w = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{LI}{\pi\mu_0}} = 1200 \text{ витков.}$$

$$32-21. L = \frac{mR\mu_0}{4\pi D\rho l} = 16,5 \text{ мГн.}$$

32-22. а) 1,5 мГн; б) 5 мГн.

32-23. Магнитные поля катушек должны быть: а) одинаково направлены; б) противоположны; в) взаимно перпендикулярны.

32-25. а) 0,81 мГн; ≈ 350 см.

32-26. а) 1,9 мГн; б) 0,23 мГн.

32-27. а) Сначала определим H :

$$H = \frac{wI}{\pi d} = 1,59 \text{ кА/м.}$$

Затем по кривой намагничивания (рис. 31-3) находим B и вычисляем L :

$$L = 3,5 \text{ Гн.}$$

б) 18,5 Гн.

32-28. У соленоида, сердечник которого изображен на рисунке 32-6, б, напряженность поля во всем сечении почти одна и та же, поэтому индуктивность его меняется в зависимости от силы тока по тому же закону, что и μ (имеется острый максимум L).

У соленоида, сердечник которого изображен на рисунке 32-6, а, напряженность поля в ближних частях значительно больше, чем в дальних, поэтому максимум индуктивности сглажен.

$$32-29. L = \mu_0 w^2 (S_1 \mu_1 + S_2 \mu_2) / l.$$

$$32-30. h = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{2a-d}{d} = 2,2 \text{ мГн.}$$

32-31. 0,004 с.

32-32. Местная цепь замыкается через 0,012 с.

32-33. Повысится на 0,8К.

32-34. а) Площадь $OABO$ численно равна заряду, прошедшему по дросселю за время 0,5 с. Площадь $OCAO$ численно

равна $\frac{\Phi w}{R}$, где Φ — магнитный поток в сердечнике дросселя; w — число витков в обмотке дросселя; R — сопротивление его обмотки.

б) Обозначив площадь $OCAO$ буквой σ , запишем

$$B = \frac{4\sigma\rho}{Sd}.$$

Сосчитав на рисунке число клеток, находящихся на площади $OCAO$, найдем, что $\sigma = 0,17$ Кл. Отсюда $B = 0,23$ Тл.

32-35. а) От точки C к точке D .

$$\text{б) } U = \frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2} \exp\left(-\frac{R_1 + R_2}{L} t\right) = 0,076 \text{ В.}$$

32-36. 490 В.

32-37. 0,008 с.

32-38. 0,19 Дж.

$$32-39. W = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

32-41. 0,01 с.

32-42. $2 \cdot 10^{-5}$ Дж.

32-43. Бесконечность. Бесконечный прямой ток есть предельный случай конечного прямого тока. Полученный результат подчеркивает его неосуществимость.

32-44. а) 0,07 Дж; б) бесконечность.

32-45. $t_2 = t_1 + \frac{2I^2 L}{Dl\pi d^2 c} = 1150^\circ\text{C}$ (D — плотность вольфрама, c — его удельная теплоемкость).

32-46. Формула пункта 9) введения относится к случаю отсутствия гистерезиса.

32-47. а) На основании соотношения 10 введения к § 31 имеем

$$H_{\text{в}} l_{\text{в}} + H_{\text{ж}} l_{\text{ж}} = 0,$$

где $H_{\text{в}}$, $l_{\text{в}}$ и $H_{\text{ж}}$, $l_{\text{ж}}$ — напряженности магнитного поля и длины силовых линий соответственно в воздухе (в прорезе) и в железе (в кольце). Отсюда

$$H_{\text{ж}} = -104 \text{ А/м.}$$

б) $-5,02 \text{ Дж/м}^3$; в) 0.

К § 33

33-1. 6,3 А.

33-2. 3,2 А.

33-3. а) $\frac{q\pi}{2I\sqrt{2}} = 15 \text{ ч}$; б) $\frac{q\pi}{2I} = 21 \text{ ч}$.

33-4. а) 57 В; б) продолжительность свечения каждого из электродов составляет 38,5% от времени горения лампы.

33-5. $k = \frac{\pi d^2 f}{U\sqrt{2}} = 1,8 \text{ см}^2/(\text{с} \cdot \text{В})$.

33-6. а) Амперметр A_1 покажет $I_1 = 0,5 \text{ А}$; амперметр A_2 покажет $I_2 = \frac{1}{R} \sqrt{U^2 + \mathcal{E}^2} = 1,6 \text{ А}$; б) 115 Дж.

33-7. $I_{\text{эф}} = I_{\text{м}}/\sqrt{3}$; $\langle I \rangle = I_{\text{м}}/2$.

33-9. 141 В.

33-10. а) 6,4 мкФ; б) 0,0064 мкФ.

33-11. 0,055 Гн.

33-12. $f = \frac{8\sqrt{n^2 - 1}l\rho}{kw\pi^2 d_1^2 d_2 \mu_0} = 7,48 \text{ кГц}$, где k — коэффициент,

определяющий индуктивность катушки с заданным отношением длины к диаметру (см. задачу 32-24).

33-13. а) $I = \frac{B\pi^2 d_1^3 n}{\sqrt{8(R^2 + \omega^2 L^2)}}$, где $R = \frac{4\rho d_1}{d_2^2} = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$;

$\omega L = 3,08 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}$. Так как $\omega L \ll R$, то, пренебрегая $\omega^2 L^2$ по сравнению с R^2 , имеем:

$$I = \frac{\sqrt{2}B\pi^2 d_1 \cdot d_2^2 n}{16\rho} = 0,072 \text{ А}.$$

б) $I = \frac{\sqrt{2}B\pi d_1^2}{8L} = 16 \text{ А}$ независимо от частоты вращения.

33-14. В случае постоянного тока мощность в 1,2 раза больше.

33-15. а) Нет; б) да.

33-18. $I = 0,5 \text{ А}$; напряжение на конденсаторе 80 В, на резисторе — 75 В.

33-19. 1,6 Гн.

33-20. 0,75 А; 0,64 А; 0,4 А.

33-21. 1,7 А; 5,4 А.

33-22. а) 100 мкФ; б) 25 В.

33-23. 31,7°.

33-24. 3,2 кВт.

33-25. $P_1 = \frac{U_1^2}{R} = 97 \text{ Вт}$; $P_2 = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2R} = 105 \text{ Вт}$.

33-26. 154 Вт; 312 Вт.

33-27. 27 Вт.

33-28. а) $U_1 = \sqrt{U^2 - I^2 L^2 \omega^2} - IR_0 = 114$ В; б) потребляемая осветительной сетью (включая дроссель) мощность равна

$$P = \frac{U^2(R + R_0)}{(R + R_0)^2 + L^2 \omega^2},$$

где R — сопротивление всей сети, кроме дросселя. Отсюда

$$P_{\max} = \frac{U^2}{2L\omega} = 460 \text{ Вт};$$

в) при коротком замыкании $P_{\text{кор}} = 58$ Вт.

33-29. а) Число клеток сетки, охватываемых петлей гистерезиса (см. рис. 33-9), приблизительно равно 38. Отсюда $P \approx 15,2$ Вт;

б) 4,5 Ом.

$$33-30. f = \frac{2}{\rho \varepsilon} = 5,6 \cdot 10^8 \text{ Гц.}$$

$$33-31. \rho = \frac{2}{\varepsilon f} \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}} = 1,28 \cdot 10^9 \text{ Ом} \cdot \text{см.}$$

$$33-32. F = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

33-33. Взаимодействуют с силой, изменяющейся по синусоидальному закону с частотой 3 Гц.

$$33-34. F = \frac{B_m^2 S}{4\mu_0} = 40 \text{ Н.}$$

33-35. б) Сила притяжения мембраны к полюсам магнита равна

$$F = \frac{2S}{2\mu_0} (B_0 + B)^2 \approx \frac{S}{\mu_0} (B_0^2 + 2BB_0),$$

а переменная составляющая силы, вызывающая колебания мембраны,

$$F_1 = \frac{2SBB_0}{\mu_0}.$$

Магнитную индукцию B находим, применив теорему о циркуляции, и получаем

$$B = \frac{\mu_0 w I}{2l}.$$

Отсюда амплитуда силы F_1

$$F_{1m} = \frac{SB_0 w I_m}{l} = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

33-36. 44,4°.

К § 34

34-1. $4,7 \cdot 10^{-4}$ с.

34-2. а) $I = U_0 \sqrt{\frac{C}{2L}} = 43$ мА; б) $\Phi_{\max} = \frac{U_0 \sqrt{LC}}{w} = 1,1 \cdot 10^{-8}$ Вб.

34-3. 9,2 мкВт.

34-4. а) Нет; б) да.

34-5. Не изменится.

34-6. С учетом сопротивления катушки период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}},$$

где $R = \frac{\rho \cdot 2\pi r w}{S}$ (ρ — удельное сопротивление проволоки; r — радиус витков; w — их число), $L = \mu_0 \mu w^2 \pi r^2 / l$. Находим относительную погрешность:

$$\begin{aligned} \frac{T_0 - T}{T_0} &= 1 - \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{\pi \rho^2 C l}{\mu_0 \mu S^2}} \approx \\ &\approx \frac{1}{2} \frac{\pi \rho^2 C l}{\mu_0 \mu S^2} = 2,25 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

34-7. $\vartheta = \frac{2\pi P}{U^2} \sqrt{\frac{L}{C}} = 0,02$.

34-8. $\vartheta = \frac{\pi \beta}{\sqrt{n^2 - 1}(1 + \beta)} = 0,028$.

34-9. а) $W_0 = \frac{\mathcal{E}^2(L + CR_1^2)}{2(R_1 + R_2)^2} = 3,8 \cdot 10^{-7}$ Дж. б) $W = 7 \cdot 10^{-7}$ Дж.

34-10. а) $\vartheta = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 C}{4L - R^2 C}} = 0,2\pi = 0,63$;

б) максимальное значение силы тока имеет место при условии, если фаза ωt_1 определяется из соотношения

$$\operatorname{tg} \omega t_1 = \frac{4\pi}{\vartheta}; \quad \omega t_1 = 87,1^\circ,$$

т. е. от начала колебания пройдет 0,24 периода;

в) напряжение на конденсаторе

$$U = I \left(\frac{R}{2} + \frac{L\omega}{\operatorname{tg} \omega t} \right).$$

При $t = t_1$ имеем $U = I_m R$. Отношение энергий магнитного и электрического полей в этот момент равно

$$\frac{L}{CR^2} = 25;$$

г) максимальное значение напряжения имеет место, когда $\frac{dU}{dt} = -\frac{I}{C} = 0$, т. е. при $I = 0$.

Напряжение равно нулю, если

$$\operatorname{tg} \omega t_2 = -\frac{4\pi}{\vartheta}; \quad \omega t_2 = 92,9^\circ,$$

что соответствует 0,26 периода;

д) $U_{\max} = \frac{I_0 \pi R}{\vartheta} \cdot e^{\frac{R}{L}t}$. При $t = 0$ $U = \frac{I_0 \pi R}{\vartheta}$. Отсюда $I_0 = 0,05$ А.

К § 35

35-1. 202,86 ГПа.

35-2. 1340 м/с.

35-3. $-1,9 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$.

35-4. Вследствие того, что скорости распространения продольных и поперечных волн различны.

35-5. $13,25^\circ$.

35-6. Скорость упругих (звуковых) волн в воздухе $v = v_0 \sqrt{\frac{T}{273}}$, где v_0 — скорость волн при 0°C , T — термодинамическая (абсолютная) температура. Выберем систему координат, связанную с Землей. Если ось X направлена вверх (начало координат на поверхности Земли), то $k = \frac{dT}{dx}$, или $T = T_0 + kx$, где T_0 — абсолютная температура на поверхности Земли. За промежуток времени dt волна проходит расстояние $dx = v dt = v_0 \sqrt{\frac{T_0 + kx}{273}} dt$, откуда $\frac{dx}{\sqrt{T_0 + kx}} = \frac{v_0 dt}{\sqrt{273}}$. Интегрируя, получаем

$$t = \frac{2\sqrt{273}}{kv_0} (\sqrt{T_0 + kh} - \sqrt{T_0}) \approx 31 \text{ с.}$$

35-7. 1,42.

35-8. Скорость звука меньше средней скорости молекул для одноатомного газа в 1,236 раза; для двухатомного — в 1,349 раза.

35-9. При отражении от более плотной среды меняется направление вектора $\vec{u}$, от менее плотной — знак Δp .

35-10. а) 212 Гц; б) 106 Гц.

35-11. 20 °С.

35-12. 398 Гц.

35-13. 20 см; 6,6 мм или 3,4 мм.

35-14. 0,05.

35-15. 2040 Гц; 6120 Гц; 10 200 Гц.

35-16. а) $5,2 \cdot 10^{-8}$ Дж; б) $2,4 \cdot 10^{-5}$ Дж/м³; $4,8 \cdot 10^{-5}$ Дж/м³.

35-17. 1,24 Вт.

35-18. $8 \cdot 10^{-7}$ Вт/м².

35-19. 17,6 Гц.

35-20. 11,3 км.

35-21. $2,1 \cdot 10^{10}$ см/с.

35-22. а) Нет; е) $7,4 \cdot 10^7$ Гц.

35-23. $8,4 \cdot 10^{-6}$ В/см.

35-24. На расстоянии 21,8 км от среднего наблюдателя.

35-25. б) $x = \frac{\lambda}{2 \sin u} = 17$ мм.

35-26. Сила электрического взаимодействия в m^2 раз больше силы магнитного взаимодействия.

К § 36

36-1. а) $4,7 \cdot 10^{-3}$; б) $4,7 \cdot 10^{-9}$.

36-2. $8,7 \cdot 10^{-5}$ см.

36-3. 27,76 °С.

36-4. Разборчивость речи связана с наличием верхних частот в звуке. Коэффициенты поглощения звука в воздухе для высоких частот больше, чем для низких, а потому звуки верхних частот ослабляются в большей мере, чем звуки нижних.

36-5. а) 1,26; б) 1,12.

36-6. 0,01 Па.

36-7. 51,3 дБ.

36-8. а) 26 дБ; б) 100 м.

36-9. 0,12 с⁻¹.

36-10. а) Частота 256 Гц: на пороге слышимости амплитуда давления $\Delta p_{m1} \approx 5 \cdot 10^{-4}$ Па; интенсивность звука $I_1 = 3 \cdot 10^{-10}$ Вт/м²; на верхней границе слуха $\Delta p_{m2} \approx 200$ Па, $I_2 = 50$ Вт/м².

Частота 2048 Гц: $\Delta p_{m1} = 3 \cdot 10^{-5}$ Па, $I_1 = 1,1 \cdot 10^{-12}$ Вт/м²;
 $\Delta p_{m2} = 160$ Па, $I_2 = 30$ Вт/м².

б) Звук частотой 32 Гц не слышен; звук частотой 2048 Гц имеет уровень громкости 70 дБ.

в) ≈ 20 дБ; г) $\approx 3 \cdot 10^{-4}$ Вт.

36-12. 680 Гц.

36-13. а) и б) 72 км/ч.

36-14. а) 1,88 с; б) 2,12 с.

К § 37

37-1. а) 0,0033 Вт/лм; б) 0,0023 Вт/лм.

37-2. 9 лк.

37-3. $E = \frac{I}{4r^2 \cos \alpha} = 15,26$ лк.

37-4. Увеличится в 1,12 раза.

37-5. 25 000 кд.

37-6. а) 10,2 лк; б) 10,9 лк.

37-7. а) ≈ 10 лк. б) Расстоянию 7 м соответствует угол с вертикалью $\alpha = 54,5^\circ$. По кривой видно, что сила света в этом направлении равна 73 кд. Освещенность $\approx 1,7$ лк. в) $\approx 7,7$ лк и 1,3 лк.

37-9. 6 с.

37-10. 46 с.

37-12. 30,4 лк.

37-13. $E = \frac{\Phi}{2\pi al} = 700$ лк.

37-14. 7000 кд/м².

37-15. а) $h = b$; $E_{\max} = \frac{SB}{4b^2} = 41$ лк; б) 11,5 лк.

37-16. $5,30 \cdot 10^6$ лк.

37-17. а) 40 лк; б) 12,7 кд/м².

37-18. 5%.

37-19. а) 1,27 лк; б) 0,72 лк.

К § 38

38-1. а) $x = 2r \sin \alpha = 10,6$ см.

б) Сместится в противоположном направлении на расстояние $y = l \cdot \cos \alpha = 1,7$ см.

38-2. 0,02 кд.

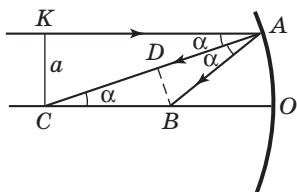


Рис. 38-17

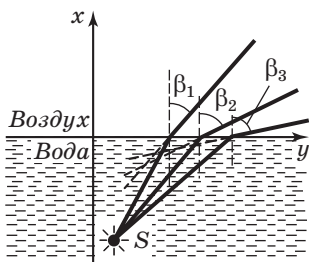


Рис. 38-18

38-3. Разложим вектор Умова—Пойнтинга на три составляющие по нормальям к зеркалам. При каждом отражении изменит свое направление на противоположное составляющая, направленная по нормали к отражающему зеркалу, а две остальные составляющие не будут изменены. После трех отражений все составляющие будут направлены противоположно. Следовательно, и вектор Умова—Пойнтинга будет иметь противоположное направление. Луч пойдет в обратном направлении.

38-4. а) На расстоянии 120 см от вершины зеркала;
б) 10^4 кД/м².

38-5. Из условия

$$\frac{R}{2} - BO = \frac{R}{2} \cdot 0,01$$

следует, что $CB = 0,505R$ (C — центр кривизны). С другой стороны (рис. 38-17),

$$CB = \frac{R^2}{2\sqrt{R^2 - a^2}}.$$

Отсюда $\frac{a}{R} = 0,14$.

38-7. 24 см.

38-9. Зеркало должно образовать с горизонтом угол 34° .

38-10. $68^\circ 18'$.

38-11. а) Для доказательства возьмем три луча, лежащие в вертикальной плоскости XY , причем ось Y направлена вдоль поверхности воды (рис. 38-18).

Уравнения траекторий лучей внутри воды имеют вид:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha_1 + b_1;$$

$$y = x \operatorname{tg} \alpha_2 + b_2;$$

$$y = x \operatorname{tg} \alpha_3 + b_3.$$

Так как они исходят из одной точки S , то имеет место соотношение:

$$\begin{vmatrix} 1 & \operatorname{tg} \alpha_1 & b_1 \\ 1 & \operatorname{tg} \alpha_2 & b_2 \\ 1 & \operatorname{tg} \alpha_3 & b_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Уравнения траекторий преломленных лучей имеют вид:

$$y = x \operatorname{tg} \beta_1 + b_1;$$

$$y = x \operatorname{tg} \beta_2 + b_2;$$

$$y = x \operatorname{tg} \beta_3 + b_3.$$

Так как $\operatorname{tg} \alpha_1 : \operatorname{tg} \alpha_2 : \operatorname{tg} \alpha_3 \neq \operatorname{tg} \beta_1 : \operatorname{tg} \beta_2 : \operatorname{tg} \beta_3$, то

$$\begin{vmatrix} 1 & \operatorname{tg} \beta_1 & b_1 \\ 1 & \operatorname{tg} \beta_2 & b_2 \\ 1 & \operatorname{tg} \beta_3 & b_3 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Это означает, что преломленные лучи не имеют общей точки.

38-12. Так как глаза наблюдателя находятся на одинаковой высоте, то кажущееся положение предмета находится на той же вертикали, что и его истинное положение. Принимая это во внимание, находим:

$$h_0 = h \sqrt{\frac{(n^2 - 1)l^2}{(H + h)^2} + 1} = 2 \text{ м.}$$

38-13. 32 см.

38-14. а) Да; б) нет.

38-15. 2 см.

38-16. 1,14 кд.

38-19. а) 81° ; б) $\sqrt{2} < n < 2$.

38-20. 16° .

38-21. Угол между соседними гранями призм должен быть равен $\Theta + \epsilon_m$ (см. рис. 38-19).

38-22. $10,9^\circ$.

38-23. Лучи выходят из призмы параллельно прежнему направлению. Расстояние между ними не меняется. Длины путей лучей в призме одинаковы.

38-24. а) Луч не пройдет ни при каком угле падения; б) луч пройдет при условии: $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$, где γ — угол, показанный на

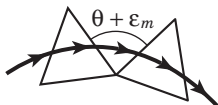


Рис. 38-19

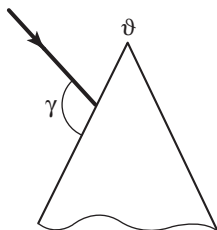


Рис. 38-20

рисунке 38-20; в) луч пройдет при условии:

$$0 < \gamma < \frac{\pi}{2} + \arcsin n \cdot \sin(\beta_0 - \theta).$$

38-25. В шестигранных призмах грани образуют между собой углы 120° , 60° и 90° . Галё 22° соответствует углу 60° ; галё 46° — углу 90° .

38-26. Угол наименьшего отклонения равен

$$\epsilon_{\min} = 38^\circ 56'.$$

Наибольшее отклонение имеет место в том случае, когда луч выходит из призмы под углом, близким к $\frac{\pi}{2}$. В таком случае у

первой грани угол падения равен $\epsilon_{\max} + \theta - \frac{\pi}{2}$, а угол преломления $\theta - \beta_0$, где предельный угол β_0 при $n = 1,52$ равен $41^\circ 8'$. Применяя закон преломления, имеем

$$n \sin(\theta - \beta_0) = \sin\left(\epsilon_{\max} + \theta - \frac{\pi}{2}\right),$$

откуда

$$\epsilon_{\max} = 59^\circ 26'.$$

38-27. 1,333.

38-28. 12,5 см.

38-29. $D_1 = 5,2$ дптр; $D_2 = -3,9$ дптр.

38-30. 1,48 дптр.

38-31. 1,7.

38-32. $-38,5$ см.

38-33. 22,5 см.

38-38. 4 дптр.

38-39. На 0,55 мм.

38-40. 20 см.

38-41. Меньшее изображение ярче в $\left(\frac{d+b}{d-b}\right)^2 = 2,25$ раза.

38-42. Задача имеет четыре решения: 19 см; 22 см; 69 см; 80 см.

38-43. а) 2500 лк и 12 500 лк; б) 5000 лк и 15 000 лк.

38-44. В 660 раз.

38-45. Обозначим: R — расстояние от объектива до объекта (человека); S — площадь поверхности объекта; f — фокусное расстояние объектива ($f \ll R$). Тогда площадь поверхности изображения $S' = S \frac{f^2}{R^2}$. Объект отражает световой поток

ESr ; на объектив падает световой поток $\Phi = \frac{ESr}{R^2} \frac{\pi d^2}{4}$ (d —

диаметр объектива); сквозь объектив проходит и падает на изображение световой поток $\Phi' = \Phi(1 - \rho)$. Освещенность изображения

$$E' = \frac{\Phi'}{S'} = \frac{ESr\pi d^2(1-\rho)}{4Sf^2} = \frac{Erc^2(1-\rho)}{4} = 9 \text{ лк, где } c = \frac{d}{f}.$$

38-46. а) $D > 0$, если $\delta < 0$, т. е. если задний фокус F_1'' первой линзы дальше переднего фокуса F_2' второй линзы; $D < 0$, если F_1'' ближе F_2' ; $D = 0$, если F_1'' и F_2' совпадают;

б) $D > 0$, если $\delta > 0$, т. е. F_1'' лежит ближе F_2' (в отрицательной линзе передний фокус лежит сзади линзы); $D < 0$, если F_1'' лежит дальше F_2' ; $D = 0$, если F_1'' и F_2' совпадают;

в) то же, что в случае б);

г) δ всегда положительна, и система может иметь только отрицательную оптическую силу.

38-47. а) На расстоянии 8 см; б) на расстоянии 20 см.

38-48. 60 дптр.

38-49. Увеличить в 3,7 раза.

38-50. 7 дптр.

38-54. а) Первая главная плоскость проходит через вершину передней поверхности линзы; первая фокальная плоскость отстоит от нее на расстоянии 25 см. Вторая главная плоскость проходит внутри линзы на расстоянии 2,3 см от плоской поверхности; вторая фокальная плоскость отстоит от поверхности линзы на 22,7 см;

б) главные плоскости проходят внутри линзы на расстоянии 1,2 см от вершин поверхностей; фокальные плоскости находятся от поверхностей линзы на расстоянии 11,9 см;

в) первая главная плоскость расположена вне линзы на расстоянии 1,9 см от передней поверхности. Первая фокальная плоскость отстоит от линзы на 22,9 см. Вторая главная

плоскость находится тоже вне линзы на расстоянии 0,4 см от передней поверхности. Вторая фокальная плоскость находится за линзой на расстоянии 17,1 см от ее поверхности;

г) первая главная плоскость находится перед линзой на расстоянии 2,8 см от ее поверхности. Первая фокальная плоскость находится на расстоянии 24,4 см за задней поверхностью линзы. Вторая главная плоскость находится перед линзой на расстоянии 2,1 см от ее поверхности. Вторая фокальная плоскость проходит перед линзой на расстоянии 32,8 см от ее поверхности;

д) обе главные плоскости проходят через центр шара. Фокальные плоскости находятся на расстоянии 1,6 см от поверхности шара.

38-55. 29,2 см.

38-56. 1,93 дптр.

38-57. На 5,8 см.

38-58. а) 17,2 дптр; б) 20,8 дптр; в) 19,0 дптр.

38-59. а) Поверхности шаров должны отстоять друг от друга на 2,5 см; б) 10.

38-61. а) 10 см; б) 2,5.

38-62. 5.

38-63. а) 14,5 см; 17,5 см; б) 64; 670.

38-64. 564.

38-65. а) Увеличение будет равно 0,4; б) 12 дптр и 30 дптр; в) оправа окуляра.

38-68. 9 см.

38-69. 5,8 мм.

К § 39

39-2. а) По рисунку 39-14 видно, что в данном случае

$$l = L + r \cos \alpha.$$

На основании ответа к задаче 38-1 имеем

$$d = 2r \sin \alpha.$$

Далее, пользуясь формулой, указанный в пункте 1) введения, находим (для воздуха $n_1 = 1$)

$$x = \frac{\lambda(L + r \cos \alpha)}{2r \sin \alpha} = 2,9 \text{ мм};$$

б) сместится на расстояние

$$s' = s \frac{L}{r} = 5,4 \text{ см};$$

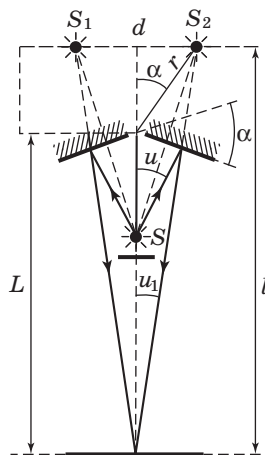


Рис. 39-14

в) интерференционная картина не сместится, но расстояние между полосами уменьшится вдвое;

г) пользуясь ответом на вопрос б), получим, что смещение полос интерференционной картины, даваемой левым краем щели, по отношению к картине, даваемой правым краем, равно

$$s' = b \frac{L}{r},$$

где b — ширина щели. Но по условию вопроса г) s' меньше половины расстояния между полосами. Отсюда

$$b \frac{L}{r} < \frac{\lambda(L + r \cos \alpha)}{4r \sin \alpha}.$$

Так как α и u малы, то, пользуясь рисунком 39-14, можно вывести, что

$$\sin \alpha = \sin u \frac{L + r}{L}.$$

В таком случае

$$b < \frac{\lambda}{4 \sin u};$$

д) 0,052 мм; е) 5 полос.

$$39-3. \delta = \pi - \frac{\lambda(L + d)}{xd(n - 1)} = 179,5^\circ.$$

39-4. б) 1,1 мм; в) меньше 0,024 мм; г) 18 полос.

39-5. Задача неопределенная; пленка может иметь толщину $k \cdot 104$ нм, где $k = 1; 3; 5$ и т. д.

39-6. Пользуясь рисунком 39-15 находим, что увеличение толщины пленки при переходе от одной полосы к другой равно

$$\delta = l\varphi = \frac{\lambda}{2n}.$$

Отсюда

$$\varphi = \frac{\lambda}{2nl} = 9''.$$

39-7. а) Глаз фокусирован на пленку. Принимая во внимание, что $a \gg d$, по рис. 39-16 найдем

$$\sin u = \frac{d \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \alpha}{a}.$$

Отсюда, пользуясь соотношением 2) введения к параграфу, находим

$$d_m = \frac{a\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{2b \sin 2\alpha} = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

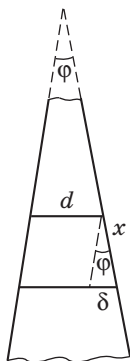


Рис. 39-15

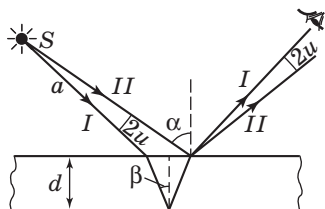


Рис. 39-16

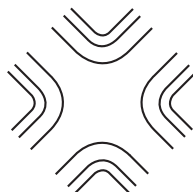


Рис. 39-17

39-9. 10,2 см.

39-10. а) $r = \sqrt{\frac{2k\lambda(n-1)}{D}} = 3,5 \text{ мм}$; б) 3 мм.

39-11. 175 мм.

39-12. а) Прямые линии, параллельные линии касания линзы с пластинкой; б) см. рисунок 39-17.

39-13. 998-е кольцо, соответствующее меньшей длине волны.

39-15. Так как число зон Френеля равно

$$n = \frac{d^2}{4\lambda} \frac{l}{a(l-a)} = 2,94 \approx 3,$$

то освещенность при наличии ширмы больше, чем при ее отсутствии.

39-17. Нет. Угол φ' внутри стекла соответствует длине волны λ' в стекле:

$$d \sin \varphi' = k\lambda'.$$

Затем при выходе луча из стекла происходит преломление:

$$\sin \varphi' = \frac{\sin \varphi}{n},$$

где φ — измеряемый угол отклонения в воздухе:

$$d \sin \varphi = k\lambda'n = k\lambda,$$

где λ — длина волны в воздухе. Таким образом, с помощью данной установки измеряется длина волны в воздухе.

39-18. а) На выходе из пластинки фаза световой волны будет периодически меняться в соответствии с изменением толщины пластинки. б) Пластинка не будет влиять на световую волну.

39-19. 546 нм.

39-20. а) 7'; б) -56'.

39-21. 478 нм.

39-22. а) 3; б) 5.

39-25. а) Если толщина пластинки велика по сравнению с постоянной решетки, то можно считать, что на вторую решетку падают пучки лучей, ширина которых равна длине решетки. В этом случае свет проходит сквозь две решетки, образуя такой же дифракционный спектр, как свет, прошедший сквозь пластинку с одной решеткой;

б) если толщина пластинки равна постоянной решетки, то, кроме света, прошедшего в направлении нормали, свет пройдет только в тех направлениях, которые удовлетворяют соотношению

$$d \cos \varphi = \frac{k_1}{k_2} \frac{\lambda}{n},$$

где k_1 и k_2 — целые числа, n — показатель преломления.

39-26. а) Постоянную решетки хлористого натрия можно определить из соотношения

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{2N_A D}},$$

где M — молярная масса хлористого натрия; N_A — постоянная Авогадро; D — плотность кристалла. Отсюда

$$\lambda = \frac{\sin \Theta}{k} \sqrt[3]{\frac{4M}{N_A D}} = 0,58 \text{ \AA};$$

б) для грани (110)

$$d_1 = \frac{d}{\sqrt{2}},$$

отсюда

$$\Theta' = 8,4^\circ.$$

39-27. 9,8 мм.

39-28. При большом диаметре зрачка острота зрения уменьшается из-за большой сферической аберрации глаза. При малом диаметре зрачка сказывается искажение изображения из-за дифракционных явлений.

39-29. Соответствует для острого зрения.

39-30. 4 см.

39-31. а) 1,6; б) 1,272.

39-32. $48^\circ 45'$.

39-33. $66^\circ 40'$; $46^\circ 40'$.

39-34. Луч 1. Полностью поляризован. Его интенсивность 0,1.

Луч 2. Частично поляризован; он содержит 0,8 естественного света и 0,1 поляризованного. Интенсивность равна 0,9.

Луч 3. Полностью поляризован. Интенсивность $0,8 \cdot 0,1 = 0,08$.

Луч 4. Частично поляризован; 0,18 поляризованного света и 0,63 естественного.

39-35. а) в 12 раз; б) в 65 раз.

39-36. а) Прежде всего отметим, что число n не зависит от поглощения света внутри пластинок, так как оно одинаково и для поляризованного, и для естественного света. Поэтому в дальнейшем коэффициент поглощения принят равным нулю. Если сквозь стопу прошло p поляризованного света и $1 - p$ естественного, то общая интенсивность до стопы была $2p + 1 - p = 1 + p$. Таким образом, интенсивность поляризованного света равна $\frac{p}{1+p}$ от начальной, а естественного $\frac{1-p}{1+p}$ от начальной. Отсюда можно подсчитать, что интенсивность света, прошедшего сквозь две параллельные стопы, равна $\frac{1+p^2}{(1+p)^2}$ от начальной, а при скрещенных стопах $\frac{1-p}{(1+p)^2}$.

В таком случае

$$n = \frac{1+p^2}{1-p}.$$

Отсюда

$$p = -\frac{n}{2} + \sqrt{\frac{n^2}{4} + n - 1} = 0,89;$$

$$\text{б) } p' = \frac{2p}{1+p^2} = 0,994.$$

39-37. 6,06 мм.

39-38. Наблюдатель видит темные полосы на светлом фоне. Расстояние между полосами равно 2,7 см.

39-39. б) 80 см.

К § 40

40-1. а) 1) $3,31 \cdot 10^{-19}$ Дж; 2) $1,99 \cdot 10^{-15}$ Дж; б) 48 000 К и $2,9 \cdot 10^8$ К.

40-2. $4 \cdot 10^5 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$.

40-3. а) 197 нм (ультрафиолет); б) 653 нм (красная часть спектра).

40-4. $6,5 \cdot 10^5$ м/с.

40-5. 3,6.

40-6. $1,241 \text{ кВ} \cdot \text{нм}$.

40-7. 45 кВ .

40-8. а) $4,5 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$; б) 1) $9 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$; 2) $6,3 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$.

40-9. Давление света больше в 11 раз.

40-10. а) По направлению света; б) по нормали к поверхности.

40-11. Если пластинка обращена к свету блестящей стороной, то на нее действует сила $F_1 = \frac{2IS}{c}$, где S — ее поверхность.

Если пластинка обращена к свету зачерненной стороной, то сила светового давления $F' = \frac{IS}{c}$.

В то же время сама пластинка излучает в пространство полученную энергию. Если она излучает согласно закону Ламберта, то суммарная мощность, излучаемая во всех направлениях, равна

$$IS = \pi I' S,$$

где I' — интенсивность света, излучаемого в направлении нормали к пластинке.

Суммируя силы отдачи, действующие на пластинку вследствие излучения в разных направлениях, получим общую силу отдачи

$$F'' = \frac{2IS}{3c}.$$

Результирующая сила

$$F_2 = F' + F'' = \frac{IS}{c} \left(1 + \frac{2}{3} \right).$$

Отсюда

$$\frac{F_1}{F_2} = 1,2.$$

40-12. а) Энергия фотонов, отраженных от движущегося зеркала, уменьшается — это проявление эффекта Доплера.

б) За счет энергии поглощенного света увеличиваются ее кинетическая и внутренняя энергии.

40-13. а) $2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; б) $4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

40-14. $9 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.

40-15. $7'$.

40-16. б) Центростремительной силой является сила взаимодействия электрона с протоном:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}.$$

где r — радиус окружности, по которой движется электрон; r_1 — расстояние между центрами электрона и протона; ε_0 — электрическая постоянная. Так как масса электрона ничтожно мала по сравнению с массой протона, то

$$r_1 = r = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

в) Если принять, что потенциальные энергии протона и электрона, удаленного из атома в бесконечность, равны нулю, то на расстоянии r_1 потенциальная энергия

$$W_{\text{п}} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_1}.$$

Кинетическая энергия

$$W_{\text{к}} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_1}.$$

Следовательно, искомая работа

$$A = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_1} = 2,17 \cdot 10^{-18} \text{ Дж (13,58 эВ).}$$

Это число почти совпадает с результатом непосредственного измерения (13,54 эВ).

$$\text{г) } \lambda_{\text{H}} = \frac{8\varepsilon_0^2 c h^3}{m e^4 \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)} = 4,87 \cdot 10^{-13} \text{ м} = 487 \text{ нм, что близко}$$

совпадает с результатом опыта; $\Delta v = 81 \text{ см/с}$.

д) Приняв во внимание, что ионизированный атом гелия имеет вдвое больший заряд ядра, чем атом водорода, и так же, как и атом водорода, имеет один электрон, получим

$$\lambda_{\text{He}} = \frac{\lambda_{\text{H}}}{4} = 122 \text{ нм,}$$

что тоже близко совпадает с результатом опыта.

40-17. 91,1 нм и 121,6 нм; 364,5 нм и 656,1 нм; 820,2 нм и 1874,6 нм; 1457,6 нм и 2050,4 нм.

40-18. 6 линий; 97,3 нм — 1874,6 нм.

$$\begin{aligned} \text{40-19. } \Delta\lambda &= \lambda_{\text{H}} - \lambda_{\text{D}} \approx \lambda_{\text{H}} \frac{m_e}{2m_p} = 0,033 \text{ нм; } \Delta A = A_{\text{D}} - A_{\text{H}} \approx \\ &\approx \frac{m_e}{2m_p} R_{\text{H}} = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ эВ.} \end{aligned}$$

40-20. $\lambda_4 = \frac{\lambda_1 \lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1}$; $\lambda_5 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$; $\lambda_6 = \frac{\lambda_2 \lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_2}$; эти линии не принадлежат той же серии.

К § 41

41-1. а) 200 К; б) 0,23.

41-2. 8 А.

41-3. 0,063 мм.

41-4. Увеличивается в 1,14 раз.

41-5. 36 мА.

41-6. а) На $0,11^\circ$; б) 1,5 А.

41-7. 5750 К.

41-8. На частицу действуют следующие силы: 1) сила притяжения к Солнцу

$$F_1 = \frac{\gamma \pi d^3 m_{\text{С}} D}{6R^2},$$

где $m_{\text{С}}$ — масса Солнца; R — расстояние от частицы до его центра; D — плотность железа;

2) сила светового давления со стороны Солнца (если считать, что частица черная)

$$F_2 = -\frac{\pi d^2}{4} \cdot \sigma T_{\text{С}}^4 \frac{R_{\text{С}}^2}{R^2} \cdot \frac{1}{c},$$

где c — скорость света в вакууме; $R_{\text{С}}$ — радиус Солнца.

При равновесии

$$F_1 + F_2 = 0;$$

$$d = \frac{3\sigma T_{\text{С}}^4 R_{\text{С}}^2}{2\gamma m_{\text{С}} D c} = 1,74 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

41-10. $\approx 80\%$.

41-11. $0,3\%$.

41-12. 0,22 А.

41-13. 10^9 Дж.

41-14. $T = T_{\text{С}} \sqrt{\frac{d}{2f}} = 3000 \text{ К.}$

41-15. а) Мощность излучения Солнца, поглощаемая частицей,

$$P_1 = A \frac{\pi d^2}{4} \sigma T_{\text{С}}^4 \frac{R_{\text{С}}^2}{R^2},$$

где d — диаметр частицы; $R_{\text{С}}$ — радиус поверхности Солнца; A — коэффициент поглощения.

Мощность излучения частицы по всем направлениям равна

$$P_2 = A \pi d^2 \sigma T^4.$$

При термодинамическом равновесии

$$P_1 = P_2,$$

откуда находим

$$T = T_C \sqrt{\frac{R_C}{2R}} = 290 \text{ К},$$

что мало отличается от средней температуры поверхности Земли;

б) мощность излучения Солнца, поглощаемая частицей,

$$P_1 = \frac{\pi d^2}{4} \frac{2\pi h c^2 \Delta\lambda}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda k T_C}} - 1 \right)} \frac{R_C^2}{R^2}.$$

Мощность, излучаемая частицей, равна

$$P_2 = \pi d^2 \frac{2\pi h c^2 \Delta\lambda}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda k T}} - 1 \right)}.$$

При термодинамическом равновесии

$$P_1 = P_2.$$

Имея в виду, что

$$e^{\frac{hc}{\lambda k T_C}} = e^{4,8} \gg 1 \text{ и } T < T_C,$$

получаем

$$T = \left(\frac{1}{T_C} + \frac{2\lambda k \ln \frac{2R}{R_C}}{hc} \right)^{-1} = 1700 \text{ К}$$

(выше, чем для серого тела);

в) $T = 230 \text{ К}$ (ниже, чем для серого тела).

41-16. $-4,8 \text{ К}$.

41-17. $\tau = \frac{Dcd}{12A\sigma} \left(\frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3} \right) = 0,033 \text{ с}$, где D и c — соответ-

ственно плотность и удельная теплоемкость вольфрама.

41-18. В случае переменного тока температура волоска испытывает малые колебания около среднего значения T_0 :

$$T = T_0 + T_1 \sin 2\omega t \text{ (при } T_1 \ll T_0 \text{)}.$$

Значения T_0 и T_1 могут быть найдены из уравнения теплового баланса

$$\frac{dT}{dt} C = \frac{U^2}{R} - Q_1 - Q_2,$$

где C — теплоемкость волоска; $Q_1 \sim T - T_{\text{в}}$ есть потеря энергии волоска за счет теплопроводности, а $Q_2 \sim T^4 - T_{\text{в}}^4$ — за счет излучения ($T_{\text{в}}$ — температура окружающего воздуха). Необходимо также учесть зависимость сопротивления волоска R от температуры:

$$R = R_0 + R_1(T - T_0) + R_2(T - T_0)^2.$$

Подставляя и сравнивая постоянные и пропорциональные $\cos 2\omega t$ члены уравнения баланса, находим среднее значение Q_2 :

$$Q_2 \sim 1 + \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^2 \left(b_1 + b_2 \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2}\right).$$

Коэффициент $b_2 > 0$ всегда, коэффициент $b_1 > 0$ при $R \sim T$.

В ы в о д. Потеря энергии за счет излучения больше для переменного тока. Еще в большей степени это правильно для светового потока при типичных значениях T_0 . Значит, лампа накаливания дает больше света при питании ее переменным током.

41-19. Увеличилась.

41-20. Максимумы функций распределения соответствуют минимумам следующих величин:

1) для распределения по интервалам частот

$$\lambda^3 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right);$$

2) для распределения по интервалам длин волн

$$\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right);$$

3) для распределения по интервалам логарифмов частот (или логарифмов длин волн)

$$\lambda^4 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right).$$

Поэтому постоянная C в законе смещения максимума функции распределения в зависимости от температуры для разных функций распределения имеет разные значения. Обычно ука-

зывают значение C для распределения по интервалам длин волн (так сделано и в таблице VI).

Для серых тел значение постоянной C то же, что и для полных излучателей.

$$41-21. \text{ а) } \lambda_0 = C \cdot \sqrt[4]{\frac{A\pi d l \sigma}{P - P_1}} = 1,2 \text{ мкм; б) } 6,9 \text{ мкм.}$$

41-22. Обратив внимание, что при указанных условиях $e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \gg 1$, можно выразить искомое отношение так:

$$x = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^5 e^{\frac{hc}{kT}\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)} = 2,9.$$

41-23. Тепловой поток, проходящий сквозь какое-либо сечение, обусловлен разностью тепловых излучений от точек трубы, расположенных справа и слева от него на расстояниях порядка радиуса трубы. Поэтому этот поток можно оценить по следующей формуле:

$$Q = \sigma \pi R^2 (T_1^4 - T_2^4),$$

где

$$T_1 - T_2 = 2R \frac{dT}{dL}; \quad Q = 8T^3 \frac{dT}{dL} \pi R^3 \sigma.$$

Подставляя $T = 1250 \text{ К}$ и $\frac{dT}{dL} = 1 \text{ К/м}$, имеем: $Q = 360 \text{ Вт}$.

Точный ответ, получение которого требует интегрирования, отличается от найденного нами множителем $\frac{4}{3}$.

К § 42

42-1. 8 α -превращений и 6 β -превращений.

42-2. 61 с.

42-3. 4,4 мин.

42-4. $1,9 \cdot 10^{-8} \text{ Г}$.

42-5. 0,34.

42-6. $3,4 \cdot 10^{-7}$.

42-7. По схеме на рисунке 42-1 видно, что число выбрасываемых смесью α -частиц в 4 раза больше числа частиц, выбрасываемых одним радием, и составляет $1,48 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$.

42-8. $0,66 \text{ мм}^3$.

42-9. $1,6 \cdot 10^5$.

42-10. 0,51 МэВ.

42-11. $1,4 \cdot 10^{14}$ г/см³; $7 \cdot 10^{18}$ Кл/см³.

42-12. а) 28,3 МэВ и 2,2 МэВ; б) 23,6 МэВ.

42-13. 11,46 и 11,24 МэВ; энергия связи протона меньше из-за электростатического отталкивания.

42-14. 22,44 МэВ.

42-15. а) Возможен; б) невозможен.

42-16. $4,6 \cdot 10^7$ м/с и $6,3 \cdot 10^6$ м/с; 8,24 МэВ.

42-17. $2,1 \cdot 10^7$ м/с.

42-18. Применяя законы сохранения энергии и импульса, получим:

$$E_2 = \frac{Qm_3 + E_1(m_3 - m_1)}{m_2 + m_3}.$$

Здесь Q — энергия, связанная с изменением масс частиц:

$$Q = (2m_1 - m_2 - m_3)c^2,$$

где m_1 , m_2 и m_3 — массы соответственно дейтерия, нейтрона и атома ${}^3_2\text{He}$. Сделав расчет, получим $E_2 = 2,6$ МэВ.

42-19. а) Кулоновская энергия ядра с зарядовым числом Z и массовым числом A

$$W_{\text{кул}} = \frac{3}{5} \frac{z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R},$$

где $R = 1,4 \cdot \sqrt[3]{A} \cdot 10^{-15}$ м — радиус ядра. Изменение энергии электрического поля при рассматриваемом превращении $\Delta W_{\text{кул}} \approx 288$ МэВ. (Заметим, что полученное число — грубо ориентировочное.)

б) 2800 т.

42-20. $(8,5 \cdot 234 - 7,6 \cdot 236)$ МэВ ≈ 200 МэВ.

42-21. $\frac{AEt}{m} = 0,6$ Дж/кг = 0,6 Гр.

42-22. Разность энергий связи

$$E_{\text{св. S}} - E_{\text{св. Cl}} = (m_n - m_{\text{H}} + \Delta m)c^2 = 6,36 \text{ МэВ},$$

где m_n и m_{H} — соответственно массы нейтрона и атома водорода. Кулоновская энергия ядра радиусом R с зарядовым числом Z

$$W = \frac{3}{5} \frac{e^2 Z^2}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Разность кулоновских энергий ядер

$$W_{\text{Cl}} - W_{\text{S}} = 6,34 \text{ МэВ}.$$

Совпадение результатов свидетельствует о зарядовой независимости ядерных сил, вследствие чего энергии ядер-

ного взаимодействия для зеркальных ядер практически одинаковы.

42-23. Условие критичности есть $\frac{R}{l} = \text{const}$, где R — радиус шара; l — пробег нейтрона, обратно пропорциональный плотности, т. е. $R \sim \frac{1}{\rho}$. Учитывая, что $R \sim \frac{m^{\frac{1}{3}}}{\rho^{\frac{1}{3}}}$, имеем

$$m \sim \frac{1}{\rho^2} \text{ или } m \sim 1 + 6\alpha\Delta t.$$

При $t = 25^\circ\text{C}$ $m = 150,15$ кг.

$$\mathbf{42-24.} \ N = \frac{Cm\Delta t}{E} (v - 1) = 3 \cdot 10^{15}.$$

42-25. Скорости самолетов относительно инерциальной системы отсчета, связанной со звездами, равны

$$v = V \pm v_0,$$

где V — линейная скорость вращения Земли $\left(V = \frac{L}{T}; T = 8,64 \cdot 10^4 \text{ с}; L — \text{длина экватора}\right)$.

Релятивистский эффект отставания часов по отношению к инерциальной системе составляет

$$\Delta t = \frac{v^2}{2c^2} t,$$

где $t = \frac{L}{v_0}$ — время облета.

Разность показаний часов для двух самолетов равна

$$\frac{2Vv_0}{c^2} t = \frac{2L^2}{c^2 T} = 3,36 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$$

42-26.¹ Из закона сохранения энергии в системе отсчета, в которой в начальный момент ракета покоилась, следует:

$$m_0 = \frac{m_1}{\sqrt{1 - v^2}} + p; p = \frac{m_1 v}{\sqrt{1 - v^2}}.$$

¹ В задачах 42-26, 42-27 полагаем $c = 1$, т. е. скорость света в вакууме выбирается в качестве единицы скорости (при этом размерности длины и времени становятся одинаковыми). Чтобы вернуться к обычным единицам, надо ввести скорость света в формулы таким образом, чтобы обеспечить правильную размерность.

Отсюда

$$v = \frac{m_0^2 - m_1^2}{m_0^2 + m_1^2}.$$

42-27. Рассмотрим инвариант $(\Sigma E)^2 - (\Sigma p)^2 = \text{inv.}$ В конечном состоянии находим минимальное значение этого инварианта, используя систему отсчета, где $\Sigma p = 0$ (система центра масс). Получаем $\text{inv.} = 9M^2$.

В начальной системе имеем уравнение

$$(E + M)^2 - E^2 = 2EM + M^2 = \text{inv.}$$

Отсюда минимальное значение (порог реакции): $E = 4M = 3,6 \text{ ГэВ}$.

ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Некоторые часто встречающиеся числа

Число	n	$\lg n$
π	3,141593	0,49715
4π	12,56637	1,09921
$\frac{2}{\pi}$	0,63662	1,80388
π^2	9,86960	0,99430
$\sqrt{\pi}$	1,77245	0,24857
e	2,718282	0,43429
$\ln 10$	2,3026	0,33222
$\ln 2$	0,6931	—
$\sqrt{2}$	1,41421	0,15052
$\sqrt{3}$	1,73205	0,23856
1°	0,017453 радиана	
$1'$	0,000291 »	
$1''$	0,000048 »	

II. Некоторые соотношения между единицами физических величин

1. Соотношения между механическими единицами СИ и системы СГС

Название величины и ее обозначение	Единицы СИ		Единицы СГС		Отношение един. СИ един. СГС
	Название	Обозначение	Название	Обозначение	
Длина l	метр	м	сантиметр	см	10^2
Площадь S	квадратный метр	м^2	квадратный сантиметр	см^2	10^4
Объем V	кубический метр	м^3	кубический сантиметр	см^3	10^6

Продолжение табл.

Название величины и ее обозначение	Единицы СИ		Единицы СГС		Отношение един. СИ един. СГС
	Название	Обозначение	Название	Обозначение	
Время t, τ	секунда	с	секунда	с	1
Частота колебаний ν	герц	Гц	герц	Гц	1
Частота вращения ω	—	с^{-1}	—	с^{-1}	1
Скорость v	—	м/с	кин	см/с	10^2
Угловая скорость ω	—	рад/с (с^{-1})	—	рад/с (с^{-1})	1
Ускорение a	—	м/с ²	гал	см/с ²	10^2
Угловое ускорение ε	—	рад/с ² (с^{-2})	—	рад/с ² (с^{-2})	1
Масса m	килограмм	кг	грамм	г	10^3
Сила F	ньютон	Н	дина	дин	10^5
Давление p	—	Па	—	дин/см ²	10
Плотность D	—	кг/м ³	—	г/см ³	10^{-3}
Работа, энергия	джоуль	Дж	эрг	эрг	10^7
Плотность энергии w	—	Дж/м ³	—	эрг/см ³	10
Мощность W	ватт	Вт	—	эрг/с	10^7
Момент силы p	—	Н · м	—	дин · см	10^7
Момент инерции	—	кг · м ²	—	г · см ²	10^7
Импульс	—	кг · м/с	—	г · см/с	10^5
Момент импульса	—	кг · м ² /с	—	г · см ² /с	10^7
Вязкость (динамическая)	—	Па · с	пуаз	П	10

*2. Соотношения между единицами электрических величин
в СИ и системе СГСЭ (гауссовой)¹*

Название величины и ее обозначение	Единицы СИ		Единицы СГСЭ		Отношение един. СИ един. СГСЭ
	Назвa- ние	Обозна- чение	Назвa- ние	Обозна- чение	
Заряд q	кулон	Кл	—	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^9$
Потенциал ϕ , напряжение U , ЭДС $\mathcal{E}$	вольт	В	—	СГСЭ-ед.	$\frac{1}{3 \cdot 10^2}$
Напряженность электрического поля E	вольт на метр	В/м	—	СГСЭ-ед.	$\frac{1}{3 \cdot 10^4}$
Электрический момент p	кулон- метр	Кл · м	—	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^{11}$
Электрическое смещение D , электрическая поляризация P	кулон на квад- ратный метр	Кл/м ²	—	СГСЭ-ед.	$12\pi \cdot 10^5 =$ $= 3,8 \cdot 10^6$
Емкость C	фарад	Ф	сан- ти- метр	см	$9 \cdot 10^{11}$
Сила тока I	ампер	А	—	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^9$
Плотность тока j	ампер на квад- ратный метр	А/м ²	—	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^5$
Сопротивле- ние R	ом	Ом	—	СГСЭ-ед.	$\frac{1}{9 \cdot 10^{11}}$
Удельное сопротивление ρ	ом- метр	Ом · м	—	СГСЭ-ед.	$\frac{1}{9 \cdot 10^9}$
Напряженность магнитного поля H	ампер на метр	А/м	эрстед	Э	$4\pi \cdot 10^{-3} =$ $= \frac{1}{80}$

¹ Всюду, где в настоящей таблице стоят цифры 3 и 9, следует, строго говоря, ставить 2,99776 и 8,99776. Ввиду малой точности числовых данных в задачах при их решении вполне возможно округление точных чисел до 3 и 9.

Продолжение табл.

Название величины и ее обозначение	Единицы СИ		Единицы СГСЭ		Отношение един. СИ един. СГСЭ
	Назва- ние	Обозначе- ние	Назва- ние	Обозначе- ние	
Индукция магнитного поля B	тесла	Тл	гаусс	Гс	10^4
Магнитный поток Φ	вебер	Вб	макс- велл	Мкс	10^8
Магнитный момент p	ампер- метр квад- ратный	$A \cdot m^2$	—	СГСЭ-ед.	10^3
Намагничен- ность M	ампер на метр	A/м	—	СГСЭ-ед.	10^{-3}
Индуктивность L , взаимная индукция L_{12}	генри	Гн	санти- метр	см	10^9

3. Некоторые внесистемные единицы

Величина	Соотношение между единицами
Время	1 г (год) = $3,1557 \cdot 10^7$ с 1 сут (сутки) = 86 400 с
Длина	1 Å (ангстрем) = 10^{-10} м 1 ферми = 10^{-15} м 1 а. е. (астрономическая единица) = $1,496 \cdot 10^{11}$ м
Объем	1 л (литр) = 10^{-3} м ³
Масса	1 т (тонна) = 10^3 кг 1 а. е. м. (атомная единица массы) = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Сила	1 кгс (килограмм-сила) = 9,81 Н
Энергия	1 кал (калория) = 4,187 Дж 1 л · атм = 101,3 Дж 1 эВ (электронвольт) = $1,60 \cdot 10^{-19}$ Дж 1 кВт · ч (киловатт-час) = 3600 кДж

Продолжение табл.

Величина	Соотношение между единицами
Давление	$1 \text{ атм} = 101,3 \text{ кПа} = 760 \text{ мм рт. ст.}$ $1 \text{ мм рт. ст.} = 133,3 \text{ Па} = 0,001316 \text{ атм}$ $1 \text{ кгс/см}^2 = 98,07 \text{ кПа}$ $1 \text{ бар} = 100 \text{ кПа}$
Поглощенная доза	$1 \text{ рад} = 0,01 \text{ Гр (грей)}$
Эквивалентная доза	$1 \text{ бэр} = 0,01 \text{ Дж/кг}$
Активность	$1 \text{ Ки (кюри)} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк (беккерель)}$
Экспозиционная доза рентгеновского и γ -излучений	$1 \text{ Р (рентген)} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$

III. Десятичные приставки к названиям единиц

Гига (Г)	—	10^9	Санتي (с)	—	10^{-2}
Тера (Т)	—	10^{12}	Милли (м)	—	10^{-3}
Мега (М)	—	10^6	Микро (мк)	—	10^{-6}
Кило (к)	—	10^3	Пико (п)	—	10^{-12}
Деци (д)	—	10^{-1}	Фемто (ф)	—	10^{-15}

IV. Основные формулы электродинамики в СИ и системе СГСЭ

Наименование	СИ	СГСЭ
Закон Кулона	$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}$	$F = \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}$
Напряженность поля равномерно заряженной плоскости	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon}$	$E = \frac{2\pi\sigma}{\epsilon}$
Потенциал поля точечного заряда	$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r}$	$\varphi = \frac{q}{\epsilon r}$
Вектор поляризации $\vec{P}$	$\vec{P} = \kappa\epsilon_0 \vec{E}$ (κ — восприимчивость)	$\vec{P} = \kappa \vec{E}$

Продолжение табл.

Наименование	СИ	ГСЭ
Электрическое смещение	$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$	$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}$
Диэлектрическая проницаемость	$\epsilon = 1 + \kappa$	$\epsilon = 1 + 4\pi \kappa$
Связь между $\vec{D}$ и $\vec{E}$	$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$	$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$
Теорема Остроградского—Гаусса	$\oint \vec{D} \, d\vec{S} = q$	$\oint \vec{D} \, dS = 4\pi q$
Емкость плоского конденсатора	$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$	$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$
Плотность энергии электрического поля	$w = \frac{ED}{2}$	$w = \frac{ED}{8\pi}$
Магнитный момент контура с током	$p_m = IS$	$p_m = \frac{IS}{c}$
Закон Био—Савара—Лапласа	$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$	$d\vec{B} = \frac{\mu I[d\vec{l}, \vec{r}]}{cr^3}$
Индукция поля длинного прямого тока	$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{r}$	$B = \frac{\mu}{c} \frac{2I}{r}$
Индукция поля в длинном соленоиде	$B = \mu_0 \mu In$	$B = \frac{4\pi \mu}{c} nI$
Вектор $\vec{H}$	$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$	$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi \vec{J}$
Намагниченность $\vec{J}$	$\vec{J} = \chi \vec{H}$ (χ — восприимчивость)	$\vec{J} = \chi \vec{H}$
Магнитная проницаемость	$\mu = 1 + \chi$	$\mu = 1 + 4\pi \chi$
Связь между $\vec{B}$ и $\vec{H}$	$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$	$\vec{B} = \mu \vec{H}$
Закон полного тока в постоянном поле	$\oint \vec{H} \, d\vec{l} = I$	$\oint \vec{H} \, d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I$
Сила Лоренца	$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$	$\vec{F} = \frac{q}{c} [\vec{v}, \vec{B}]$

Продолжение табл.

Наименование	СИ	СГСЭ
Сила Ампера	$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]$	$d\vec{F} = \frac{I}{c} [d\vec{l}, \vec{B}]$
ЭДС индукции	$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$	$\mathcal{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}$
Индуктивность	$L = \frac{\Phi}{I}$	$L = \frac{c\Phi}{I}$
Индуктивность длинного соленоида	$L = \mu_0 \mu n^2 V$	$L = 4\pi \mu n^2 V$
Энергия магнитного поля тока	$W = \frac{LI^2}{2}$	$W = \frac{LI^2}{2c^2}$
Плотность энергии магнитного поля	$w = \frac{BH}{2}$	$w = \frac{BH}{8\pi}$
Плотность тока смещения	$\vec{j} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\vec{j} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
Скорость электромагнитной волны	$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}}$	$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$
Вектор Умова—Пойнтинга	$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$	$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}]$

V. Основные фундаментальные постоянные

Гравитационная постоянная	$\gamma = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Нормальная напряженность поля тяготения Земли (ускорение свободного падения)	$g_0 = 9,80665 \text{ м/с}^2$
Число молекул в 1 моле (постоянная Авогадро)	$N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярный объем газа при нормальных условиях	22,4 л/моль
Молярная газовая постоянная	$R = 8,314 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) =$ $= 0,0820 \text{ (атм} \cdot \text{л)} / (\text{моль} \cdot \text{К}) =$ $= 1,986 \text{ кал}/(\text{моль} \cdot \text{К})$

Молярная масса воздуха (средняя)	28,9 г/моль
Постоянная Больцмана	$k = 1,380 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Точка таяния льда	273,16 К (при решении задач принимать 273 К)
Постоянная закона Стефана—Больцмана	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м ² · К ⁴)
Постоянная закона смещения максимума излучения (закона смещения Вина)	$C = 0,290$ см · К
Заряд электрона	$e = 1,601 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона	$m_e = 9,106 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг
Число Фарадея	$F = 9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль
Постоянная Планка	$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж · с, $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,0546 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Скорость света в вакууме	$c = 2,99776 \cdot 10^8$ м/с (при решении задач принимать $3 \cdot 10^8$ м/с)
Постоянная Ридберга	$R = 1,097 \cdot 10^7$ м ⁻¹

VI. Астрономические величины

Средний радиус Земли	6370 км
Масса Земли	$5,96 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	696 000 км
Масса Солнца	$1,97 \cdot 10^{30}$ кг
Среднее расстояние от Земли до Солнца	$149,6 \cdot 10^6$ км
Радиус Луны	1735 км
Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние от Луны до Земли	384 000 км
Угловая скорость вращения Земли	$7,272 \cdot 10^{-5}$ с ⁻¹

VII. Диаметр молекул и атомов, 10⁻⁸ см

H ₂	2,3	H ₂ O	3,0
O ₂	2,9	He	1,9
N ₂	3,1		

VIII. Плотность вещества D , 10^3 кг/м^3 *Газы (при нормальных условиях)*

Воздух	0,001293	Кислород	0,001429
Углекислый газ	0,001977	Водород	0,00008988

Жидкости

Бензол	0,88	Спирт	0,79
Керосин	0,80	Ртуть	13,6
Скипидар	0,85	Эфир (20° С)	0,714
Касторовое масло	0,97	Глицерин	1,21

Твердые вещества

Висмут	9,7	Медь	8,9
Вольфрам	19,0	Натрий хлористый	2,17
Гуммигут	1,2	Никель	8,8
Железо (сталь)	7,8	Свинец	11,3
Лед	0,917	Цинк	7,0

IX. Вязкость η , $10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$

Воздух при 0 °С	0,018
Кислород при 0 °С	0,0191
Вода при 15 °С	1,1
Касторовое масло при 20 °С	1000
Глицерин при 20 °С	850

X. Разрушающее напряжение при растяжении, 10^8 Па

Сталь	7	Свинец	0,2
Железо	6	Стекло	0,3
Медь	2,4		

XI. Упругость

Материал	Модуль Юнга $E, \times 10^{10} \text{ Па}$	Коэффициент поперечного сжатия	Модуль сдвига $G, 10^{10} \text{ Па}$	Модуль всестороннего сжатия, 10^{10} Па
Сталь	20	0,3	8	16,5
Железо	20	0,3	8	—
Медь	12	0,35	4,5	13,5
Свинец	1,7	0,38	0,56	—
Стекло	5	0,2—0,3	—	3,0
Дерево	1	—	—	—
Ртуть	—	—	—	2,5
Вода	—	—	—	0,2

XII. Коэффициенты теплового расширения

Линейное расширение $\alpha, 10^{-6} \text{ К}^{-1}$

Цинк	29	Латунь	19
Железо (сталь)	12	Стекло	10
Медь	17	Алюминий	24

Объемное расширение $\beta, \text{ К}^{-1}$

Ртуть	0,00018

XIII. Удельная теплоемкость твердых и жидких веществ, Дж/(кг · К)

Висмут	130	Медь	380
Вольфрам	150	Свинец	130
Железо (сталь)	460	Спирт	2500

XIV. Удельная теплоемкость газов, Дж/(кг · К)

Газ или пар	Удельная теплоемкость при постоянном давлении c_p	Удельная теплоемкость при постоянном объеме c_v	Коэффициент Пуассона $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$
Воздух	1020	728	1,40
Водяной пар	1820	1380	1,32
Аргон	531	319	1,67
Азот	1040	741	1,41
Кислород	912	649	1,40
Углекислый газ	847	653	1,30

XV. Постоянная Ван-дер-Ваальса

Вещество	a , Па · м ⁶ /моль ²	b , 10 ⁻³ м ³ /моль
N ₂	0,137	0,04
Ar	0,132	0,03
H ₂ O	0,554	0,03
CO ₂	0,365	0,043
O ₂	0,137	0,03
H ₂	0,024	0,026

XVI. Удельная теплота плавления, Дж/кг

Лед $3,33 \cdot 10^5$ XVII. Давление (p) и плотность (D)
насыщенного водяного пара (при температуре до 30° C)

t , °C	p , мм рт. ст.	D , г/м ³	t , °C	p , мм рт. ст.	D , г/м ³
-23	0,58	0,66	15	12,79	12,8
0	4,58	4,84	16	13,63	13,6
1	4,93	5,22	17	14,53	14,5
2	5,29	5,60	18	15,48	15,4
3	5,69	5,98	19	16,48	16,3
4	6,10	6,40	20	17,54	17,3
5	6,54	6,84	21	18,65	18,3
6	7,01	7,3	22	19,83	19,4
7	7,51	7,8	23	21,07	20,6
8	8,05	8,3	24	22,38	21,8
9	8,61	8,8	25	23,76	23,0
10	9,21	9,4	26	25,21	24,4
11	9,84	10,0	27	26,74	25,8
12	10,52	10,7	28	28,35	27,2
13	11,23	11,4	29	30,04	28,7
14	11,99	12,1	30	31,82	30,3

XVIII. Свойства насыщенного водяного пара

Температура $t, ^\circ\text{C}$	Давление $p, 10^5 \text{ Па}$	Плотность $D, \text{ кг/м}^3$	Удельная теплота парообразования $r, \text{ кДж/кг}$
0	0,00608	0,004843	2498,3
10	0,01228	0,009398	2468,1
20	0,02824	0,01730	2446,3
30	0,04246	0,03037	2425,0
40	0,07375	0,05118	2403,2
50	0,12337	0,08320	2378,1
60	0,19888	0,13026	2356,7
70	0,31136	0,1982	2332,5
80	0,47336	0,2936	2307,3
90	0,70098	0,4219	2281,8
100	1,01332	0,5974	2257,4
110	1,43245	0,8254	2228,8
120	1,98505	1,122	2213,5
130	2,70064	1,497	2169,6
140	3,61226	1,968	2139,0
150	4,75787	2,547	2109,3
160	6,16207	3,253	2079,2
170	7,91495	4,114	2049,9
180	9,83065	5,141	2018,9
190	12,53794	6,353	1997,5
200	16,21737	7,770	1955,3
210	19,05422	9,443	1920,9
220	23,26319	11,38	1884,9

XIX. Коэффициент теплопроводности λ

Вещество	$\lambda, \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К}}$	Вещество	$\lambda, \frac{\text{кДж}}{\text{м} \cdot \text{ч} \cdot \text{К}}$
Воздух	0,023	Асбест	0,75
Алюминий	210	Дерево (перпендикулярно волокнам)	0,63
Висмут	10	Кирпич	2,5
Железо	59	Накипь котельная	8
Медь	380	Сажа	0,25
Свинец	35	Стекло	2,5

XX. Коэффициент теплоотдачи α

Металл — газ

13 Дж/(м² · с · К)

Сажа — газ

84 Дж/(м² · ч · К)

Металл, покрытый накипью, — вода

2,1 · 10⁴ Дж/(м² · ч · К)

XXI. Коэффициент поверхностного натяжения σ , 10^{-2} Дж/м²

Вода при 20 °С	7
Мыльная вода	4
Ртуть	49
Скипидар	2,7
Спирт	2,2

Примечание. Коэффициент поверхностного натяжения воды при иных температурах можно вычислить, зная, что при повышении температуры на 1 °С σ уменьшается на 0,15 мДж/м².

XXII. Удельное сопротивление (ρ) (при комнатной температуре) и температурный коэффициент (α)

Вещество	ρ , 10^{-7} Ом · м	α , 10^{-3} К ⁻¹
Алюминий	0,28	4,2
Железо	1,2	6
Медь	0,17	5
Никелин	4	—
Нихром	10	—
Свинец	2,2	4,2
Уголь	400	-0,8

XXIII. Диэлектрическая проницаемость ϵ

Керосин	2	Стекло	7
Спирт	26	Вода	81
Слюда	7	Парафин	2
Фарфор	6		

XXIV. Подвижность ионов k , см²/(В · с)*Водные растворы*

Ag ⁺	0,00056	Cl ⁻	0,00068
K ⁺	0,00067	NO ₃ ⁻	0,00064
H ⁺	0,00324		

Газы при нормальных условиях

	k_+	k_-
Воздух	1,37	1,91
Азот	1,27	1,84

XXV. Работа ионизации, эВ

	однократная	двукратная
Кислород	13,56	48,56
Азот	14,47	44,05

XXVI. Работа выхода электронов из металла, эВ

Платина	6,3
Цезий	1,2
Вольфрам	4,53

XXVII. Скорость звука, м/с

В воздухе при 0 °С	332
В воде	1450

**XXVIII. Показатель преломления n
(средний для видимых лучей)**

Стекло	1,52
Вода	1,333
Лед	1,31

**XXIX. Коэффициент полного излучения ε и удельное
сопротивление ρ вольфрама при различных температурах T**

T , К	ε	ρ , $10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м}$
1000	0,115	25,7
1500	0,194	41,8
2000	0,260	59,1
2500	0,303	77,2
3000	0,334	96,2
3500	0,351	115,7

XXX. Период полураспада T радиоактивных веществ

Уран	$4,5 \cdot 10^9 \text{ лет} = 1,4 \cdot 10^7 \text{ с}$
Радий	$1620 \text{ лет} = 5,04 \cdot 10^{10} \text{ с}$
Радон	$3,825 \text{ суток} = 3,305 \cdot 10^5 \text{ с}$
Актиний	$13,5 \text{ лет} = 4,23 \cdot 10^8 \text{ с}$
RaA (полоний)	183 с

XXXI. Массы легких атомов

<i>Z</i>	Атом	Избыток массы атома $M - A$, а. е. м.	<i>Z</i>	Атом	Избыток массы атома $M - A$, а. е. м.
0	n	0,00867	6	^{11}C	0,01143
1	^1H	0,00783		^{12}C	0
	^2H	0,01410		^{13}C	0,00335
	^3H	0,01605	7	^{13}N	0,00574
2	^3He	0,01603		^{14}N	0,00307
	^4He	0,00260		^{15}N	0,00011
3	^6Li	0,01513	8	^{15}O	0,00307
	^7Li	0,01601		^{16}O	-0,00509
4	^7Be	0,01693		^{17}O	-0,00087
	^8Be	0,00531	9	^{19}F	-0,00160
	^9Be	0,01219	10	^{20}Ne	-0,00756
	^{10}Be	0,01354	11	^{23}Na	-0,01023
5	^{10}B	0,01294		^{24}Na	-0,00903
	^{11}B	0,00930	12	^{24}Mg	-0,01496

Примечание. Здесь M — масса атома в а. е. м., A — массовое число.

Оглавление

Предисловие	3
Советы студентам	5

Глава 1. МЕХАНИКА

§ 1. Кинематика	8
§ 2. Движение свободно падающих тел.	18
§ 3. Законы Ньютона. Работа, мощность, энергия	22
§ 4. Динамика вращательного движения	35
§ 5. Закон всемирного тяготения	50
§ 6. Статика твердого тела	55
§ 7. Прочность и упругость материалов	60
§ 8. Динамика колебательного движения. Маятники.	65
§ 9. Движение жидкостей и газов	74

Глава 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

§ 10. Тепловое расширение твердых и жидких тел.	81
§ 11. Свойства идеальных газов	83
§ 12. Первое начало термодинамики.	88
§ 13. Кинетическая теория газов	95
§ 14. Реальные газы. Критическое состояние.	100
§ 15. Молекулярные силы в жидкостях	104
§ 16. Свойства паров. Влажность воздуха.	109
§ 17. Свойства растворов.	113
§ 18. Второе начало термодинамики.	115
§ 19. Теплопроводность.	120

Глава 3. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

§ 20. Взаимодействие зарядов.	123
§ 21. Потенциал	129
§ 22. Проводники в электрическом поле.	136
§ 23. Диэлектрики в электрическом поле.	139
§ 24. Емкость	141
§ 25. Закон Ома.	148

§ 26. Разветвленные электрические цепи	155
§ 27. Работа и мощность тока	164
§ 28. Электронные явления в металлах	169
§ 29. Электрический ток в газах	172
§ 30. Электрохимические процессы в электролитах	176
§ 31. Магнетизм	178
§ 32. Электромагнитная индукция	194
§ 33. Переменный ток	206
§ 34. Электрические колебания	216

Глава 4. ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

§ 35. Волны	220
§ 36. Звуковые явления	228

Глава 5. ОПТИКА. СТРОЕНИЕ АТОМА

§ 37. Фотометрия	232
§ 38. Геометрическая оптика	238
§ 39. Волновая природа света	253
§ 40. Квантовые явления в оптике	267
§ 41. Законы излучения	271
§ 42. Внутрядерные явления и теория относительности.	278
Ответы, решения и указания	284
Приложения	383

Учебное издание

Сахаров Дмитрий Иванович

**Сборник задач
по физике
для вузов**

Ответственный редактор *Е. С. Гридасова*
Художественно-технический редактор *Е. П. Хазова*
Корректор *Р. К. Сапожникова*

Оригинал-макет подготовлен *ООО «Бета-Фрейм»*

Подписано в печать 13.08.2003. Формат 84×108^{1/32}.
Гарнитура «Школьная». Печать офсетная.
Усл. печ. л. 21,00. Тираж экз. Заказ № .

Общероссийский классификатор продукции
ОК-005-93, том 2; 953005 — учебная литература

ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век».
Изд. лиц. ИД № 02795 от 11.09.2000.
105066, Москва, ул. Доброслободская, д. 5а.
Отдел реализации: тел. (095) 310-75-25, 110-02-50
Internet: www.onyx.ru; e-mail: mail@onyx.ru

ООО «Издательство «Мир и Образование».
Изд. лиц. ИД № 05088 от 18.06.2001.
109193, Москва, ул. 5-я Кожуховская, д. 13, стр. 1.
Тел./факс (095) 928-78-26.
E-mail: mir-obrazovanie@rambler.ru